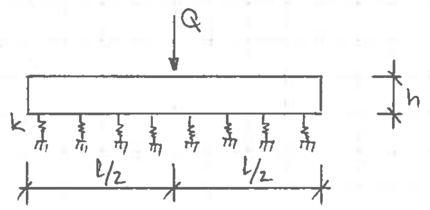
Baustatik III	Musterlösung	Page 1 / 5
Hausübung 4		LT/ 14.10.13

Teilaufgabe 1



· Gegeben:

$Q = 2500\ kN$

$k = C \cdot 1m = 100\ MN/m^2$

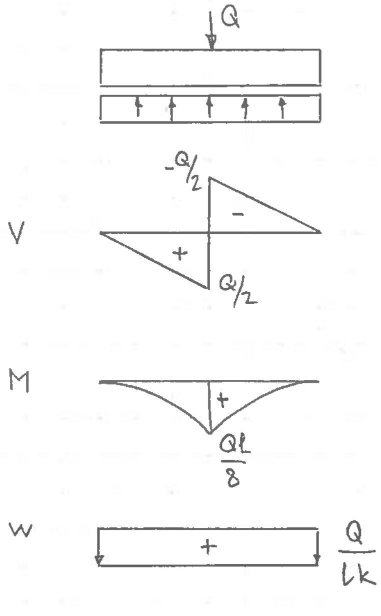
$E_c = 30\ kN/mm^2$

$w_{zul} = 5mm$

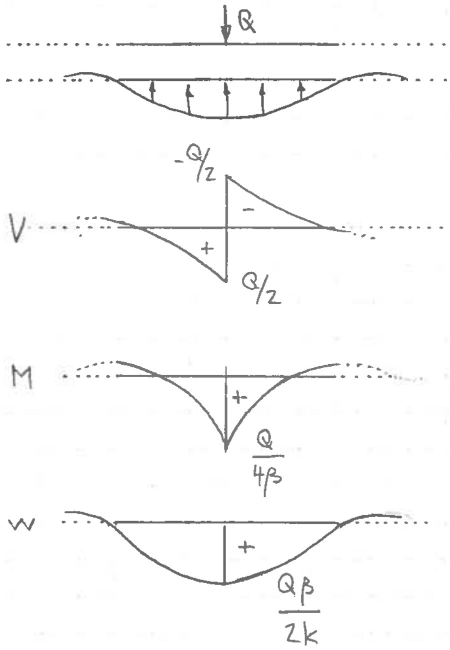
$q_{zul} = 500\ kN/m^2$

· Gesucht: Abmessungen l und h

a) - starrer Balken: STV



- ∞ langer Balken: BMV



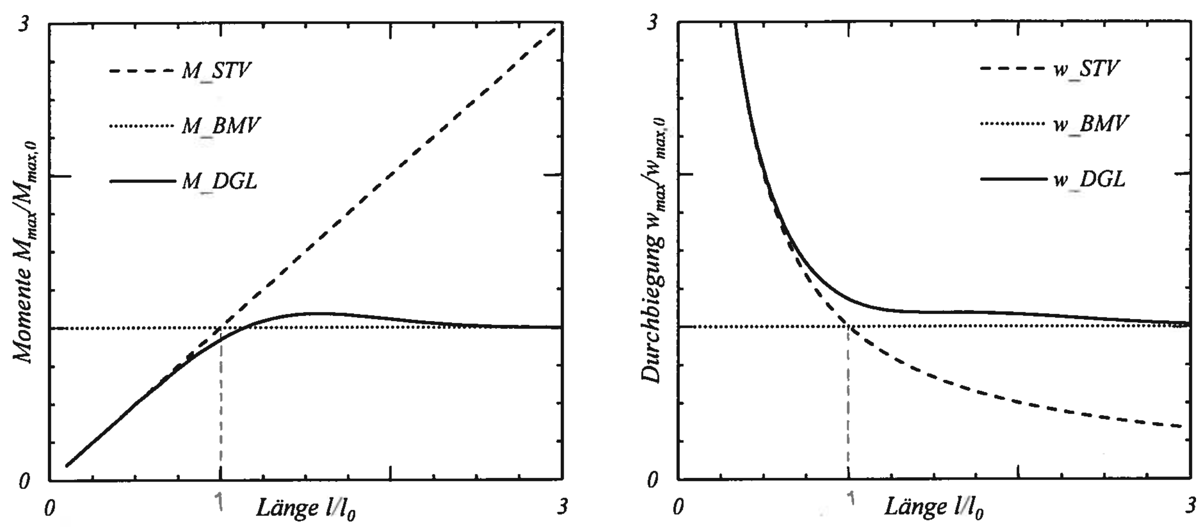
· Lösungen liefern identische maximale Momente, wenn

$$\frac{Q \cdot l_0}{8} = \frac{Q}{4\beta} \rightarrow l_0 = \frac{2}{\beta} \qquad \text{mit } \beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI_y}}$$

· Lösungen liefern identische maximale Durchbiegungen, wenn

$$\frac{Q}{l_0 \cdot k} = \frac{Q\beta}{2k} \rightarrow l_0 = \frac{2}{\beta}$$

- Für $l = l_0 = \frac{2}{\beta}$ stimmen sowohl die maximalen Momente als auch die maximalen Durchbiegungen nach Spannungstrapezverfahren und Bettungsmodulverfahren überein.



- Der Vergleich mit der normierten Lösung der Differentialgleichung des elastisch gebetteten Balkens zeigt erwartungsgemäss eine gute Übereinstimmung mit dem Spannungstrapezverfahren für kleine Längen $l < l_0$ und mit dem Bettungsmodulverfahren für grosse Längen $l > l_0$.
- Bei $l = l_0$ ist das maximale Moment nach DGL etwa 8% kleiner und die maximale Durchbiegung etwa 18% grösser als die entsprechenden Werte ermittelt nach STV und BMV.
- Da der Verlauf der Durchbiegungen zu demjenigen der Bodenpressung affin ist, kann aus der zulässigen Bodenpressung eine Bedingung für die Durchbiegungen formuliert werden:

$$q_{zul} = 500\,\mathrm{kN/m^2} \rightarrow w_{zul} = \frac{q_{zul}}{k} = \frac{500\,\mathrm{kN/m^2}}{100\,\mathrm{MN/m^3}} = 5\,\mathrm{mm}$$

- Mit einem Tabellenkalkulationsprogramm können günstige Wertepaare für l und h ermittelt werden. Gewählt wird

$$\underline{h = 0.9\,m} \quad \rightarrow \quad EI_y = 1822.5\ MNm^2 \quad \rightarrow \quad \beta = 0.342 \cdot 1/m$$

Die Referenzlänge l_0 beträgt $l_0 = \frac{2}{\beta} = 5.844\,m$ und damit $w_{max} = \frac{Q}{l_0 \cdot k} = 4.28\,mm$ und $M_{max} = \frac{Q l_0}{8} = 1826\ kNm.$

Mit $\underline{l = 6\,m}$ folgen $l/l_0 = 1.027$, $M_{DGL}/M_{max} = 0.937$ und $w_{DGL}/w_{max} = 1.167.$
Daraus folgen die Maximalwerte

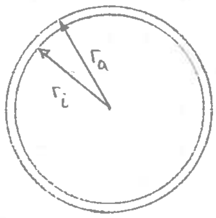
$$w_{DGL} = 1.167 \cdot 4.28 = 5.0\ mm = w_{zul} \qquad \text{i.O.}$$

$$M_{max} = 0.937 \cdot 1826 = 1711\ kNm$$

b) $h = 0.9\,m, \quad l = 6\,m$

Teilaufgabe 2

c)



Kreisprofil: $I_x = I_p$

$$I_p = I_y + I_z = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(r_a^4 - r_i^4\right)$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot \left(136.5^4 - 126.5^4\right)$$

$r_a = 136.5\,mm$

$$= 143.1 \cdot 10^6\,mm^4$$

$r_i = 126.5\,mm$

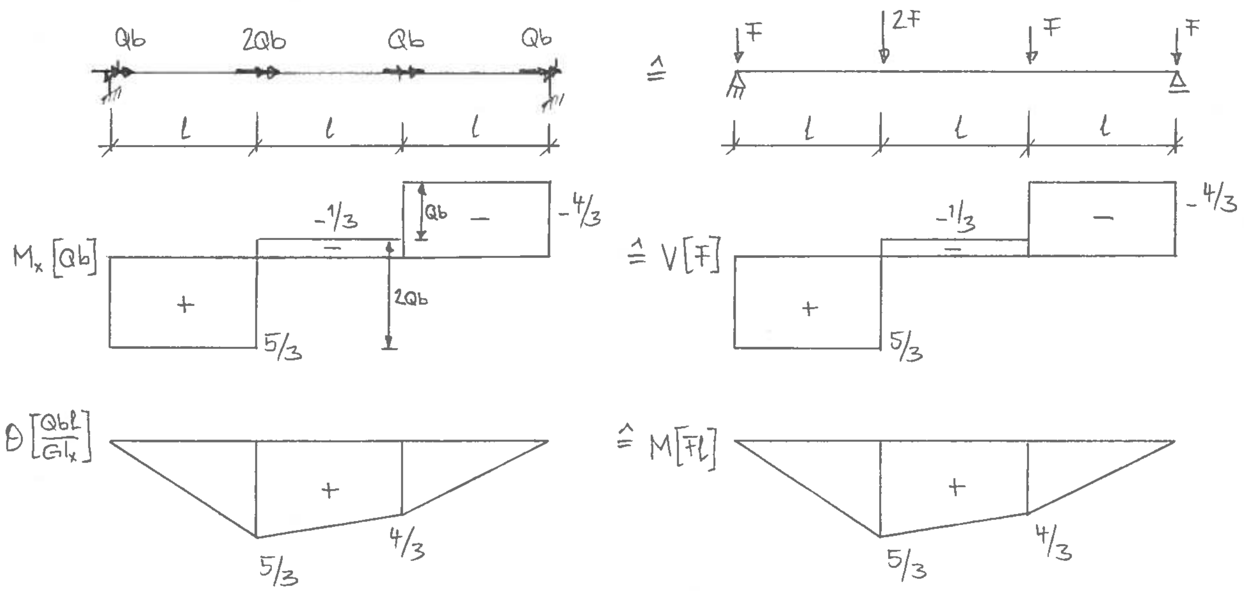
d) Gleichgewicht: $m_x = -\frac{dM_x}{dx}$ (vgl. $q_z = -\frac{dV}{dx}$)

kin. Relation: $\gamma = r_a \cdot \frac{d\theta}{dx}$

Stoffgleichung: $\tau = G \cdot \gamma$

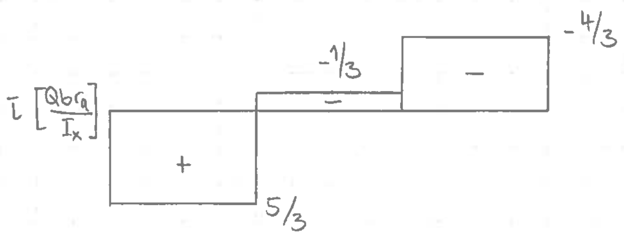
lokales Gleichgewicht: $M_x = \frac{\tau}{r_a} \cdot I_x$

↳ Differentialgleichung: $-G I_x \cdot \theta'' = m_x$ (vgl. $q_x = -EAu''$; $q_z = -M''$)



→ Maxima der Torsionsbeanspruchung und der Verdrehung im Punkt B.

e) Schubspannungen $\tau = G \cdot \gamma = G \cdot r_a \cdot \frac{d\theta}{dx}$



maximale Schubspannung aus Torsion:

$$\tau_{T,max} = \frac{5}{3} \cdot \frac{Qbr_a}{I_x} = \frac{5}{3} \cdot \frac{20 \cdot 2{,}5 \cdot 136{,}5}{143{,}1} = \underline{79{,}5\ N/mm^2}$$

Einsenkung bei G infolge Torsion:

$$w_{G,T} = \theta_c \cdot b = \frac{4}{3} \cdot \frac{Qbl}{GI_x} \cdot b = \frac{4}{3} \cdot \frac{20 \cdot 2{,}5 \cdot 2}{80{,}8 \cdot 143{,}1} \cdot 2500 = \underline{28{,}8\,mm}$$