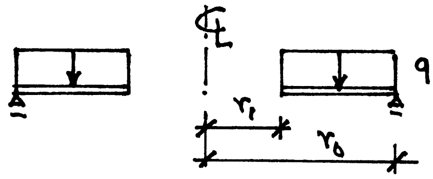
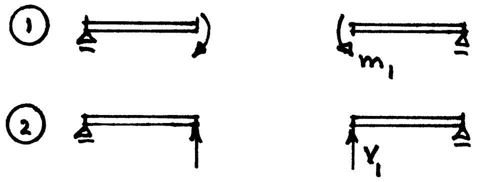
Stahlbeton II - Kolloquium 5

Untersucht wird das Tragverhalten einer am Aussenrand einfach gelagerten, am Innenrand freien Kreisringplatte unter gleichmässig verteilter Belastung.



$r = \rho \cdot r_0$

Elastische Platte



Der Lösung (8.33), (8.34) für die Platte ohne Loch werden die Lösungen der beiden nebenstehenden Fälle superponiert, wobei

$$m_1 = \frac{q r_0^2}{16}(3+\nu)(1-\rho_1^2), \quad V_1 = \frac{q r_1}{2}$$

① $r \cdot V_r \equiv 0 \rightarrow c_4 = 0 \; \ldots \; w = c_1 r^2 + c_2 \ln(r/r_0) + c_3$ ...aus (8.30)

$m_r = D \cdot \left[-2c_1(1+\nu) + \frac{c_2}{r^2}(1-\nu)\right]$ ...aus (8.28), und (8.27)

$$m_r(r_1) = -m_1 \qquad c_1 = -\frac{q r_1^2 (3+\nu)}{32 D (1+\nu)}$$
$$m_r(r_0) = 0 \quad \ldots \quad c_2 = -\frac{q r_1^2 r_0^2 (3+\nu)}{16 D (1-\nu)}$$
$$w(r_0) = 0 \qquad c_3 = \frac{q r_1^2 r_0^2 (3+\nu)}{32 D (1+\nu)}$$

② Es gilt die allgemeine Lösung (8.30) mit $q = 0$ ... $w = c_1 r^2 + c_2 \ln\rho + c_3 + c_4 r^2 \ln\rho$

$r \cdot V_r = r_1 V_1 = \text{const} \rightarrow c_4 = \frac{-r_1 V_1}{4D}$

$$m_r(r_1) = 0 \qquad c_1 = c_4 \cdot \left[\frac{\rho_1^2}{1-\rho_1^2}\ln\rho_1 - \frac{3+\nu}{2(1+\nu)}\right]$$
$$m_r(r_0) = 0 \quad \ldots \quad c_2 = c_4 \cdot \frac{2(1+\nu)}{1-\nu} \cdot r_0^2 \cdot \frac{\rho_1^2}{1-\rho_1^2}\ln\rho_1$$
$$w(r_0) = 0 \qquad c_3 = -c_1 r_0^2$$

N.B. Für $r_1 \rightarrow 0$ ergibt sich die Lösung für eine Platte ohne Loch unter einer mittigen Einzellast $Q = -\lim_{r_1 \rightarrow 0}(2\pi r_1 V_1)$:

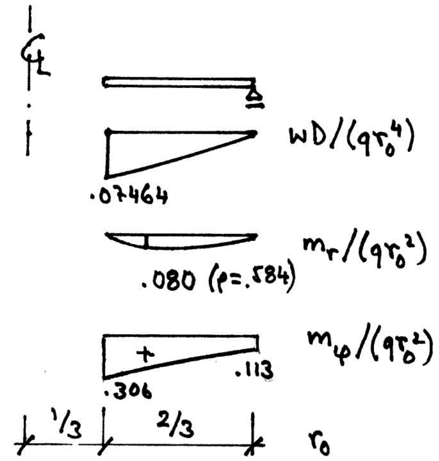
$$w = \frac{Q r_0^2}{8\pi D} \cdot \left[\frac{3+\nu}{2(1+\nu)}(1-\rho^2) + \rho^2 \ln\rho\right]$$

Beispiel: $\rho_1 = 1/3$, $\nu = 0.2$

$$\rightarrow \quad w = \frac{q r_0^4}{64 D}\left(3.618\,673 - 4.618\,673\,\rho^2 + \rho^4 - 1.411\,574 \ln\rho - 0.88\bar{8}\,\rho^2 \ln\rho\right)$$

$$m_r = q r_0^2 \left(0.217\,645 - 0.2\,\rho^2 - 0.017\,645/\rho^2 + 0.03\bar{3} \ln\rho\right)$$

$$m_\varphi = q r_0^2 \left(0.195\,422 - 0.1\,\rho^2 + 0.017\,645/\rho^2 + 0.03\bar{3} \ln\rho\right)$$



Die Platte trägt primär über die m_φ-Momente. Die m_r-Momente sind relativ klein.

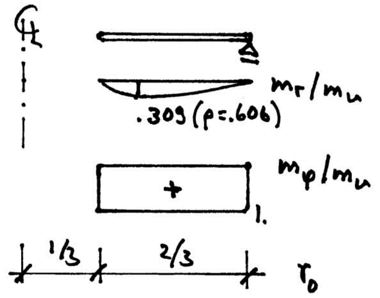
Plastische Platte

Statische Methode

Annahme $m_\varphi = m_u = \text{const}$ $\rightarrow$ mit $q = \text{const}$ bringen (8.25), (8.26): $m_r = m_u - \frac{q r^2}{6} + \frac{c_1}{r} + c_2$

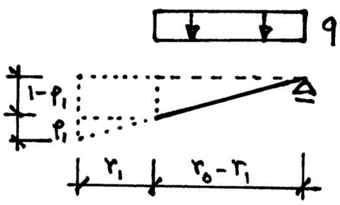
$$m_r(r_1) = m_r(r_0) = 0 \quad \ldots \quad m_r = \frac{q r_0^2}{6}(1-\rho)\left[1 + \rho - \frac{\rho_1(1+\rho_1)}{\rho}\right] = \frac{m_u(1-\rho)\left[1+\rho - \frac{\rho_1}{\rho}(1+\rho_1)\right]}{1+\rho_1 - 2\rho_1^2}$$

$$V_r(r_1) = 0 \quad \ldots \quad q r_0^2 (1 + \rho_1 - 2\rho_1^2) = 6 m_u$$



Für das oben diskutierte Beispiel $\rho_1 = 1/3$ ergeben sich die in den nebenstehenden Diagrammen dargestellten Momentenverläufe.

Kinematische Methode



Krümmung $\dot{\chi}_\varphi = \frac{-\dot{w}'}{r} = \frac{1}{r_0 \cdot r} \rightarrow D = \int_{r_1}^{r_0}\int_0^{2\pi} m_u \dot{\chi}_\varphi \, r \, d\varphi \, dr = 2\pi m_u (1-\rho_1)$

$$W = q r_0^2 \cdot \left[\frac{\pi}{3} - (1-\rho_1)\rho_1^2 \pi - \rho_1^3 \pi/3\right] = q r_0^2 \pi (1-\rho_1)(1+\rho_1 - 2\rho_1^2)/3$$

$$W = D \quad \ldots \quad q r_0^2 (1 + \rho_1 - 2\rho_1^2) = 6 m_u$$

wie oben

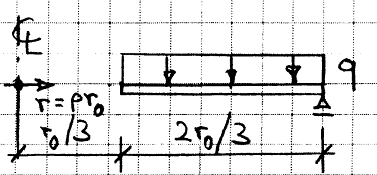
$\rightarrow$ Vollständige Lösung!

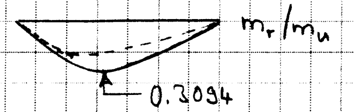
Kreisringplatte – Statische Methode

$$m_r = \frac{m_u(1-\rho)\left[1+\rho-\frac{\rho_1}{\rho}(1+\rho_1)\right]}{1+\rho_1-2\rho_1^2}$$

$$\frac{dm_r}{d\rho} = 0: \quad -2\rho + \frac{\rho_1(1+\rho_1)}{\rho^2} = 0 \quad \rightarrow \quad \rho = \sqrt[3]{\frac{\rho_1(1+\rho_1)}{2}}$$

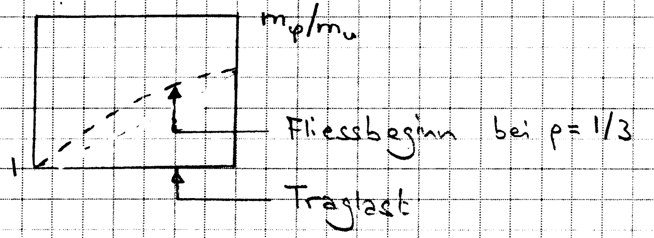
$$\rho_1 = \frac{1}{3} \rightarrow \rho = \sqrt[3]{\frac{2}{9}} = \underline{0.6057} \rightarrow m_{r,max} = \underline{0.3094\ m_u}$$



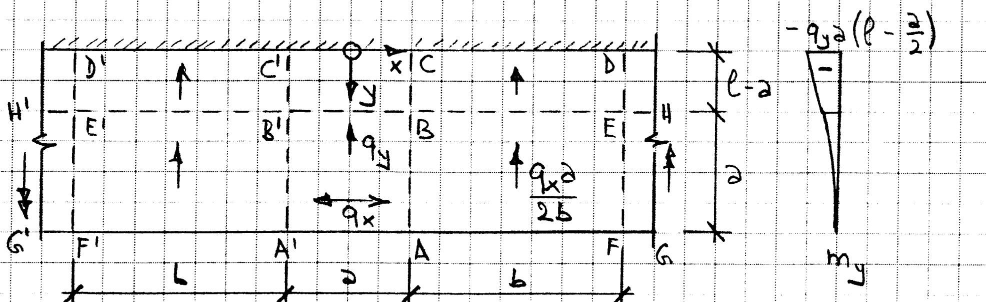


—— plastische Lösung, $q = q_u = 5.4\ m_u/r_0^2$

– – – elastische " , $q = q_y = 3.263\ m_u/r_0^2$

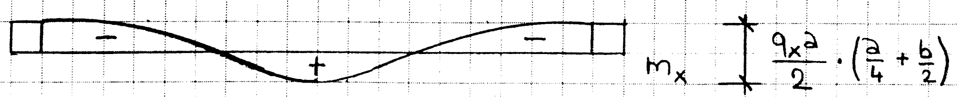


Konsolplatte – gleichförmig belastete Quadratfläche – Streifenmethode



Belastete Fläche ABB'A'

$q = q_x + q_y$



$$\left.\begin{aligned} q_y &= \frac{q_x a}{2b} \\ q_y \cdot a\left(\ell-\frac{a}{2}\right) &= \frac{q_x a}{4}\cdot\left(\frac{a}{4}+\frac{b}{2}\right) \end{aligned}\right\} \quad \underline{b = \frac{a}{4}\left(\sqrt{64\frac{\ell}{a}-31}-1\right)}$$

Beispiel: $\ell = 1.5a \rightarrow b = 1.766a,\ q_x = 0.779\ q$

$$|m| \leq \underline{\underline{0.221\ qa^2}}$$

N.B: Gemäss Beispiel 24.15 im Buch 'Baustatik' folgt aus der vollständigen Lösung für eine am Plattenrand konzentrierte Kraft Q_u:

$$|m| \leq \frac{Q_u}{2+\pi} = \underline{\underline{0.195\ Q_u}}$$