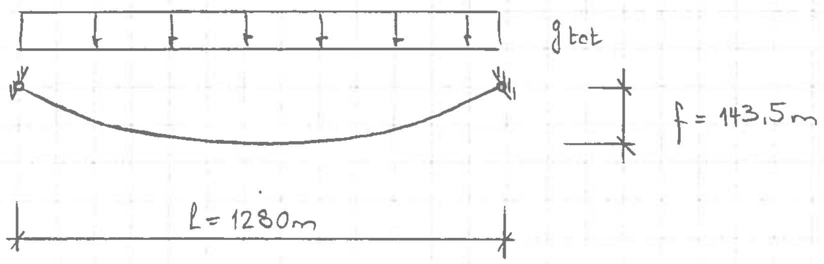
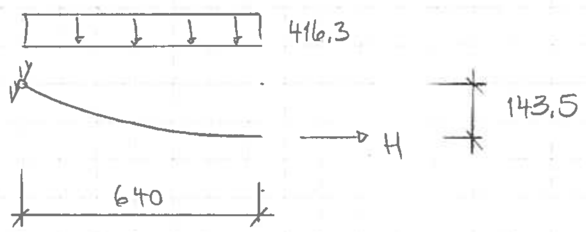
a)



Querschnittsfläche Kabel: $A = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0.924^2}{4} = 1.34\,m^2$

Gewicht der Kabel: $g_{kabel} = A \cdot \gamma = 1.34 \cdot 78.5 = 105.3\ kN/m$

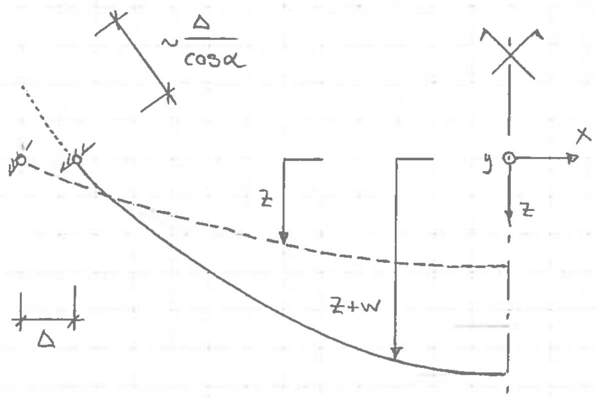
Eigengewicht gesamt: $g_{tot} = 105.3 + 311 = 416.3\ kN/m$



$$H = \frac{g l^2}{8f} = \frac{416.3 \cdot 1280^2}{8 \cdot 143.5} = 594.1\ MN$$

Kraft pro Kabel: $\underline{\frac{H}{2} = 297.1\ kN \mathrel{\hat{=}} 0.352\, F_y} = A \cdot f_y = 844.9\ MN$

b)



Verformung qualitativ stark überzeichnet!

--- Lage unter Eigengewicht.

—— verformte Lage unter Zusatzbeanspruchung, Temperaturdehnung sowie Verschiebung Δ.

$$\tan\alpha = \frac{2f}{l/2} \rightarrow \alpha = 24.2°$$

$$z = f \cdot \left(1 - \frac{4x^2}{l^2}\right)$$

Differentialgleichung "Seilwirkung mit Biegung":

$$EI\,w'''' - (H+\Delta H)(z+w)'' = g_{tot} + q$$

Lösung (Autographie vom 19.12.13, Seite 12):

$$w(x) = \frac{q - \frac{\Delta H}{H}\cdot g_{tot}}{2(H+\Delta H)} \cdot \left[\frac{l^2}{4}\left(1-\frac{4x^2}{l^2}\right) - \frac{2}{\lambda^2}\left(1-\frac{\cosh(\lambda x)}{\cosh(\lambda l/2)}\right)\right] \qquad (1)$$

mit ΔH: Zunahme der Seilkraftkomponente infolge q

↳ unbekannt!

$$\lambda = \sqrt{\frac{H+\Delta H}{EI}}$$

$$q = 58.4 \text{ kN/m}$$

Die unbekannte Seilkraftkomponente wird über die Verträglichkeit mit Hilfe der Seilgleichung bestimmt. Die "gekaufte" Seillänge L_0 ist im unverformten Zustand (nur Eigenlasten) gleich gross wie im verformten Zustand.

- Unverformter Zustand:

$$L_{0,g} = \int_{-l/2}^{l/2} \sqrt{1+z'^2}\,dx - \frac{H}{EA}\cdot\int_{-l/2}^{l/2} 1+z'^2\,dx = 1318.8 \text{ m} \qquad (2)$$

- Verformter Zustand:

$$L_{0,q} = \frac{1}{1+\alpha_T\Delta T}\cdot\left[\int_{-l/2}^{l/2}\sqrt{1+(w+z)'^2}\,dx - \frac{H+\Delta H}{EA}\cdot\int_{-l/2}^{l/2} 1+z'^2\,dx - 2\cdot\frac{0.46}{\cos(\alpha)}\right] \qquad (3)$$

Die Horizontalverformung der Pylone wird näherungsweise wie im Bild auf Seite 1 dargestellt berücksichtigt.

Die Lösung wird iterativ gefunden, durch Variieren von ΔH und Einsetzen in (1) bis (2) und (3) übereinstimmen, also $L_{0,g} = L_{0,q}$.

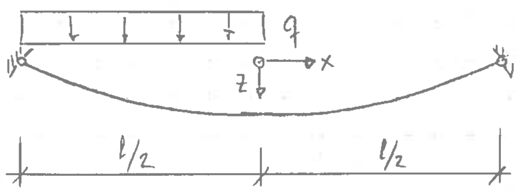
Lösung: $\Delta H = 69{,}2$ MN und $w(x=0) = 3{,}06$ m

c) Das Vorgehen unterscheidet sich nicht von b). Gleichung (1) behält Gültigkeit, wobei $q = 0$ ist. Gleichung (2) bleibt unverändert und (3) wird

$$L_{0,q} = \frac{1}{1+\alpha_T \Delta T} \cdot \left[\int_{-l/2}^{l/2} \sqrt{1+(w'+z')^2}\, dx - \frac{H+\Delta H}{EA} \cdot \int_{-l/2}^{l/2} 1+z'^2\, dx + 2 \cdot \frac{0{,}56}{\cos\alpha} \right] \quad (4)$$

Lösung: $\Delta H = 9{,}9$ MN und $w(x=0) = -2{,}35$ m

d) Für die Lösung der Differentialgleichung für einseitige Nutzlast sei auf Marti, Baustatik, S. 366 verwiesen.



$$w_1 = c_1 + c_2 x + c_3 \cosh(\lambda x) + c_4 \sinh(\lambda x) - \frac{q - g\frac{\Delta H}{H}}{2(H+\Delta H)} x^2$$

$$w_2 = c_5 + c_6 x + c_7 \cosh(\lambda x) + c_8 \sinh(\lambda x) + \frac{g\frac{\Delta H}{H}}{2(H+\Delta H)} x^2$$

$$c_1 = \frac{\left(q - g\frac{\Delta H}{H}\right)\left(\frac{l^2}{8} - \frac{2}{\lambda^2}\right) - \frac{l^2}{8} g \frac{\Delta H}{H}}{2(H+\Delta H)} \qquad c_2 = c_6 = \frac{-ql}{8(H+\Delta H)}$$

$$c_3 = \frac{q\left(\cosh\left(\frac{\lambda l}{2}\right)+1\right) - 2g\frac{\Delta H}{H}}{2(H+\Delta H)\lambda^2 \cosh(\lambda l/2)} \qquad c_4 = c_8 = \frac{q \cdot \left(\cosh(\lambda l/2) - 1\right)}{2(H+\Delta H)\lambda^2 \sinh(\lambda l/2)}$$

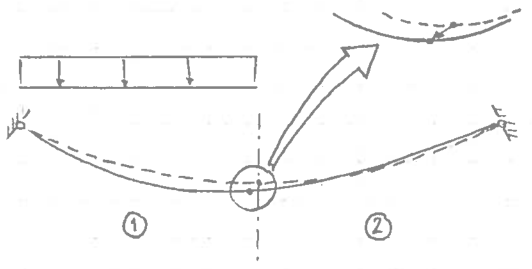
$$c_5 = \frac{\left(q - 2g\frac{\Delta H}{H}\right)\frac{l^2}{8} + \frac{2}{\lambda^2} g \frac{\Delta H}{H}}{2(H+\Delta H)} \qquad c_7 = \frac{-q\left(\cosh(\lambda l/2) - 1\right) - 2g\frac{\Delta H}{H}}{2(H+\Delta H)\lambda^2 \cosh(\lambda l/2)}$$

Das Vorgehen zur Lösung entspricht demjenigen für die Teilaufgaben b) und c), wobei Gleichung (3) sinngemäss modifiziert wird.

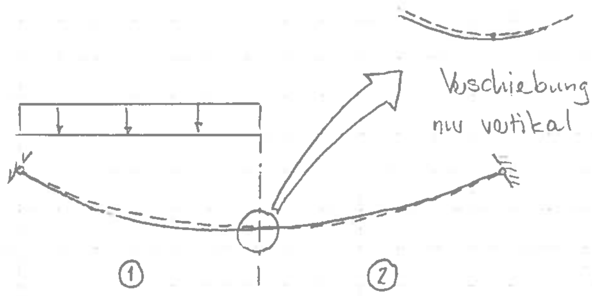
Lösung: $\Delta H = 35.0\ \mathrm{MN}$ und $w_{max} = w(x=-276.1\mathrm{m}) = 3.52\ \mathrm{m}$

(N.B.: $w(x=0) = 1.51\ \mathrm{m}$)

e) Durch die kraftübertragende Verbindung im Punkt C wird verhindert, dass im antimetrischen Lastfall Seil vom unbelasteten Teil in den belasteten Bereich nachrutschen kann. Ohne diese Verbindung wäre die freie Seillänge im belasteten Bereich etwas grösser als die Hälfte der Gesamtlänge wodurch grössere Verformungen entstehen.



keine kraftübertragende Verbindung zwischen Seil und Brückenträger.



Seil und Brückenträger in Feldmitte kraftübertragend verbunden

Randbedingungen für beide Fälle:

$$w_1(-l/2) = w_2(l/2) = 0 \;;\quad w_1''(-l/2) = w_2''(l/2) = 0$$

Die Übergangsbedingungen in Feldmitte verändern sich:

$w_1(0) = w_2(0)$	$w_1(0) = w_2(0)$
$w_1'(0) = w_2'(0)$	$w_1'(0) = w_2'(0)$
$w_1''(0) = w_2''(0)$	$w_1''(0) = w_2''(0)$
$w_1'''(0) = w_2'''(0)$	$EI\,w_1''' - N_1 w_1' = EI\,w_2''' - N_2 w_2'$

In Punkt C kann eine Normalkraft vom Seil zum Träger übergeben werden, weshalb die Normalkräfte N_1 und N_2 unterschiedlich gross sind.
Zur Lösung muss die Seilgleichung folglich zweimal aufgestellt werden, wobei genau die Hälfte des Seils im Bereich $-l/2 \leq x \leq 0$ zu liegen kommt.

Die zu erwartende maximale Vertikalverformung ist deutlich kleiner als diejenige im Fall ohne kraftübertragender Verbindung.

Vorgehen gemäss Autographie vom 19.12.13, Seite 10:

Subtraktion von Gleichung (12) im unverformten Zustand von (12) im verformten Zustand bringt: (Formelbezeichnungen gem. Autographie)

$$\int_0^{l_0} \sqrt{1+(z+w)'^2}\,dx - \sqrt{1+z'^2}\,dx = \frac{H+\Delta H}{EA}\int_0^{l_0} 1+(z+w)'^2\,dx - \frac{H}{EA}\int_0^{l_0} 1+z'^2\,dx + L_0\cdot\alpha_T\cdot\Delta T + \frac{2\Delta}{\cos\alpha}$$

Mit Hilfe der Taylorreihenentwicklung folgt:

$$\frac{1}{2}\int_0^{l_0} w'^2 + 2w'z'\,dx = \frac{H+\Delta H}{EA}\int_0^{l_0} 1+z'^2+2w'z'+w'^2\,dx - \frac{H}{EA}\int_0^{l_0} 1+z'^2\,dx + L_0\alpha_T\Delta T + \frac{2\Delta}{\cos\alpha}$$

$$= \frac{H}{EA}\int_0^{l_0} w'^2 + 2w'z'\,dx + \frac{\Delta H}{EA}\int_0^{l_0} 1+z'^2+2w'z'+w'^2\,dx + L_0\alpha_T\Delta T + \frac{2\Delta}{\cos\alpha}$$

Unter Vernachlässigung von w'^2 folgt:

$$\Delta H = \frac{EA}{l_0}\cdot\left[\underbrace{\left(1-\frac{2(H+\Delta H)}{EA}\right)}_{\text{klein!}}\cdot\int_0^{l_0} w'z'\,dx - \frac{\Delta H}{EA}\cdot\int_0^{l_0} z'^2\,dx - L_0\alpha_T\Delta T - \frac{2\Delta}{\cos\alpha}\right] \qquad (13)$$

und mit partieller Integration sowie umschreiben von z'

$$\left(\int_0^{l_0} w'z'\,dx = -\int_0^{l_0} wz''\,dx \quad ; \quad z' = \frac{\bar{V}}{H}\right) \quad \text{wird:}$$

$$\Delta H = \frac{EA}{l_0}\left[-\int_0^{l_0} wz''\,dx - \frac{\Delta H}{EA}\int_0^{l_0}\left(\frac{\bar{V}}{H}\right)^2 dx - L_0\alpha_T\Delta T - \frac{2\Delta}{\cos\alpha}\right] \qquad (14)$$

was sich für schwach gekrümmte parabolische Konstruktionen vereinfacht zu $\left(-\int_0^{l_0} z''\,dx = \text{konst} = \frac{8f}{l_0^2}\right)$:

$$\Delta H = \frac{8EAf}{l_0^3}\cdot\int_0^{l_0} w\,dx - \frac{\Delta H}{l_0}\int_0^{l_0}\left(\frac{V}{H}\right)^2 dx - \frac{EA}{l_0}\cdot\left(L_0\alpha_T\Delta T + \frac{2\Delta}{\cos\alpha}\right) \qquad (15)$$

Die Lösung kann wiederum iterativ unter Anwendung der Lösung der DGL (1) gefunden werden.