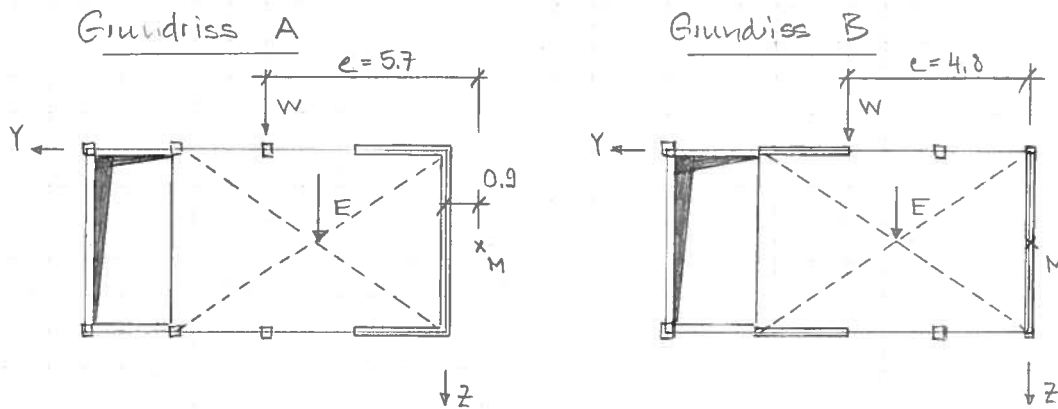


- a) In der Ersatzstabtheorie entspricht der Schubmittelpunkt dem Steifigkeitszentrum.



→ siehe Vorlesungsbeispiel  
in der Autographie (S.13)

$$Y_M = \frac{\sum I_{y,i} \cdot Y_i}{\sum I_{y,i}} = 0$$

$$Z_M = \frac{\sum I_{z,i} \cdot Z_i}{\sum I_{z,i}} = \frac{0.3 \cdot 2.7^3}{12} \cdot 4.8}{2 \cdot \frac{0.3 \cdot 2.7^3}{12}} = 2.4 \text{ m}$$

- b) Wind: Resultierende greift im geometrischen Zentrum der Fassade an.  
Erdbeben: Resultierende greift im Massenschwerpunkt an.  
Da das Gewicht der Decken dominiert, so wie in der Zeichnung gezeigt.

c) Grundriss A:  $I_w^A = 6.9673 \text{ m}^6$ ,  $I_x^A = 0.0864 \text{ m}^4$  (siehe VL)

$$A^A = 2.4 \cdot 8 \cdot 0.3 = 2.88 \text{ m}^2$$

$$I_y^A = 2 \cdot 2.4^3 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot \frac{4.8^3}{12} = 11.06 \text{ m}^4$$

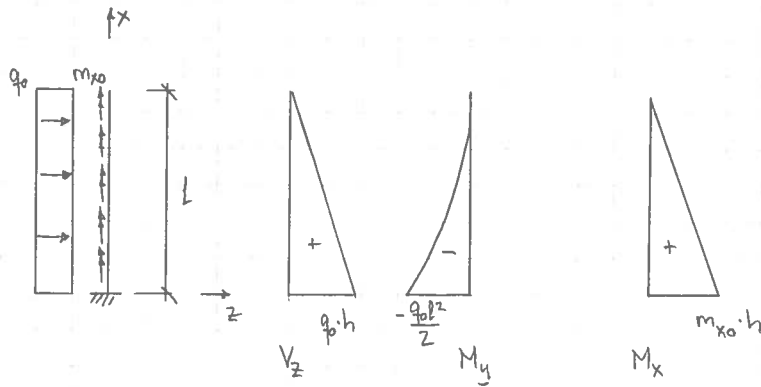
Grundriss B:

$$I_w^B = \sum_i I_{y,i} \cdot y_{Mi}^2 + \sum_i I_{z,i} \cdot z_{Mi}^2 = 2 \cdot \frac{0.3 \cdot 2.7^3}{12} \cdot 2.4^2 = 5.6678 \text{ m}^6$$

$$I_x^B = \sum_i \frac{b_i^3 h_i}{3} = \frac{1}{3} \cdot 0.3^3 (2 \cdot 2.7 + 5.1) = 0.0945 \text{ m}^4$$

$$A^B = 2 \cdot 2.7 \cdot 0.3 + 5.1 \cdot 0.3 = 3.15 \text{ m}^2$$

$$I_y^B = 2 \cdot 2.7 \cdot 0.3 \cdot 2.4^2 + 0.3 \cdot \frac{5.1^3}{12} = 12.65 \text{ m}^4$$



$$q_0 = 3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 9,6 \text{m} = 28,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$m_{x0} = q_0 \cdot e$$

mit e: Abstand vom Kraftangriffspunkt zum Schubmittelpunkt.

• Reine Wölbkrafttorsion:  $m_x = EI_w \cdot \theta''''$

Analogien:

$$m_x = EI_w \cdot \theta''''$$



$$q_z = EI \cdot w''''$$

$$\theta_{\text{max}} = \frac{m_{x0} l^4}{8EI_w}$$

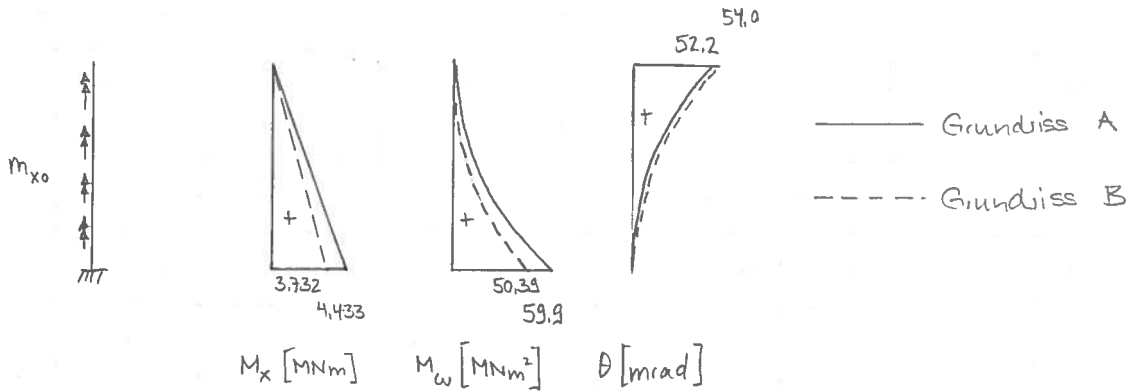


$$w_{\text{max}} = \frac{q_0 l^4}{8EI_y}$$

$$M_{w,\text{max}} = \frac{m_{x0} l^2}{2}$$

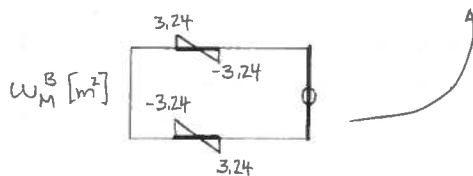


$$M_{\text{max}} = -\frac{q_0 l^2}{2}$$



$$\sigma_x = -\frac{M_w}{I_w} \cdot w$$

	$M_{x,\text{max}}$	$M_{w,\text{max}}$	$I_w$	$w_{M,\text{max}}$	$\sigma_{x,w,\text{max}}$
A	4.43	59,9	6.967	3,6	31,0
B	3,73	50,4	5.668	3,24	28,8
	MNm	MNm <sup>2</sup>	m <sup>6</sup>	m <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>





Baustatik III	Musterlösung	Page 4/6
Hausübung 7		LT/ 6.11.13

Randbedingungen:

- Verdrehung bei  $x=0$ :  $\vartheta(0)=0 \rightarrow c_1+c_3=0$  (1)
- Verschiebung bei  $x=0$ :  $u(0,y,z)=0 \rightarrow \vartheta'(0)=0 \rightarrow c_2+\lambda c_4=0$  (2)
- Bimoment bei  $x=l$ :  $M_w(l)=0 = EI_w \vartheta'' \rightarrow \vartheta''(l)=0$   
 $\rightarrow c_3 \cosh(\lambda l) + c_4 \sinh(\lambda l) = \frac{m_{x0}}{\lambda^2 GI_x}$  (3)
- Gesamtdrehion bei  $x=l$ :  $T_s(l)+T_w(l)=0 \rightarrow GI_x \vartheta'(l) - EI_w \vartheta'''(l) = 0$   
 $\rightarrow \lambda^2 \vartheta'(l) - \vartheta'''(l) = 0$   
 $\rightarrow c_2 - \frac{m_{x0}}{GI_x} l = 0$  (4)

Einsetzen: (4):  $c_2 = \frac{m_{x0}}{GI_x} l$  mit (2):  $c_4 = -\frac{m_{x0}}{GI_x} \cdot \frac{l}{\lambda}$

mit (3):  $c_3 = \frac{m_{x0}}{GI_x \cosh(\lambda l)} \cdot \left( \frac{1}{\lambda^2} + \frac{l \sinh(\lambda l)}{\lambda} \right) = -c_1$

$$\Rightarrow \vartheta(x) = \frac{m_{x0}}{GI_x} \left[ l \left( x - \frac{\sinh(\lambda x)}{\lambda} \right) + \frac{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{l \sinh(\lambda l)}{\lambda}}{\cosh(\lambda l)} \cdot (\cosh(\lambda x) - 1) - \frac{x^2}{2} \right]$$

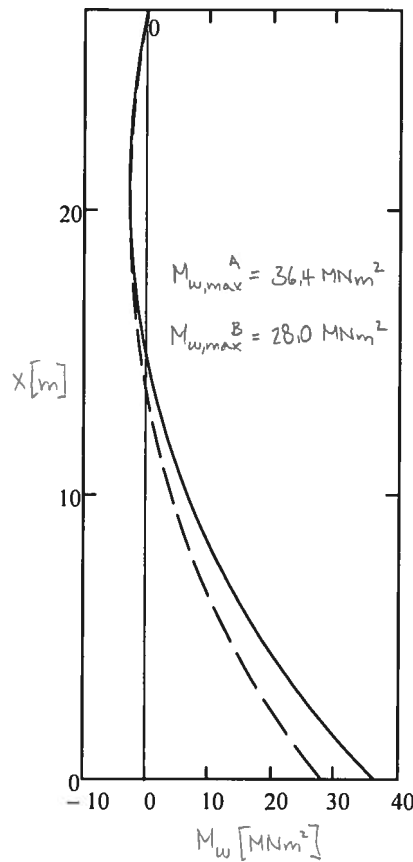
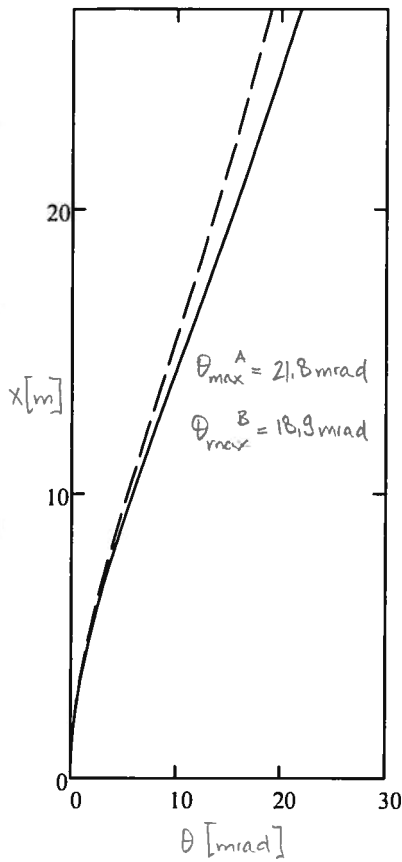
$$T_s(x) = GI_x \cdot \vartheta'$$

$$M_w(x) = EI_w \cdot \vartheta''$$

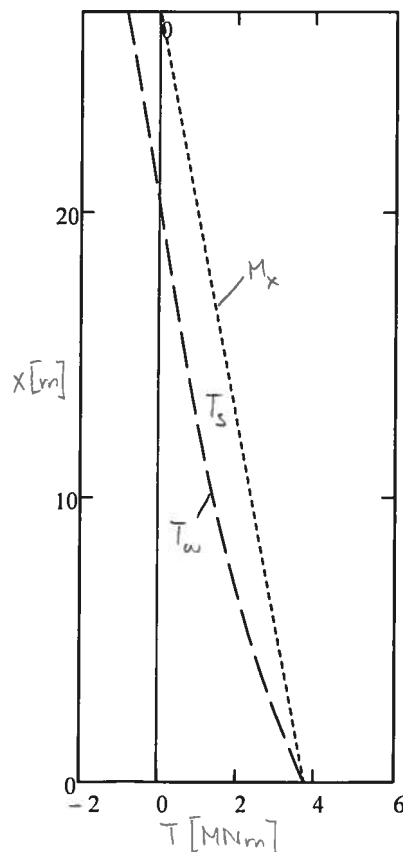
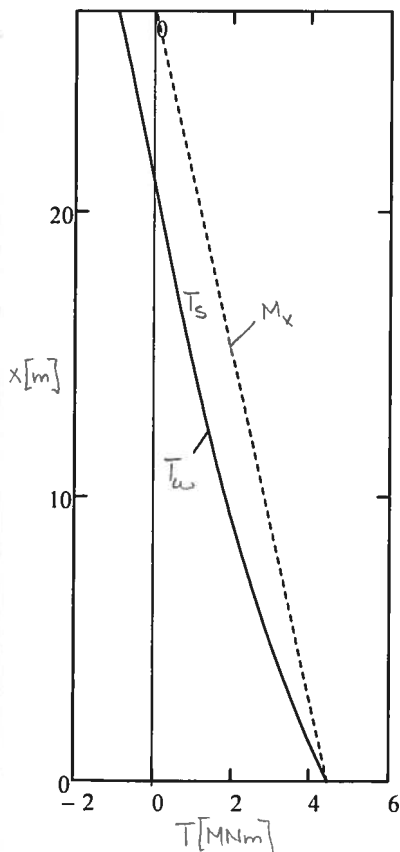
$$T_w(x) = -EI_w \cdot \vartheta'''$$

Reche mit  $E = 30 \text{ kN/mm}^2$  und  $G = 12.5 \text{ kN/mm}^2$

	$EI_w$	$GI_x$
A	209	1080
B	170	1181
	$\text{GNm}^4$	$\text{MNm}^2$



— Grundriss A  
 - - - Grundriss B



	A	B	
$M_{w,max}$	36,4	28,0	$\text{MNm}^2$
$w_{H,max}$	3,6	3,24	$\text{m}^2$
$\tau_{x,w,max}$	18,8	16,0	$\text{N/mm}^2$
$\theta_{max}$	21,8	18,9	$\text{mrad}$
$w_{w,max}$	0,229	0,181	$\text{m}$

Die Spannungen und Verschiebungen sind mit den entsprechenden Grössen aus Biegung zu überlagern. Da letztere im Vergleich sehr klein sind, werden sie vernachlässigt.

Gegenüber reiner Wölbkanttorsion werden die Spannungen bei gemischter Torsion um rund 40% kleiner und die Verschiebungen in z-Richtung um ca. 60% kleiner.

Baustatik III	Musterlösung	Page 6 / 6
Hausübung 7		LT/ 7.11.13

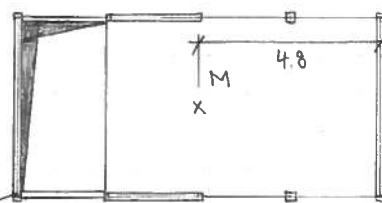
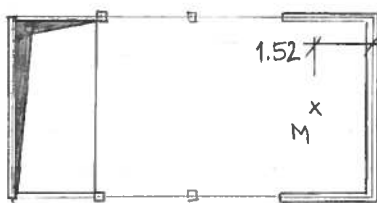
d) Das Torsionsträgheitsmoment  $I_x$  ist bei beiden Querschnitten etwa gleich gross (Membrananalogie).

Das Wälbträgheitsmoment  $I_w$  von Grundriss A ist etwas grösser als dasjenige von Grundriss B. Dies rührt daher, dass die einzelnen Wandscheiben in A kraftschlüssig verbunden sind (Schubspannungen können übertragen werden). Dennoch zeigt Grundriss B im Vergleich mit A ein besseres Verhalten bei Torsionsbeanspruchungen (sowohl die Spannungen als auch die Verformungen sind kleiner). Der Grund hierfür liegt in der kleineren Exzentrizität des Lastangriffspunktes gegenüber dem Schubmittelpunkt.

Beide Grundrisse könnten hinsichtlich Torsion durch eine zusätzliche Wandscheibe an der Stirnseite  $Y=9,6\text{m}$  grundlegend verbessert werden. Der Schubmittelpunkt würde so näher an die Kraftangriffspunkte von Wind und Erdbeben rücken und die Torsionseinwirkung könnte somit minimiert werden.

Grundriss A\*

Grundriss B\*



zusätzliche Wandscheibe