

$$l = 90 \text{ m}$$

$$q_0 = 90 \text{ m}$$

$$EI = 2.4 \cdot 10^6 \text{ MNm}^2$$

$$GA_v = 2593 \text{ MN}$$

• Differentialgleichungen:

- reiner Biegeträger:

$$EI \cdot w'''' = q_z$$

- kombinierter Biege-/Schubtr.:

$$EI \cdot w'''' - GA_v \cdot w'' = q_z$$

a) reiner Biegeträger: $EI \cdot w'''' = q_z = q_0$

$$\rightarrow w(x) = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{q_0 x^4}{24} + c_1 \frac{x^3}{6} + c_2 \frac{x^2}{2} + c_3 x + c_4 \right]$$

$$w'(x) = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{q_0 x^3}{6} + c_1 \frac{x^2}{2} + c_2 x + c_3 \right]$$

$$w''(x) = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{q_0 x^2}{2} + c_1 x + c_2 \right]$$

$$w'''(x) = \frac{1}{EI} \cdot \left[q_0 x + c_1 \right]$$

→ Randbedingungen und Konstanten:

$$w(0) = 0 \rightarrow c_4 = 0$$

$$w'(0) = 0 \rightarrow c_3 = 0$$

$$M(l) = -EI w''(l) = 0 \rightarrow c_2 = \frac{q_0 l^2}{2}$$

$$V(l) = -EI w'''(l) = 0 \rightarrow c_1 = -q_0 l$$

→ Einsetzen:

$$w(x) = \frac{q_0 x^2}{24EI} \cdot (x^2 - 4lx + 6l^2)$$

$$\text{mit } w(l) = \frac{q_0 l^4}{8EI} = \frac{90^5}{8 \cdot 2.4 \cdot 10^6} = 307.5 \text{ mm}$$

Baustatik III	Musterlösung	Page 2 / 3
Hausübung 13		LT/ 18.12.13

b) Analogie:

komb. Schub- / Biegeträger

Zugstab

$$EI_y \cdot w'''' - GA_v \cdot w'' = q_z$$

$$EI_y \cdot w'''' - N \cdot w'' = q_z$$

$$w_{\text{tot,max}} = \frac{1}{1+\alpha} \cdot w_{\text{max}}$$

$$w_{\text{tot,max}} = \frac{1}{1+\alpha} \cdot w_{\text{max}}$$

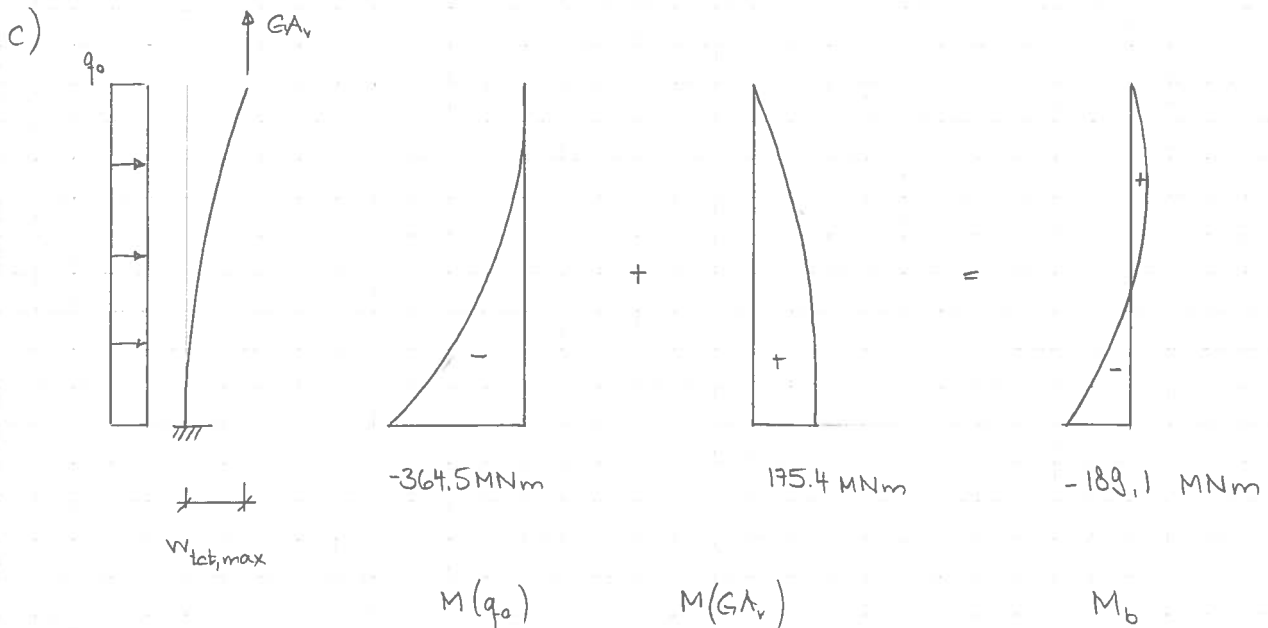
$$\text{mit } \alpha = \frac{GA_v}{N_{cr}} = \frac{GA_v \cdot l_k^2}{EI_y \cdot \pi^2}$$

$$\text{mit } \alpha = \frac{N}{N_{cr}} = \frac{N \cdot l_k^2}{EI_y \cdot \pi^2}$$

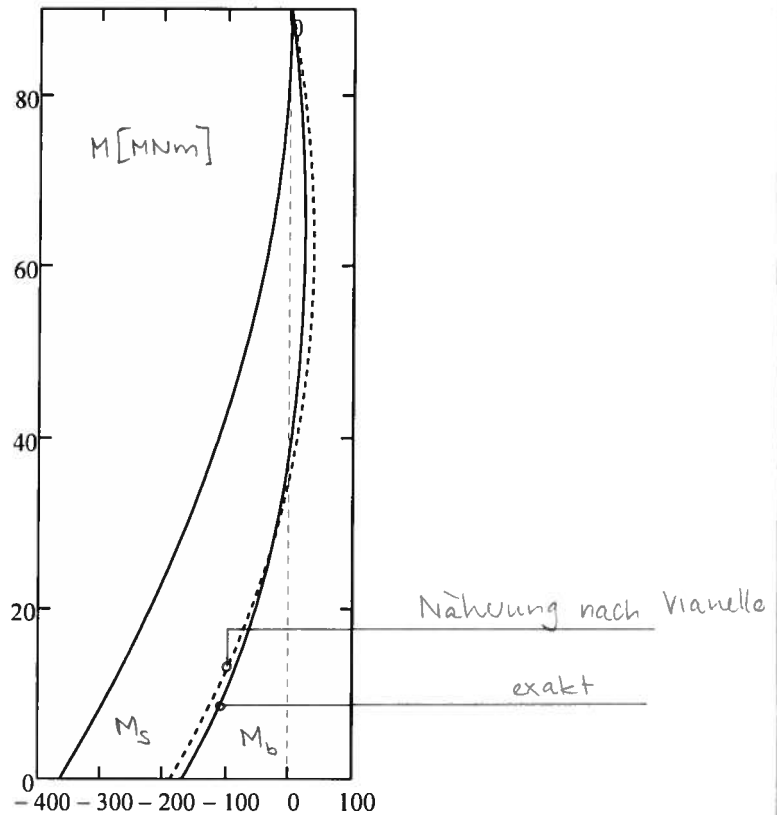
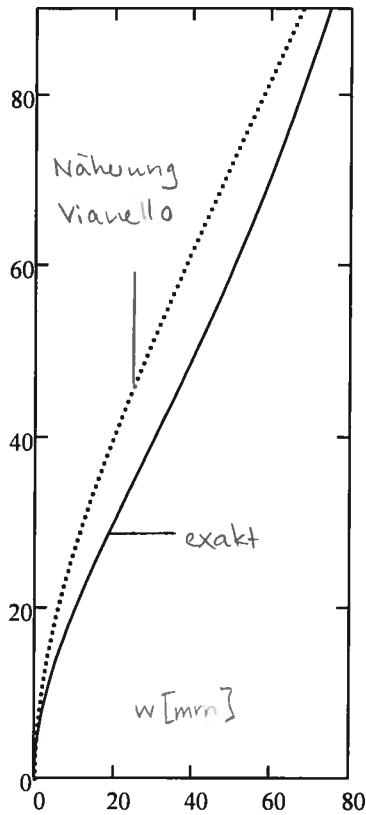
Hier $l_k = 2,0 \cdot L = 180 \text{ m}$ und $\alpha = \frac{2593 \cdot 180^2}{2,4 \cdot 10^6 \cdot \pi^2} = 3,547$

Vergrößerungsfaktor $\mu = \frac{1}{1+\alpha} = 0,220$

$$\rightarrow w_{\text{tot,max}} = \mu \cdot w_{\text{max}} = 0,22 \cdot 307,5 = 67,6 \text{ mm}$$



$$GA_v \cdot w_{\text{tot,max}} = 2593 \cdot 0,0676 = 175,4 \text{ MNm}$$



Vergleiche:

	$w(l)$	$M_b(0)$	x_0
exakt	74.8	-170.4	38.6
Viannello	67.6	-189.1	35.5
Abweichung	9.6%	11.0%	8.0%

d) Der relativ kleine Unterschied rührt daher, dass die Verformung 1. Ordnung (w am reinen Biegeträger) nicht affin zur Knickfigur ist. Die Methode Viannello dient somit lediglich als Approximation.