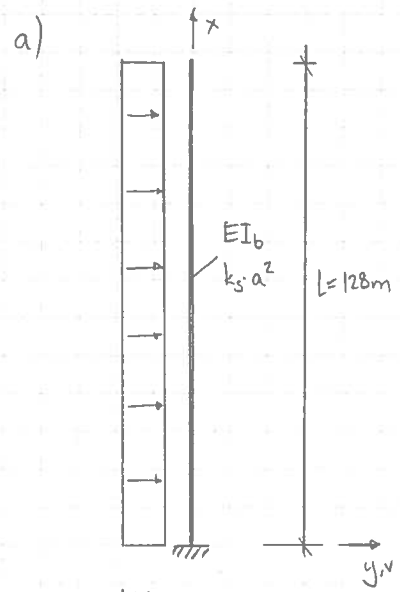
a)



gekoppelter Biegeträger:

$$EI_b \cdot w'''' - k_s a^2 w'' = q_z$$

Analoge Differentialgleichungen:

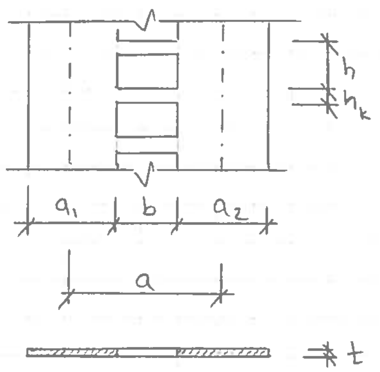
Zugstab : $EI_y w'''' - N \cdot w'' = q_z$

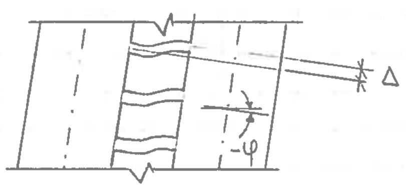
gemischte Torsion : $EI_\omega \cdot \vartheta'''' - GI_x \cdot \vartheta'' = m_x$

komb. Schub-/Biegeträger: $EI_y \cdot w'''' - GA_v \cdot w'' = q_z$

$q_0 = 36\ kN/m$ pro gekoppelter Biegeträger

$E_c = 32\ GPa$



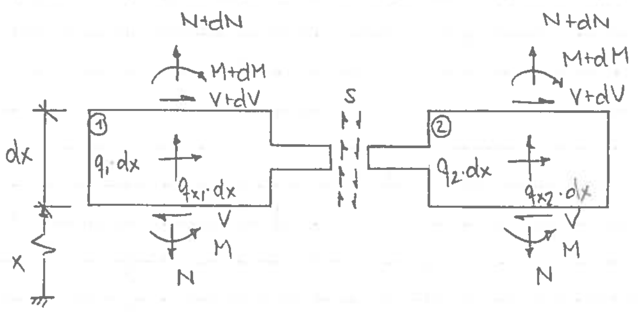


$\Delta = -\varphi \cdot a = w' \cdot a$

(Wanddehnungen vernachlässigt)

$$\Delta = \frac{Vb^3}{12 EI_k}$$

"verschmierte" Schubkraft: $s = \frac{V}{h} = \underbrace{\frac{12 EI_k}{hb^3}}_{k_s} \cdot \Delta$



① $\frac{dN_1}{dx} = -q_{x1} - s$

$\frac{dM_1}{dx} = V_1 - s \cdot \frac{1}{2}(a_1 + b) = V_1 - m_1$

$\frac{dV_1}{dx} = -q_1$

② sinngemäss

- Verformungen: $M_1 = EI_1 \cdot \varphi_1' = -EI_1 \cdot w''$

- totale Schnittgrössen in den Biegeträgen:

$$M_b = M_1 + M_2 = -EI_1 \cdot w_1'' - EI_2 \cdot w_2'' = -EI_b \cdot w'' \qquad \text{da } w_1 = w_2$$

$$\text{mit } I_b = I_1 + I_2$$

$$V_{tot} = V_1 + V_2 = \frac{dM_1}{dx} + m_1 + \frac{dM_2}{dx} + m_2 = \frac{dM_b}{dx} + m_1 + m_2$$

$$m_1 + m_2 = \frac{s}{2}(a_1 + b) + \frac{s}{2}(a_2 + b) = s \cdot \left(b + \frac{a_1 + a_2}{2}\right) = s \cdot a$$

$$\rightarrow V_{tot} = \frac{dM_b}{dx} + s \cdot a = \frac{dM_b}{dx} + \Delta \cdot k_s \cdot a = \frac{dM_b}{dx} - \varphi \cdot a^2 \cdot k_s = \frac{dM_b}{dx} + k_s a^2 w'$$

$$\underline{= -EI_b w''' + k_s a^2 w'}$$

Mit $\frac{dV_{tot}}{dx} = -q_z$: $\underline{q_z = EI_b w'''' - k_s a^2 w''}$

Lösung mit $\lambda^2 = \frac{k_s a^2}{EI_b}$ und $w_{part}(x) = -\frac{q_0 x^2}{2 k_s a^2}$

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cosh(\lambda x) + C_4 \sinh(\lambda x) + w_{part}(x)$$

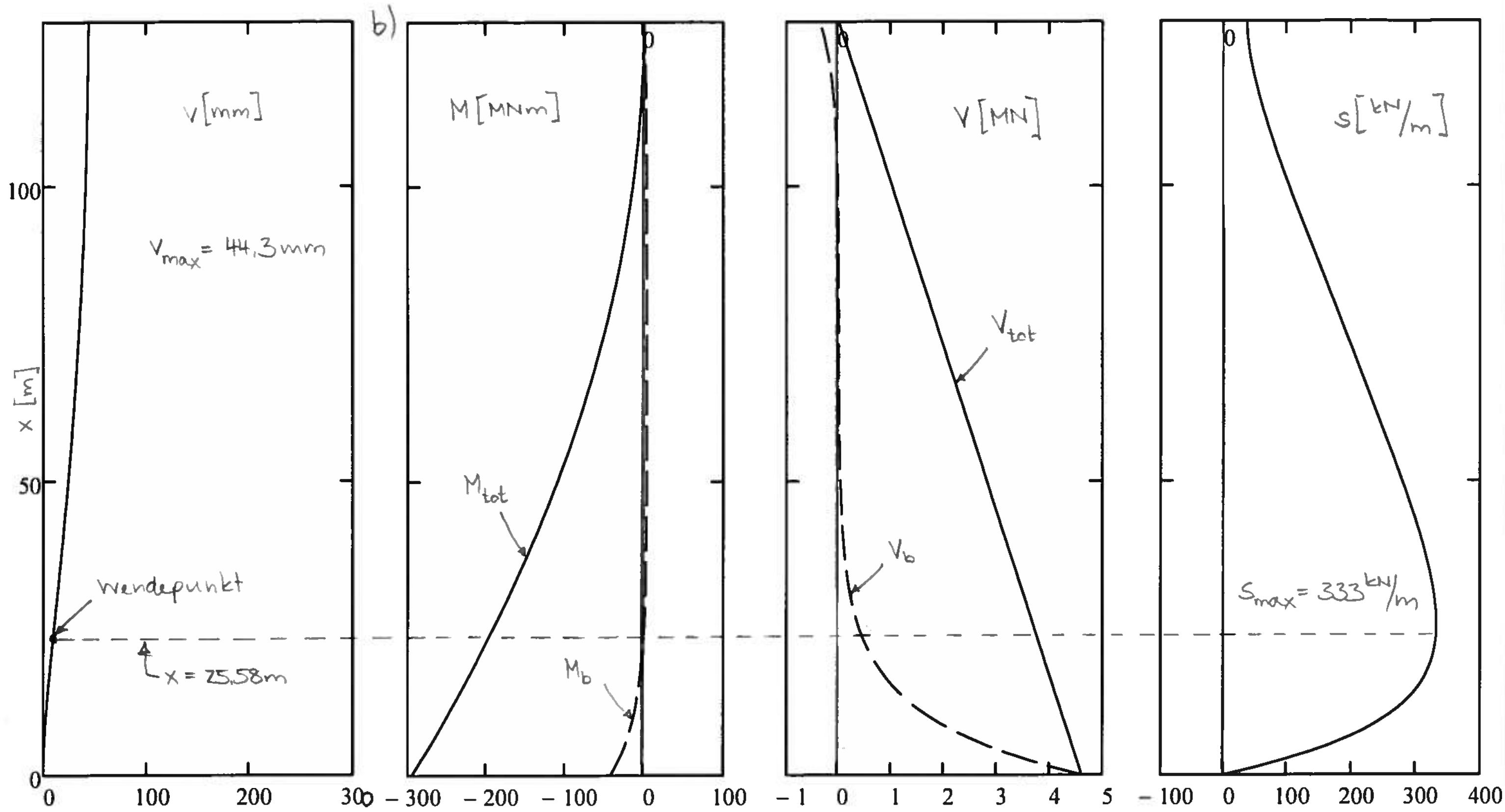
- Randbedingungen bei $x=0$:
  - Verschiebung: $w(0) = 0$
  - Verdrehung: $w'(0) = 0$

- Randbedingungen bei $x=l$:
  - Moment im Biegeträger: $M_b(l) = 0 \longrightarrow w''(l) = 0$
  - Gesamtquerkraft: $V_{tot}(l) = 0 \longrightarrow -EI_b w'''(l) + k_s a^2 w'(l) = 0$

$\Longrightarrow$ Lösung mit Mathcad!

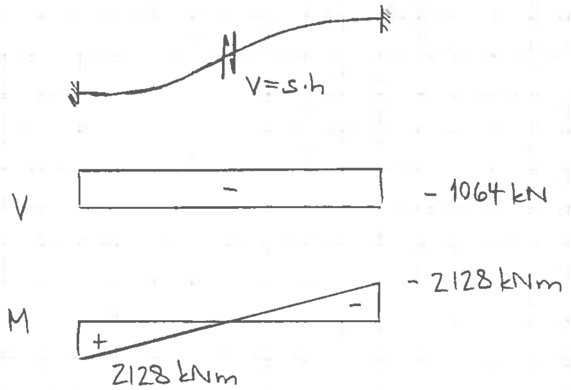
$I_1 = I_2 = \frac{6 \cdot 0.5^3}{12} = 9\,m^4$ $\qquad a = 4 + \frac{1}{2}(6+6) = 10\,m$ $\qquad I_b = I_1 + I_2 = 18\,m^4$

$I_k = \frac{0.9 \cdot 0.5^3}{12} = 0.03\,m^4$ $\qquad k_s = \frac{12 \cdot 32000 \cdot 0.03}{3.2 \cdot 4^3} = 56.95\ MN/m^2$ $\qquad k_s \cdot a^2 = 5695\ MN$

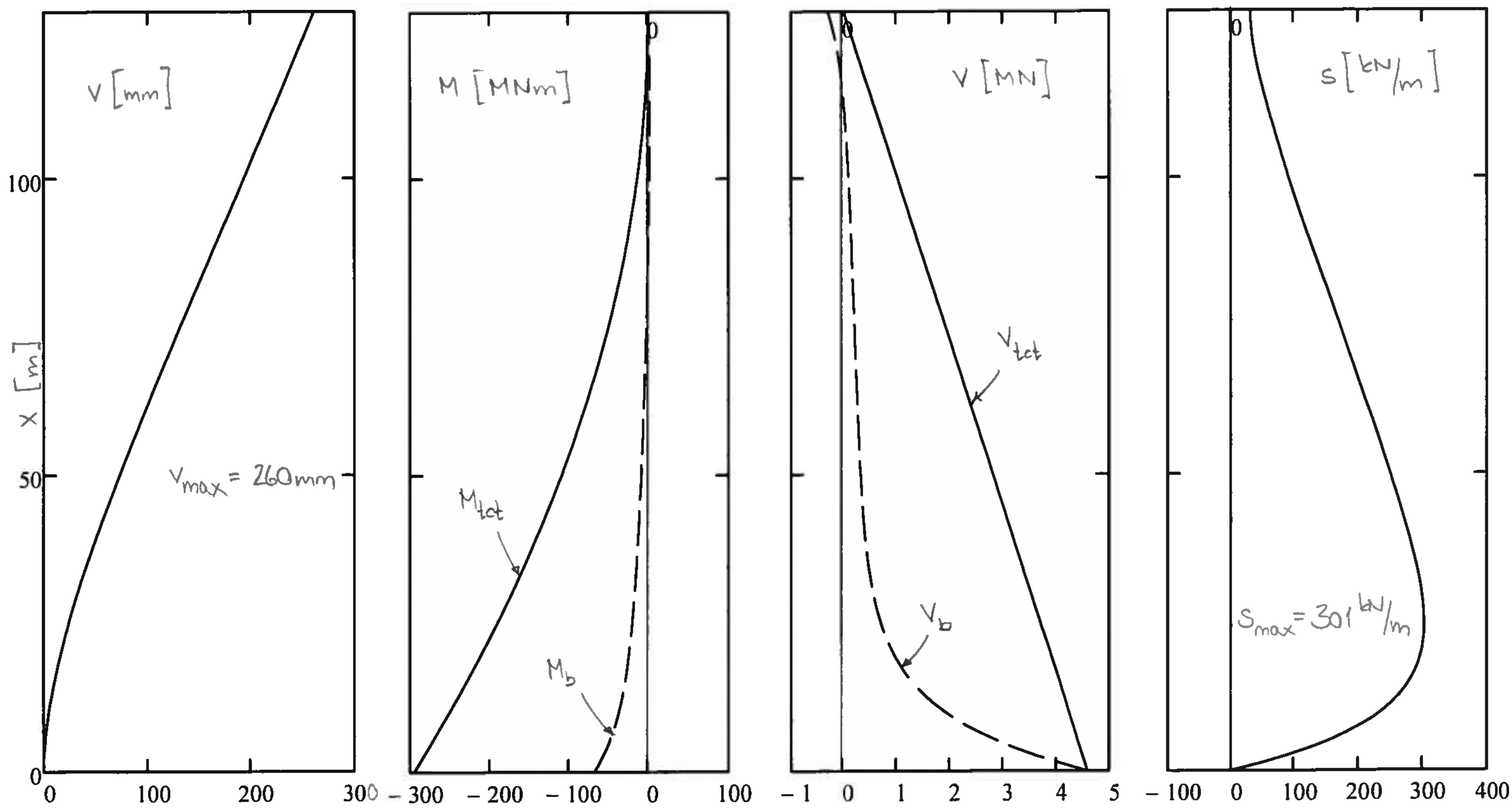


- Die Kopfauslenkung unter Vernachlässigung der Wanddehnung beträgt $v = 44.3$ mm
- Das Biegemoment im Biegeträger entspricht $M_b = -EI_b \cdot w''(x)$ und beträgt $M_{b,max} = -42.7$ MNm in der Einspannung.
- Die Querkraft im Biegeträger entspricht $V_b = M_b'(x)$.
- Der Schubfluss entspricht $s = \frac{1}{a} \cdot (V_{tot} - M_b')$ und erreicht das Maximum im Wendepunkt der Biegelinie bei $x = 25.58$m mit $s_{max} = 333$ kN/m. Die maximale Querkraft im Schubwandverbindungsträger beträgt $V_{max} = h \cdot s_{max} = 1064$ kN.
- Die Normalkraft in den Biegeträgern erhält man durch Integration des Schubflusses. Sie beträgt am Fuss $N_{max} = \int_0^l s(x)\,dx = 25.2$ MN.
- Momentengleichgewicht am Fuss $-\frac{q_0 l^2}{2} + N_{max} \cdot a - M_b(0) = 0$ i.O.

- Schnittkraftverläufe in den Schubwandverbindungsträgern:



Vergleich: Berücksichtigung der Wanddehnung nach Marti (2012), *Baustatik*, S. 343:



- Kopplungswirkung deutlich kleiner wegen der kleineren Relativverschiebung Δ. Kopfauslenkung wesentlich grösser: v_{max} = 260mm.