

Stahlbeton III	Übung 2	Page 1
Platten	Grundlagen	DH/4.11.09

Bemessung einer schief gelagerten Platte

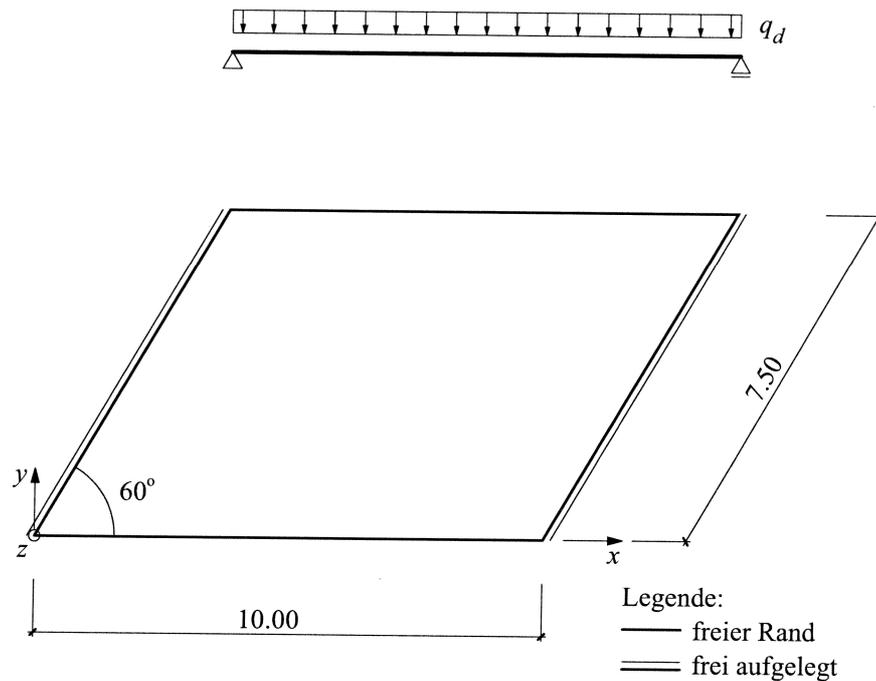


Bild 1 Schief gelagerte Platte, Abmessungen in m, Massstab 1:150.

-> Baustoffkennwerte (Wahl, Bemessungswerte)

- Beton C30/37 : $f_{cd} = 20 \text{ MPa}$, $\gamma_{cd} = 1,10 \text{ MPa}$, $f_{ctm} = 2,9 \text{ MPa}$, $E_c = 30 \text{ GPa}$
- Betonstahl B500B : $f_{sd} = 435 \text{ MPa}$, $E_s = 205 \text{ GPa}$, $n = E_s/E_c = 6,8$

-> Bemessungswert der Einwirkungen

- a) • Wahl einer vernünftigen Plattenstärke $h_{pl} = 0,45 \text{ m} \hat{=} \frac{1}{22} \cdot l_0$
- Eigenlast $g_{0k} = h_{pl} \cdot \gamma_c = 0,45 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 11,25 \text{ kPa}$
 - Auflast $g_{1k} = 3,0 \text{ kPa}$
 - Nutzlast $q_k = 15,0 \text{ kPa}$

⇒ Grenzzustand Typ 2 gemäss SIA 260

$$q_d = 1,35 (g_{0k} + g_{1k}) + 1,50 \cdot q_k = 41,7 \text{ kPa} \hat{=} 42 \text{ kPa}$$

vollflächig auf ganze Platte wirkend

Stahlbeton III	Übung 2	Page 2
Platten	Mindestbewehrung	DH/ 4.11.09

b) Mindestbewehrung für Querkraft und Biegung

- Mindestbewehrung Biegung [Vorlesung]

$$\rho_{Bmin} = 0,15\% = \frac{a_s}{b \cdot d}$$

abschätzung stat. Höhe d_m

$$d_m = h_{pl} - c_{nom} - \phi_L = 450 - 55 - 30 = 365 \text{ mm}$$

Wahl der Bewehrung $\phi 14 s=200 \rightarrow a_{smin} = \frac{14^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{b}{s} = 770 \text{ mm}^2/\text{m}$

$$\rightarrow \rho_{Bmin,eff} = \frac{14^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{b}{s} \cdot \frac{1}{b \cdot d_m} = 0,2119\% \gg \rho_{Bmin} = 0,15\% \text{ i.o.}$$

Zugehöriger Biege widerstand der Mindestbewehrung

$$m_{rdmin} = a_{smin} \cdot f_{sd} \left(d_{min} \frac{a_{smin} \cdot f_{sd}}{2 \cdot b \cdot f_{ctd}} \right)$$

$$\text{mit } d_{min} = h_{pl} - c_{nom} - \phi_L - \phi_{min}/2 = 450 - 55 - 30 - 7 = 358 \text{ mm}$$

$$\rightarrow \underline{m_{rdmin} = 117 \text{ kN m/m}}$$

- Mindestbewehrung Querkraft [Vorlesung oder SIA 262 Z. 5.5.2.2]

$$\rho_{vmin} = 0,2\%$$

Wahl der Bewehrung $B6 \phi 10 s_x = s_y = 200 \text{ mm}$

$$\rho_{vmin,eff} = \frac{10^2 \cdot \pi}{4 \cdot (200 \text{ mm})^2} = 0,2\% \gg \rho_{vmin} = 0,2\% \text{ i.o.}$$

Zugehöriger Querkraftwiderstand der Mindestbewehrung

$$V_{rdmin} = \frac{d_v \cdot \cot \alpha}{s} \cdot \frac{b}{s} \cdot \frac{10^2 \cdot \pi}{4} \cdot f_{sd}$$

$$\text{mit } d_v = 0,9 d_m = 330 \text{ mm}, b = 1000 \text{ mm}, s = 200 \text{ mm}, \alpha = 45^\circ$$

$$\rightarrow \underline{V_{rdmin} = 281 \text{ kN/m}}$$

- Mindestbewehrung Biegung [SIA 262 Z. 4.4.2, normale Anforderungen]

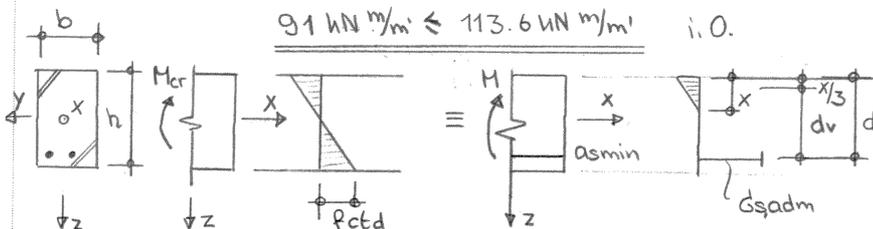
Prinzip: Rissmoment muss durch die Mindestbewehrung aufgenommen werden können. \Rightarrow Verhindern von sprödem Versagen beim Erweichen von f_{ctd} .

$$f_{ctd} = k_t \cdot f_{ctm} = \frac{1}{1 + 0,5 t} \cdot f_{ctm} = \frac{1}{1 + 0,5 \cdot \frac{0,45}{3}} \cdot 2,9 = 2,7 \text{ MPa}$$

Rissmoment \leq Widerstand der Mindestbewehrung

$$\frac{1}{6} (b \cdot h^2) \cdot f_{ctd} \leq a_{smin} \cdot G_{s,adm} \cdot d_v$$

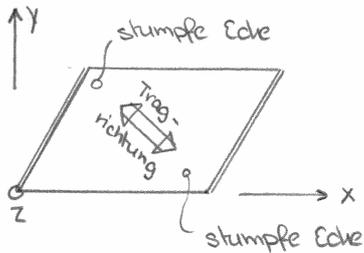
$$91 \text{ kN m/m} \leq 113,6 \text{ kN m/m} \text{ i.o.}$$



- $d = 358 \text{ mm}$ (siehe oben)
- Wahl $a_{smin} = 770 \text{ mm}^2/\text{m}$ ("")
- $x = \sqrt{a_{smin} \cdot h^2 + 2 a_{smin} \cdot h \cdot d} - a_s \cdot h$
 \rightarrow [SBI Vorlesung Page 14]
 $x = 56 \text{ mm}$
- $d_v = d - x/3 = 339 \text{ mm}$
- $G_{s,adm} = 435 \text{ MPa}$
 \rightarrow normale Anforderungen

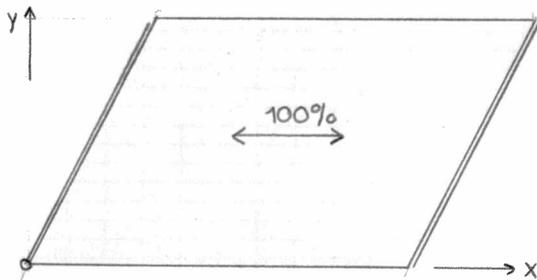
c) Bemessung mit Hilfe der Streifenmethode

-) Tragverhalten der schief gelagerten Platte



- Primär trägt die schief gelagerte Platte die Einwirkungen in der Richtung der kürzesten Spannweite ab.
- In den stumpfen Ecken entstehen grössere Querkräfte

-) Varianten der Streifenmethode

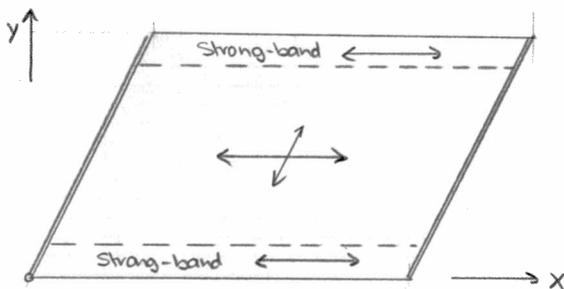


Vorteil:

- sehr einfache Handrechnung

Nachteil:

- Tragverhalten in den stumpfen Ecken ungenügend berücksichtigt

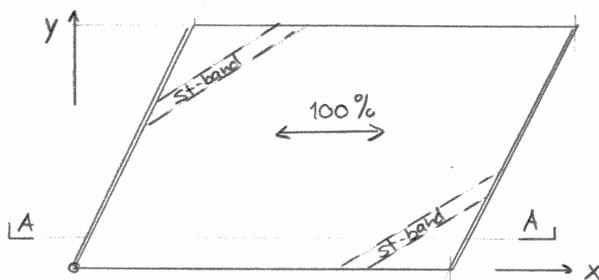


Vorteil:

- einfache Handrechnung

Nachteil

- analog obige Variante

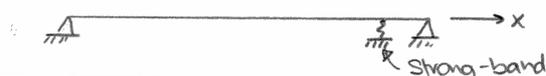


Vorteil:

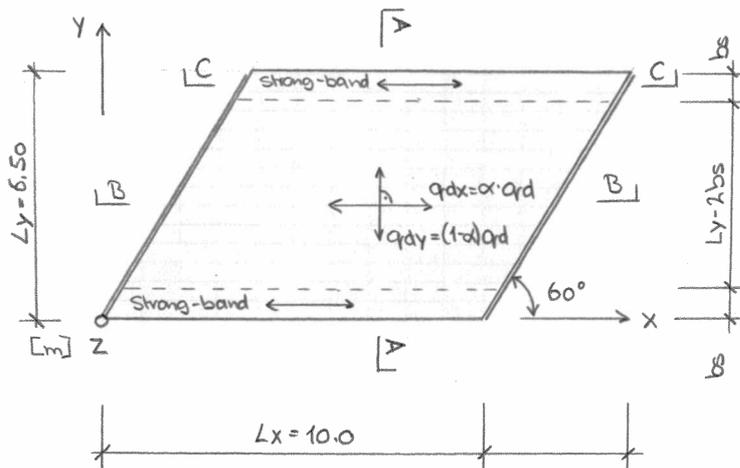
- Negative Biegemomente in den stumpfen Ecken werden berücksichtigt.

Nachteil:

- Für Handrechnung zu aufwendig
- Traglastmodell



-) Modell für die Lastabtragung

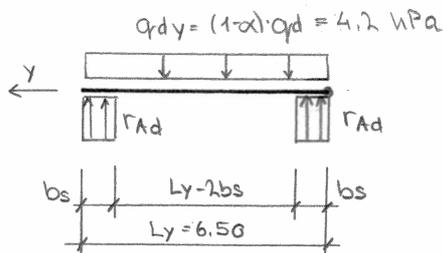


— freier Rand
 == einfach aufgelagert

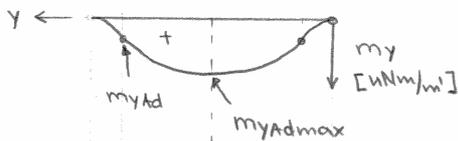
Freie Wahl von:

- $\alpha = 0,9$
- $bs = 0,7m$

• Schnitt A-A Streifenmethode



$$r_{Ad} = \frac{q_{dy} \cdot L_y / 2}{bs} = \frac{4,2 \cdot 6,50 / 2}{0,7} = 19,5 \text{ kPa}$$

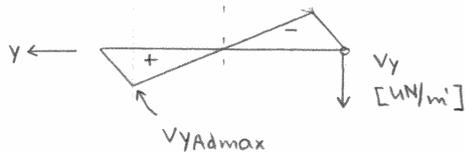


$$m_{yAdmax} = +r_{Ad} \cdot bs \left(L_y / 2 - bs / 2 \right) - q_{dy} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{L_y}{2} \right)^2$$

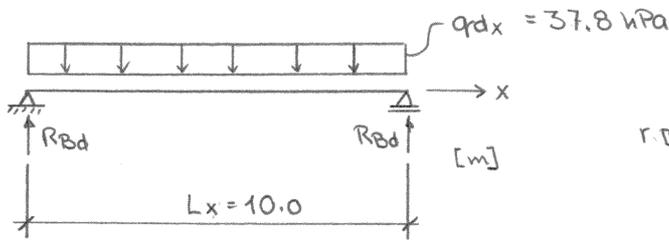
$$= 17,4 \text{ kNm/m}$$

$$m_{yAd} = (r_{Ad} - q_{dy}) \cdot \frac{bs^2}{2} = 3,7 \approx 4 \text{ kNm/m}$$

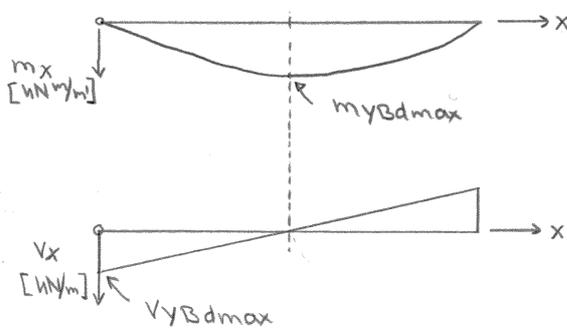
$$V_{yAdmax} = (r_{Ad} - q_{dy}) bs = 10,7 \text{ kN/m}$$



• Schnitt B-B



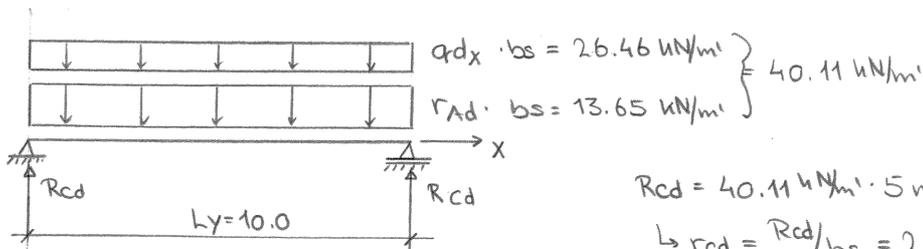
$$r_{Bd} = q_{dx} \cdot L_x / 2 = 37.8 \text{ kPa} \cdot 5 \text{ m} = 189 \text{ kN/m}$$



$$m_{xBdmax} = \frac{q_{dx} \cdot L_x^2}{8} = 472.5 \text{ kNm/m}$$

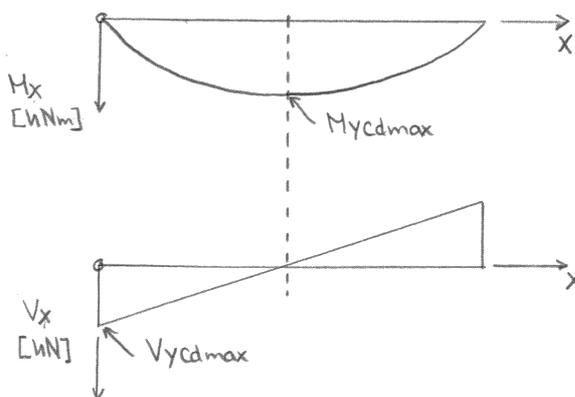
$$V_{xBdmax} = r_{Bd} = 189 \text{ kN/m}$$

• Schnitt C-C Strong-band mit Breite bs = 0,7m



$$R_{cd} = 40.11 \text{ kN/m} \cdot 5 \text{ m} = 200.6 \text{ kN}$$

$$\hookrightarrow r_{cd} = R_{cd} / b_s = 264.2 \text{ kN/m}$$



$$M_{xcdmax} = \frac{40.11 \cdot L_x^2}{8} = 514 \text{ kNm}$$

$$\hookrightarrow m_{xcdmax} = M_{xcdmax} / b_s = 685 \text{ kNm/m}$$

$$V_{xcdmax} = \frac{40.11 \cdot L_x}{2} = 200 \text{ kN}$$

$$\hookrightarrow V_{xcdmax} = V_{xcdmax} / b_s = 267 \text{ kN/m}$$

-> Bemerkungen zum Nachweis der Biegetragsicherheit

Der Nachweis der Biegetragsicherheit mit Hilfe der in der Vorlesung hergeleiteten Fließbedingung für die nicht orthogonale Bewehrung kann wie folgt geführt werden:

- Variante A [Tragverhalten von Stahlbeton, Seite 93]

- Bestimmung der Hauptrichtung der schiefen Bewehrung ($m_{xyu} = 0$)
- Transformation der Biegeschnittkräfte in diese Hauptrichtung
- Nachweis mit der Fließbedingung für orthogonal bewehrte Plattenelemente gemäß Vorlesung S. 64 oder 65 (linealisiert) möglich.

- Variante B

- Bestimmung der Biegegewiderstände der schiefen Bewehrung bezüglich des Koordinatensystems $x, y \Rightarrow m_{xu}, m_{yu}, m_{xyu}$
- Biegeschnittkräfte bezüglich des Koordinatensystems x und y .
- Nachweis mit der Fließbedingung für schief bewehrte Plattenelemente gemäß Vorlesung S. 70.

↳ bevorzugte Variante für diese Übung

- Fließbedingungen für schief bewehrte Plattenelemente [Vorlesung S. 70]

$$Y = 0 = (m_{xyuinf} - m_{xy})^2 - (m_{xuinf} - m_x)(m_{yuintf} - m_y)$$

wobei $m_{xuinf} - m_x \geq 0$ und $m_{yuintf} - m_y \geq 0$

$$Y' = 0 = (m_{xyusup} + m_{xy})^2 - (m_{xusup} + m_x)(m_{yusup} + m_y)$$

wobei $m_{xusup} + m_x \geq 0$ und $m_{yusup} + m_y \geq 0$

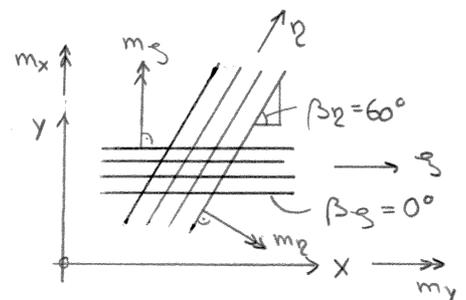
- Transformation der schiefen Bewehrung ins globale x, y Koordinatensystem [Vorlesung S. 69]

Bewehrungsrichtungen ξ, η
Winkel bezüglich der x -Achse
 $\beta_\xi = 0^\circ$; $\beta_\eta = 60^\circ$

$$m_{xu} = m_{\xi u} \cdot \cos^2 \beta_\xi + m_{\eta u} \cdot \cos^2 \beta_\eta$$

$$m_{yu} = m_{\xi u} \cdot \sin^2 \beta_\xi + m_{\eta u} \cdot \sin^2 \beta_\eta$$

$$m_{xyu} = m_{\xi u} \cdot \sin \beta_\xi \cdot \cos \beta_\xi + m_{\eta u} \cdot \sin \beta_\eta \cdot \cos \beta_\eta$$



Stahlebeton III	Übung 2	Page 7
Platten	Streifenmethode	DH/ 4.11.09

-) Nachweis der Biegetragsicherheit

• Plattenmitte ($x = 6.878 \text{ m}$, $y = 3.25 \text{ m}$)

Auswirkungen:

$$m_{xEdmax} = m_x = 472.5 \text{ kN m/m'}$$

$$m_{yEdmax} = m_y = 17.4 \text{ kN m/m'}$$

$$m_{xy} = 0 \text{ kN m/m'}$$

Wahl der Bewehrung:

$$- a_{s\text{§}} = (\phi 30 \text{ s} = 200) = \frac{30^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{1 \text{ m}}{\text{s}} = 3534 \text{ mm}^2/\text{m'}$$

$$d_{1,4} = h_{pl} - c_{nom} - \frac{30 \text{ mm}}{2} = 450 - 55 - 15 = 380 \text{ mm}$$

$$m_{\text{§uinf}} = a_{s\text{§}} \cdot f_{sd} \left(d_{1,4} - \frac{a_{s\text{§}} \cdot f_{sd}}{2 \cdot b \cdot f_{cd}} \right) = 525 \text{ kN m/m'}$$

- $a_{s\text{§2}}$ = (Mindestbewehrung $\phi 14 \text{ s} = 200$) siehe Page 2

$$m_{\text{§2uinf}} = 117 \text{ kN m/m'}$$

- Obere Bewehrung in § und §2 Richtung Mindestbewehrung

$$m_{\text{§usup}} = m_{\text{§2usup}} = 117 \text{ kN m/m'}$$

Biege widerstände im x,y Koordinatensystem

$$m_{x\text{uinf}} = m_{\text{§uinf}} \cdot \cos^2 0^\circ + m_{\text{§2uinf}} \cdot \cos^2 60^\circ = 554 \text{ kN m/m'}$$

$$m_{y\text{uinf}} = m_{\text{§uinf}} \cdot \sin^2 0^\circ + m_{\text{§2uinf}} \cdot \sin^2 60^\circ = 87 \text{ kN m/m'}$$

$$m_{xy\text{uinf}} = m_{\text{§uinf}} \cdot \sin 0^\circ \cdot \cos 0^\circ + m_{\text{§2uinf}} \cdot \sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ = 50 \text{ kN m/m'}$$

analog dazu:

$$m_{x\text{usup}} = 154 \text{ kN m/m'}$$

$$m_{y\text{usup}} = 87 \text{ kN m/m'}$$

$$m_{xy\text{usup}} = 51 \text{ kN m/m'}$$

Einsetzen in die Fließbedingung ergibt:

$$Y=0: (m_{xy\text{uinf}} - m_{xy})^2 - (m_{x\text{uinf}} - m_x)(m_{y\text{uinf}} - m_y) \leq 0$$

$$(50 - 0)^2 - \underbrace{(554 - 472.5)}_{\gg 1.0} \underbrace{(87 - 17.4)}_{\gg 1.0} = \underline{\underline{-3172 (\text{kN m/m}')^2 \leq 0 \text{ i.o.}}}$$

$$Y'=0: (m_{xy\text{usup}} + m_{xy})^2 - (m_{x\text{usup}} + m_x)(m_{y\text{usup}} + m_y) \leq 0$$

$$(51 + 0)^2 - (154 + 472.5)(87 + 17.4) = \underline{\underline{-62802 (\text{kN m/m}')^2 \leq 0 \text{ i.o.}}}$$

Stahnbeton III	Übung 2	Page 8
Platten	Streifenmethode	DH/ 4.11.09

Fortsetzung Biegetragsicherheit

• Plattenrand (Strong-band)

Auswirkungen

$$m_{xcdmax} = m_x = 685 \text{ kNm/m'}$$

$$m_{yAd} = m_y = 4 \text{ kNm/m'}$$

$$m_{xy} = 0 \text{ kNm/m'}$$

Wahl der Bewehrung

$$- a_{sg} (\phi 30 s=200 + \phi 20 s=200)$$

$$a_{sg} = 5100 \text{ mm}^2$$

$$\rightarrow m_{suinf} = 720 \text{ kNm/m'}$$

- Restliche Bewehrung analog zu Plattenmitte

Biege widerstände x, y Koordinaten

$$m_{xuinf} = 749 \text{ kNm/m'}$$

$$m_{yuinf} = 88 \text{ kNm/m'}$$

$$m_{xyuinf} = 51 \text{ kNm/m'}$$

$$m_{xusup} = 154 \text{ kNm/m'}$$

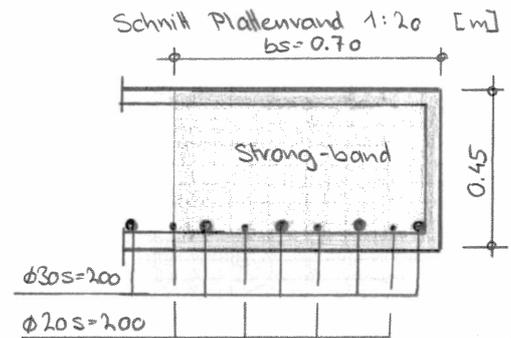
$$m_{yusup} = 88 \text{ kNm/m'}$$

$$m_{xyusup} = 51 \text{ kNm/m'}$$

Einsetzen in die Fließbedingungen:

$$Y = 0 : -2813 (\text{kNm/m'})^2 \leq 0 \text{ i.O.}$$

$$Y' = 0 : -74216 (\text{kNm/m'})^2 \leq 0 \text{ i.O.}$$



-) Nachweis Querkrafttragsicherheit

• Platte ohne Querkraftbewehrung

Gemäss SIA 262 Z. 4.3.3.1.1 ist im Allgemeinen eine Mindestquerkraftbewehrung (insbesondere für dicke Platten) anzuordnen. Die Mindestquerkraftbewehrung (Page 2) wird vollflächig über die ganze Platte verlegt.

• Nachweis Schnitt B-B

$$\left. \begin{aligned} V_{xRdmax} &= V_x = 189 \text{ kN/m'} \\ V_y &\approx 0 \text{ kN/m'} \end{aligned} \right\}$$

$$V_0 = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 189 \text{ kN/m'} < V_{Rdmin} = 281 \text{ kN/m'}$$

• Nachweis Strong-band

$$\left. \begin{aligned} V_{xcdmax} &= V_x = 267 \text{ kN/m'} \\ V_{yAdmax} &= V_y = 11 \text{ kN/m'} \end{aligned} \right\}$$

$$V_0 = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 267 \text{ kN/m'} < V_{Rdmin} = 281 \text{ kN/m'}$$

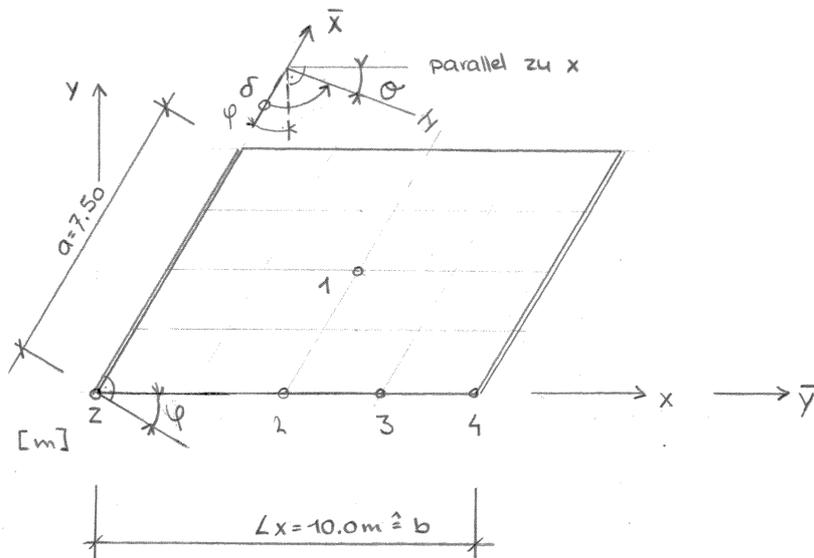
↳ Bemerkungen:

Reduktion Nachweisschnitt [SIA 262, Z. 4.3.3.4] vernachlässigt

$V_{Rd,c} \gg V_{Rdmin}$ [SIA 262, Z. 4.3.3.4.5]

d) Bemessung mit Hilfe der elastischen Berechnungstafeln [Bäres]

- Koordinatensystem und Berechnungspunkte



$\bar{x}; \bar{y}$ = Koordinaten gemäss Bäres

$$\bar{z} = a/b = 7.50/10.0 = 0.75$$

↳ lineare Interpolation zwischen $\bar{z} = 0.70$ und 0.80

$$\varphi = 30^\circ$$

1+4 Berechnungspunkte

- Berechnungsgrössen resultierend aus den Berechnungstafeln [Bäres]

M_{Ii} Hauptbiegemoment I

M_{IIi} Hauptbiegemoment II

δ_i Winkel zwischen Hauptbiegemoment und der Koordinatenachse \bar{x}

- Transformation ins globale x, y Koordinatensystem

$$\text{Transformationswinkel } \underline{\theta_i = 90^\circ + \varphi - \delta_i}$$

- Punkt 1

$$M_{I1} = \frac{0.095 + 0.095}{2} \cdot q_d \cdot L_x^2 = 0.095 \cdot 42 \cdot 10^2 = 399 \text{ kNm/m}$$

$$M_{II1} = \frac{-0.0082 - 0.0069}{2} \cdot q_d \cdot L_x^2 = -0.00755 \cdot 42 \cdot 10^2 = -31.7 \text{ kNm/m}$$

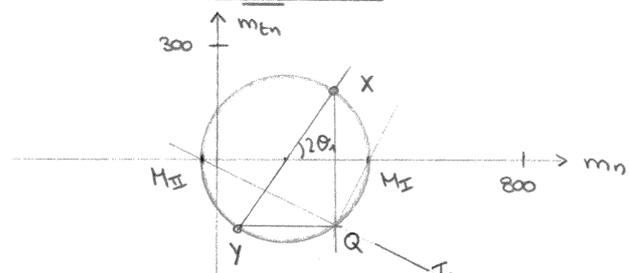
$$\theta_1 = 90^\circ + \varphi - 94^\circ = 26^\circ$$

⇒ Transformation

$$m_{x1\text{Bäres}} = M_{I1} \cdot \cos^2(\theta_1) + M_{II1} \cdot \sin^2(\theta_1) = 316 \text{ kNm/m}$$

$$m_{y1\text{Bäres}} = M_{I1} \cdot \sin^2(\theta_1) + M_{II1} \cdot \cos^2(\theta_1) = 51 \text{ kNm/m}$$

$$m_{xy1\text{Bäres}} = (M_{II1} - M_{I1}) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_1) = -170 \text{ kNm/m}$$



• Punkt 2

$$M_{I2} = \frac{0,095 + 0,095}{2} \cdot q_d \cdot Lx^2 = 399 \text{ kN m/m'}$$

$$M_{II2} = \frac{-0,0163 - 0,0165}{2} \cdot q_d \cdot Lx^2 = 68,9 \text{ kN m/m'}$$

$$\varnothing_2 = 90^\circ + \varphi - 98^\circ = 22^\circ$$

⇒ Transformation (dito Pkt. 1)

$$m_{x2Bares} = 333 \text{ kN m/m'}$$

$$m_{y2Bares} = -3,2 \text{ kN m/m'}$$

$$m_{xy2Bares} = \underline{\underline{-162 \text{ kN m/m'}}$$

• Punkt 3

$$M_{I3} = \frac{0,092 + 0,092}{2} \cdot q_d \cdot Lx^2 = 386,4 \text{ kN m/m'}$$

$$M_{II3} = \frac{-0,0218 - 0,0219}{2} \cdot q_d \cdot Lx^2 = -91,8 \text{ kN m/m'}$$

$$\varnothing_3 = 90^\circ + \varphi - 94^\circ = 26^\circ$$

⇒ Transformation (dito Pkt. 1)

$$m_{x3Bares} = 295 \text{ kN m/m'}$$

$$m_{y3Bares} = 0,1 \text{ kN m/m'}$$

$$m_{xy3Bares} = \underline{\underline{-188 \text{ kN m/m'}}$$

• Punkt 4

$$M_{I4} = \frac{0,0365 + 0,0376}{2} \cdot q_d \cdot Lx^2 = 155,6 \text{ kN m/m'}$$

$$M_{II4} = \frac{-0,106 - 0,109}{2} \cdot q_d \cdot Lx^2 = -451,5 \text{ kN m/m'}$$

$$\varnothing_4 = 90^\circ + \varphi - 60^\circ = 60^\circ$$

⇒ Transformation (dito Pkt. 1)

$$m_{x4Bares} = -300 \text{ kN m/m'}$$

$$m_{y4Bares} = +4 \text{ kN m/m'}$$

$$m_{xy4Bares} = \underline{\underline{-263 \text{ kN m/m'}}$$

- Abschätzung der Querkräfte ermittelt mit den Bemessungstabeln
Mittelwert aus den Tabellen 1.135 a) und b) , $\sin \varphi = 0,5$, $a = 7,5\text{m}$, $b = 10\text{m}$

$$R_1 = \frac{(0,2336 + 0,1390)}{2} \cdot q_d \cdot a \cdot b = 586,8 \text{ kN}$$

$$r_1 = \frac{R_1}{1,62\text{m}/2} = 724 \text{ kN/m}$$

$$R_2 = \frac{(0,0491 + 0,0886)}{2} \cdot q_d \cdot a \cdot b = 216,9 \text{ kN}$$

$$r_2 = \frac{R_2}{1,62\text{m}} = 134 \text{ kN/m}$$

$$R_3 = \frac{(0,0873 + 0,1004)}{2} \cdot q_d \cdot a \cdot b = 295,6 \text{ kN}$$

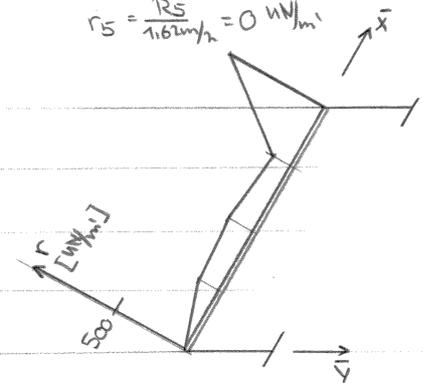
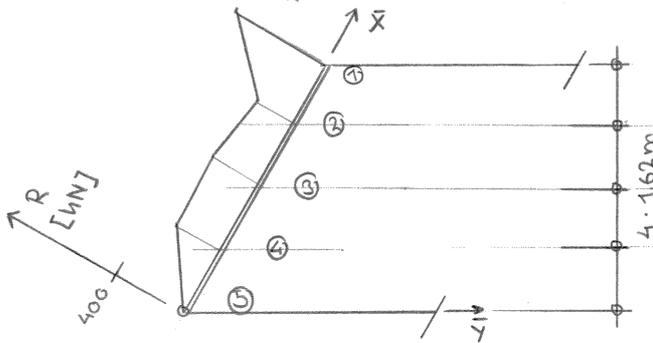
$$r_3 = \frac{R_3}{1,62\text{m}} = 182 \text{ kN/m}$$

$$R_4 = \frac{(0,0781 + 0,0896)}{2} \cdot q_d \cdot a \cdot b = 264,1 \text{ kN}$$

$$r_4 = \frac{R_4}{1,62\text{m}} = 163 \text{ kN/m}$$

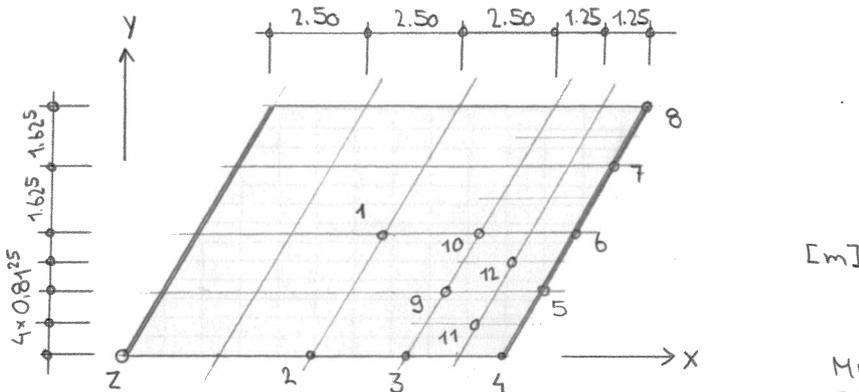
$$R_5 = \frac{(-0,0151 + 0,0155)}{2} \cdot q_d \cdot a \cdot b = 0 \text{ kN}$$

$$r_5 = \frac{R_5}{1,62\text{m}/2} = 0 \text{ kN/m}$$



- ↳ Für die Schnittkräfte resultierend aus den Bemessungstabeln [Bäves] wird keine gesonderte Bewehrung bestimmt und die Nachweise der Tragsicherheit geführt. Sie dienen als Vergleichsgröße für die Resultate aus der FEM-Berechnung.

e) Bemessung mit Hilfe der FEM-Berechnung
 • Koordinatensystem und Berechnungspunkte = 1 ÷ 12



[m]

Multiplikationsfaktor für die FEM-Resultate : $\frac{q_{rd}}{p} = \frac{42 \text{ kPa}}{100 \text{ kPa}} = 0,42$

• Resultate aus den FEM-Berechnung

Punkt P _i	Lagereinsenkung elastisch 1e ⁶ kN/m ²					Lagereinsenkung blockiert				
	m _{xi} [kN/m]	m _{yi} [kN/m]	m _{xyi} [kN/m]	v _{xi} [kN/m]	v _{yi} [kN/m]	m _{xi} [kN/m]	m _{yi} [kN/m]	m _{xyi} [kN/m]	v _{xi} [kN/m]	v _{yi} [kN/m]
1	{316} 390	{51} 35	{-170} -135	0	0	342	77	-150	0	0
2	{333} 365	{-3} 0	{-162} -92	38	8	357	10	-109	31	21
3	{295} 335	{0} 0	{-188} -130	74	0	294	10	-178	84	25
4	{-300} 32	{4} -65	{-263} -21	600	95	-287	186	-252	520	538
5	-34	-75	-53	250	178	-21	30	-17	147	105
6	-38	-17	-13	210	105	0	8	-4	130	110
7	0	0	+8	95	55	0	0	0	109	63
8	0	0	+4	105	42	0	0	0	42	10
9	280	8	-125	110	30	218	62	-138	88	36
10	235	27	-110	92	34	210	70	-100	80	34
11	175	-46	-107	195	20	74	57	-155	134	84
12	110	-17	-88	137	85	95	54	-63	115	63

{...} Klammerwerte Bemessungstabeln [Dares] als Vergleichsgröße

-) Nachweis der Tragsicherheit (Biegung und Schub) für die FEM-Berechnung mit der Lagernachgiebigkeit 1e⁶ kN/m² ⇒ nachf. Method - Ausdruck

Nachweis der Tragsicherheit Biegung

Grundlagengrößen

Beton $f_{cd} := 20\text{MPa}$ Betonstahl $f_{sd} := 435\text{MPa}$

Überdeckung $c_{nom} := 55\text{mm}$ Statische Höhen

$$d_{14} := 450\text{mm} - c_{nom} - \frac{30\text{mm}}{2} = 380\text{mm}$$

Stababstand $s := 200\text{mm}$

konstant für die gesamte Bewehrung $d_{23} := 450\text{mm} - c_{nom} - 30\text{mm} - \frac{16\text{mm}}{2} = 357\text{mm}$

Wahl der Biegebewehrung

$i := 0..11$ Index für die Punkte 1 bis 12

Gewählte Bewehrungsfläche a_{sinf} der unteren Biegebewehrung (inf) in den schiefen Bewehrungsrichtungen ξ (1. Lage) und η (2. Lage) für die Punkte 1 bis 12 (in aufsteigender Matrixreihenfolge).

$$a_{s\xi inf} := \begin{bmatrix} 30 \\ 30 \\ 30 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ 30 \\ 30 \\ 22 \\ 22 \end{bmatrix} \text{mm} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{s}$$

$$a_{s\eta inf} := \begin{bmatrix} 14 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \end{bmatrix} \text{mm} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{s}$$

Gewählte Bewehrungsfläche a_{ssup} der oberen Biegebewehrung (sup) in den schiefen Bewehrungsrichtungen ξ (4. Lage) und η (3. Lage) für die Punkte 1 bis 12 (in aufsteigender Matrixreihenfolge).

$$a_{s\xi sup} := \begin{bmatrix} 14 \\ 14 \\ 20 \\ 20 \\ 20 \\ 20 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ 20 \\ 14 \\ 20 \\ 20 \end{bmatrix} \text{mm} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{s}$$

$$a_{s\eta sup} := \begin{bmatrix} 14 \\ 14 \\ 20 \\ 20 \\ 20 \\ 20 \\ 14 \\ 14 \\ 14 \\ 20 \\ 14 \\ 20 \\ 20 \end{bmatrix} \text{mm} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{s}$$

Zugehörige Biege widerstände in den schiefen Bewehrungsrichtungen

Untere Bewehrung

$$m_{\xi uinf_i} := a_{s\xi inf_i} \cdot f_{sd} \cdot \left(d_{14} - \frac{a_{s\xi inf_i} \cdot f_{sd}}{2 \cdot f_{cd}} \right)$$

$$m_{\eta uinf_i} := a_{s\eta inf_i} \cdot f_{sd} \cdot \left(d_{23} - \frac{a_{s\eta inf_i} \cdot f_{sd}}{2 \cdot f_{cd}} \right)$$

$$m_{\xi uinf_i} =$$

525
525
525
297
297
297
297
297
297
525
525
297
297

·kN· $\frac{m}{m}$

$$m_{\eta uinf_i} =$$

117
117
117
117
117
117
117
117
117
117
117
117
117
117

·kN· $\frac{m}{m}$

Obere Bewehrung

$$m_{\xi usup_i} := a_{s\xi sup_i} \cdot f_{sd} \cdot \left(d_{14} - \frac{a_{s\xi sup_i} \cdot f_{sd}}{2 \cdot f_{cd}} \right)$$

$$m_{\eta usup_i} := a_{s\eta sup_i} \cdot f_{sd} \cdot \left(d_{23} - \frac{a_{s\eta sup_i} \cdot f_{sd}}{2 \cdot f_{cd}} \right)$$

$$m_{\xi usup_i} =$$

124
124
248
248
248
124
124
124
248
124
248
248

·kN· $\frac{m}{m}$

$$m_{\eta usup_i} =$$

117
117
232
232
232
117
117
117
232
117
232
232

·kN· $\frac{m}{m}$

Obere Bewehrung

$$m_{x\text{usup}_i} := m_{\xi\text{usup}_i} \cdot \cos(\beta_{\xi})^2 + m_{\eta\text{usup}_i} \cdot \cos(\beta_{\eta})^2$$

$$m_{y\text{usup}_i} := m_{\xi\text{usup}_i} \cdot \sin(\beta_{\xi})^2 + m_{\eta\text{usup}_i} \cdot \sin(\beta_{\eta})^2$$

$$m_{xy\text{usup}_i} := m_{\xi\text{usup}_i} \cdot \sin(\beta_{\xi}) \cdot \cos(\beta_{\xi}) + m_{\eta\text{usup}_i} \cdot \sin(\beta_{\eta}) \cdot \cos(\beta_{\eta})$$

$m_{x\text{usup}_i} =$												
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>154</td></tr><tr><td>154</td></tr><tr><td>306</td></tr><tr><td>306</td></tr><tr><td>306</td></tr><tr><td>154</td></tr><tr><td>154</td></tr><tr><td>154</td></tr><tr><td>306</td></tr><tr><td>154</td></tr><tr><td>306</td></tr><tr><td>306</td></tr></table> · kN· $\frac{\text{m}}{\text{m}}$	154	154	306	306	306	154	154	154	306	154	306	306
154												
154												
306												
306												
306												
154												
154												
154												
306												
154												
306												
306												

$m_{y\text{usup}_i} =$												
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>88</td></tr><tr><td>88</td></tr><tr><td>174</td></tr><tr><td>174</td></tr><tr><td>174</td></tr><tr><td>88</td></tr><tr><td>88</td></tr><tr><td>88</td></tr><tr><td>174</td></tr><tr><td>88</td></tr><tr><td>174</td></tr><tr><td>174</td></tr></table> · kN· $\frac{\text{m}}{\text{m}}$	88	88	174	174	174	88	88	88	174	88	174	174
88												
88												
174												
174												
174												
88												
88												
88												
174												
88												
174												
174												

$m_{xy\text{usup}_i} =$													
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>51</td></tr><tr><td>51</td></tr><tr><td>101</td></tr><tr><td>101</td></tr><tr><td>101</td></tr><tr><td>51</td></tr><tr><td>51</td></tr><tr><td>51</td></tr><tr><td>101</td></tr><tr><td>101</td></tr><tr><td>51</td></tr><tr><td>101</td></tr><tr><td>101</td></tr></table> · kN· $\frac{\text{m}}{\text{m}}$	51	51	101	101	101	51	51	51	101	101	51	101	101
51													
51													
101													
101													
101													
51													
51													
51													
101													
101													
51													
101													
101													

Biegemomente (Auswirkungen) im globalen x, y Koordinatensystem [FEM Berechnung]

$m_x :=$												
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>390</td></tr><tr><td>365</td></tr><tr><td>335</td></tr><tr><td>32</td></tr><tr><td>-34</td></tr><tr><td>-38</td></tr><tr><td>0</td></tr><tr><td>0</td></tr><tr><td>280</td></tr><tr><td>235</td></tr><tr><td>175</td></tr><tr><td>110</td></tr></table> kN· $\frac{\text{m}}{\text{m}}$	390	365	335	32	-34	-38	0	0	280	235	175	110
390												
365												
335												
32												
-34												
-38												
0												
0												
280												
235												
175												
110												

$m_y :=$												
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>35</td></tr><tr><td>0</td></tr><tr><td>0</td></tr><tr><td>-65</td></tr><tr><td>-75</td></tr><tr><td>-17</td></tr><tr><td>0</td></tr><tr><td>0</td></tr><tr><td>8</td></tr><tr><td>27</td></tr><tr><td>-46</td></tr><tr><td>-17</td></tr></table> kN· $\frac{\text{m}}{\text{m}}$	35	0	0	-65	-75	-17	0	0	8	27	-46	-17
35												
0												
0												
-65												
-75												
-17												
0												
0												
8												
27												
-46												
-17												

$m_{xy} :=$												
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>135</td></tr><tr><td>92</td></tr><tr><td>130</td></tr><tr><td>21</td></tr><tr><td>53</td></tr><tr><td>13</td></tr><tr><td>8</td></tr><tr><td>4</td></tr><tr><td>125</td></tr><tr><td>110</td></tr><tr><td>107</td></tr><tr><td>88</td></tr></table> kN· $\frac{\text{m}}{\text{m}}$	135	92	130	21	53	13	8	4	125	110	107	88
135												
92												
130												
21												
53												
13												
8												
4												
125												
110												
107												
88												

Kontrolle der Fließbedingung für die positiven Biegegewiderstände

$$Y_{inf_i} := (m_{xyinf_i} - m_{xy_i})^2 - (m_{xinf_i} - m_{x_i}) \cdot (m_{yinf_i} - m_{y_i})$$

$$Y_{inf_i} = \begin{pmatrix} -1501 \\ -14854 \\ -12886 \\ -44017 \\ -58554 \\ -36673 \\ -26753 \\ -26397 \\ -16276 \\ -15798 \\ -17014 \\ -21207 \end{pmatrix} \cdot \left(\text{kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}} \right)^2 < \mathbf{0 \text{ i. O.}}$$

wobei $m_{xinf_i} - m_{x_i} =$ und $m_{yinf_i} - m_{y_i} =$

164
189
219
294
360
364
326
326
274
319
151
216

 $\cdot \text{kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$

53
88
88
153
163
105
88
88
80
61
134
105

 $\cdot \text{kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$

$> \mathbf{0 \text{ i. O.}}$

$> \mathbf{0 \text{ i. O.}}$

Kontrolle der Fließbedingung für die negativen Biegegewiderstände

$$Y_{sup_i} := (m_{xyusup_i} + m_{xy_i})^2 - (m_{xusup_i} + m_{x_i}) \cdot (m_{yusup_i} + m_{y_i})$$

$$Y_{sup_i} = \begin{pmatrix} -32190 \\ -25083 \\ -58505 \\ -22134 \\ -3402 \\ -4118 \\ -10020 \\ -10473 \\ -55893 \\ -18739 \\ -18583 \\ -29842 \end{pmatrix} \cdot \left(\text{kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}} \right)^2 < \mathbf{0 \text{ i. O.}}$$

wobei $m_{xusup_i} + m_{x_i} =$ und $m_{yusup_i} + m_{y_i} =$

544
519
641
338
272
116
154
154
586
389
481
416

 $\cdot \text{kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$

123
88
174
109
99
71
88
88
182
115
128
157

 $\cdot \text{kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$

$> \mathbf{0 \text{ i. O.}}$

$> \mathbf{0 \text{ i. O.}}$

Nachweis der Tragsicherheit Querkraft

Querkräfte (Auswirkungen) im globalen x, y Koordinatensystem [FEM Berechnung]

$$v_x := \begin{pmatrix} 0 \\ 38 \\ 74 \\ 600 \\ 250 \\ 210 \\ 95 \\ 105 \\ 110 \\ 92 \\ 195 \\ 137 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$v_y := \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \\ 95 \\ 178 \\ 105 \\ 55 \\ 42 \\ 30 \\ 34 \\ 20 \\ 85 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Hauptquerkräfte und deren Richtung

$$v_{0_i} := \sqrt{(v_{x_i})^2 + (v_{y_i})^2}$$

$$\varphi_{0_i} := \text{atan} \left(\frac{v_{y_i}}{v_{x_i}} \right)$$

$$v_{0_i} = \begin{matrix} 0 \\ 39 \\ 74 \\ 607 \\ 307 \\ 235 \\ 110 \\ 113 \\ 114 \\ 98 \\ 196 \\ 161 \end{matrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\varphi_{0_i} = \begin{matrix} 0 \\ 11.889 \\ 0 \\ 8.997 \\ 35.451 \\ 26.565 \\ 30.069 \\ 21.801 \\ 15.255 \\ 20.283 \\ 5.856 \\ 31.817 \end{matrix} .^\circ$$

Wahl der Bügelbewehrung

Bügeldurchmesser

$$a_{sw} := \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 16 \\ 16 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 16 \\ 16 \end{pmatrix} \text{mm} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{s^2}$$

0
39
74
607
307
235
110
113
114
98
196
161

0
11.889
0
8.997
35.451
26.565
30.069
21.801
15.255
20.283
5.856
31.817

Zugehörige Querkraftwiderstand

Hebelarm ca. $d_v := 330\text{mm}$

Druckfeldneigung $\alpha := 45^\circ$ gewählt

$$v_u := a_{sw} \cdot d_v \cdot f_{sd} \cdot \cot(\alpha)$$

$$v_{u,i} =$$

282
282
282
722
722
282
282
282
282
282
282
722
722

$\cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

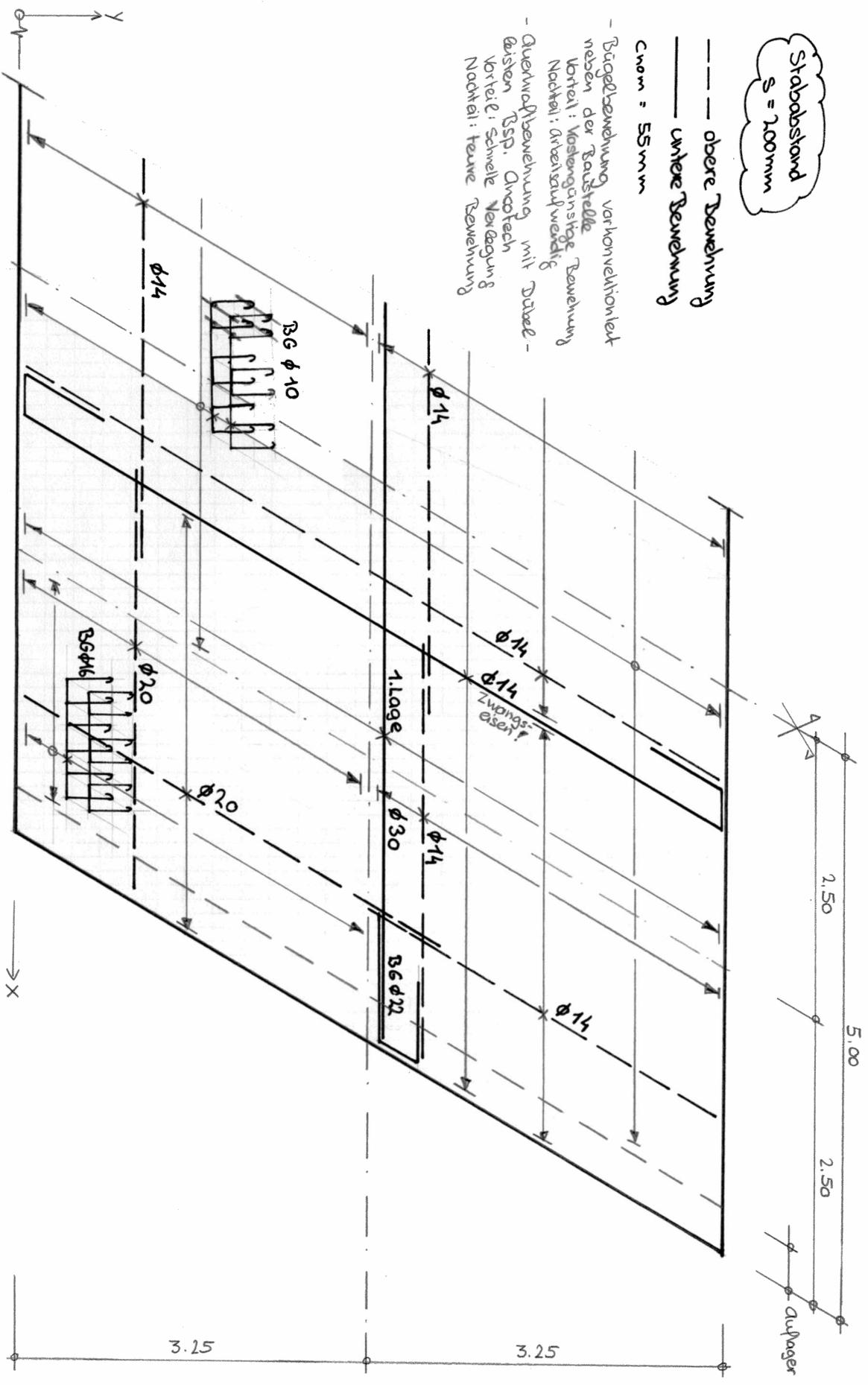
Nachweis Querkraft

$$v_u - v_0 = \begin{pmatrix} 281.86 \\ 243.027 \\ 207.86 \\ 114.087 \\ 414.667 \\ 47.073 \\ 172.087 \\ 168.771 \\ 167.842 \\ 183.778 \\ 525.538 \\ 560.334 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} > 0 \text{ i. O.}$$

Stababstand
 $s = 100\text{mm}$

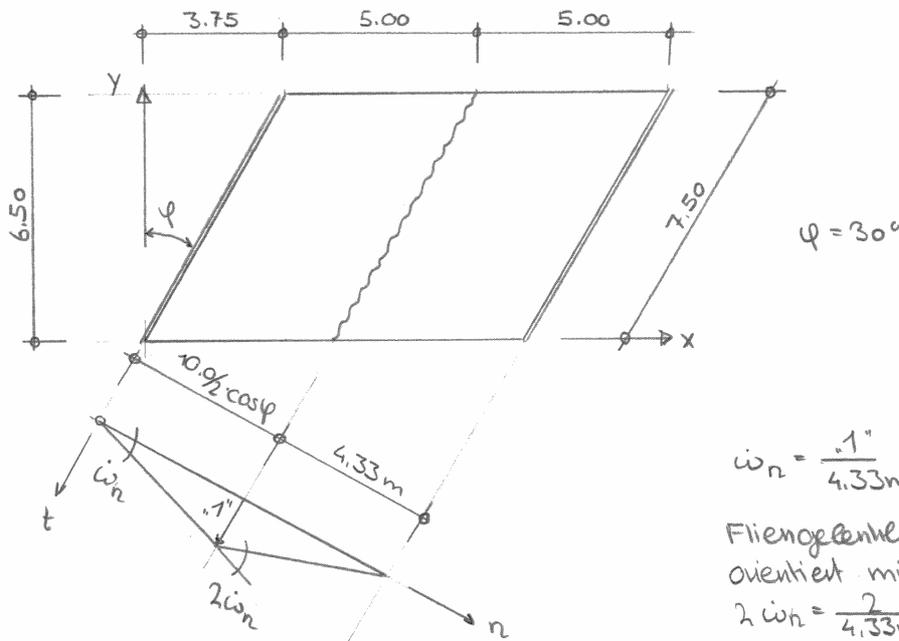
--- obere Bewehrung
 — untere Bewehrung
 $c_{nom} = 55\text{mm}$

- Bügelbewehrung vorverankert neben der Baustelle
- Vorteil: kostengünstige Bewehrung
- Nachteil: Arbeitseffektivität
- Quertwirtsbewehrung mit Dübel
- Eisen Bsp. Anoptech
- Vorteil: schnelle Verlegung
- Nachteil: teure Bewehrung



g) Oberer Grenzwert der Traglast → Fliessgelenklinienmethode

• Mechanismus



$$\omega_n = \frac{0.1}{4.33m}$$

Fliessgelenklinie in t-Richtung orientiert mit der Gelenkrotation

$$2 \delta_n = \frac{0.2}{4.33m}$$

• Äussere Arbeit

$$W = q_{ud} \cdot 10m \cdot 6.5m \cdot 0.1m \cdot \frac{1}{2}$$

• Innere Arbeit (Fliessgelenk), Dissipationsarbeit

Allgemein gilt $dD = m_n \cdot \omega_n \cdot dt$ und somit $D = \sum m_{ni} \cdot \omega_{ni} \cdot t_i$

Transformation der Biegeverstände m_{xu}, m_{yu} und m_{xyu} in die n -Richtung:

$$m_{nu} = m_{xu} \cdot \cos^2 \varphi + m_{yu} \cdot \sin^2 \varphi + 2 m_{xyu} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi$$

mit $m_{xu} = 554 \text{ kNm/m}^2$
 $m_{yu} = 88 \text{ kNm/m}^2$
 $m_{xyu} = 51 \text{ kNm/m}^2$ } Page 15 Punkte 1 oder 2

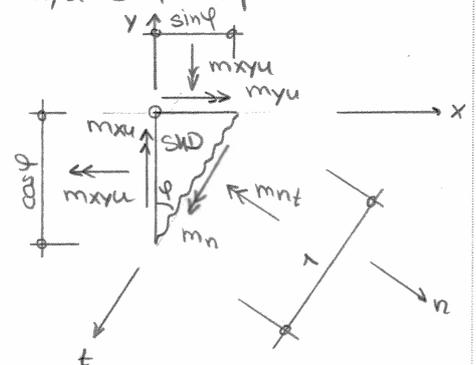
$$\Rightarrow m_{nu} = 481.6 \text{ kNm/m}^2$$

$$D = m_{nu} \cdot 2 \omega_n \cdot 7.50m = 1668 \text{ kNm/m}^2$$

↳ Traglast

$$q_{ud} \leq \frac{D}{W} = \frac{D}{10m \cdot 6.5m \cdot \frac{1}{2}} \leq 51.3 \text{ kPa}$$

$$q_{ud} \leq 51.3 \text{ kPa} > q_{d} = 42 \text{ kPa} \quad \text{i.O.}$$



• Analog erhält man die Dissipationsarbeit direkt mit den Biegeverständen m_{xu}, m_{yu}, m_{xyu} mit den Gelenkrotationen $\omega_x = \omega_n \cdot \cos \varphi$ und $\omega_y = \omega_n \cdot \sin \varphi$ durch:

$$D = (m_{xu} \cdot dy + m_{xyu} \cdot dx) \cdot \omega_x + (m_{yu} \cdot dx + m_{xyu} \cdot dy) \cdot \omega_y \quad [\text{Vorlesung SB4}] \quad dx = 3.75m, dy = 6.50m$$

• Setzt man für die Biegeverstände die aus der FEM Berechnung resultierenden Biegemomente (Auswirkungen) ein wird $q_{ud} = q_{d} \Rightarrow$ vollständige Lösung; Analog einfacher Balken

Zusammenfassung

Erfolgt die Bemessung anhand einer einfachen Streifenmethode, resultiert ein unterer Grenzwert im Rahmen der Plastizitätstheorie. Das Tragverhalten der Platte wird insbesondere in den stumpfen Ecken ungenügend berücksichtigt. Nicht desto trotz kann die Traglast der Platte (unter der Bedingung einer duktilen konstruktiven Durchbildung) erreicht werden; in den stumpfen Ecken resultieren, aufgrund der grossen erforderlichen Umlagerungen, Risse.

Die Bemessungstabeln und die FEM Berechnung widerspiegeln ebenfalls einen möglichen Gleichgewichtszustand. Der Vorteil dieser Berechnungsmethoden ist die stärkere Anlehnung an das elastische Tragverhalten der Platte. Schwierigkeiten entstehen unter anderem bei der Wahl der Lagernachgiebigkeit und in der Interpretation der Resultate bei Singularitäten (Spannungsspitzen). In jedem Fall sollten die Resultate einer FEM-Analyse mit Hilfe einer einfachen Handrechnung auf ihre Plausibilität hin überprüft werden.

Ausblick

Dem Nachweis der Biegetragsicherheit mittels der Normalmomenten-Fliessbedingung wurde ein oberer Grenzwert der Plastizitätstheorie (kinematische Methode) zu Grunde gelegt. Insbesondere in den stumpfen Ecken der schief gelagerten Platte mit den erhöhten Drillmomentenbeanspruchungen (und Querkraftbeanspruchungen) kann dieses Nachweisverfahren den Tragwiderstand überschätzen. In solchen Bereichen ist das Tragverhalten mit Hilfe der Sandwichmodellvorstellungen (unterer Grenzwert der Plastizitätstheorie) genauer zu untersuchen, wobei die Abweichung der Hauptquerkraft zur Hauptmomentenrichtung berücksichtigt werden und den Sandwichdeckeln der Anteil aus der Querkraft zugeordnet werden kann.