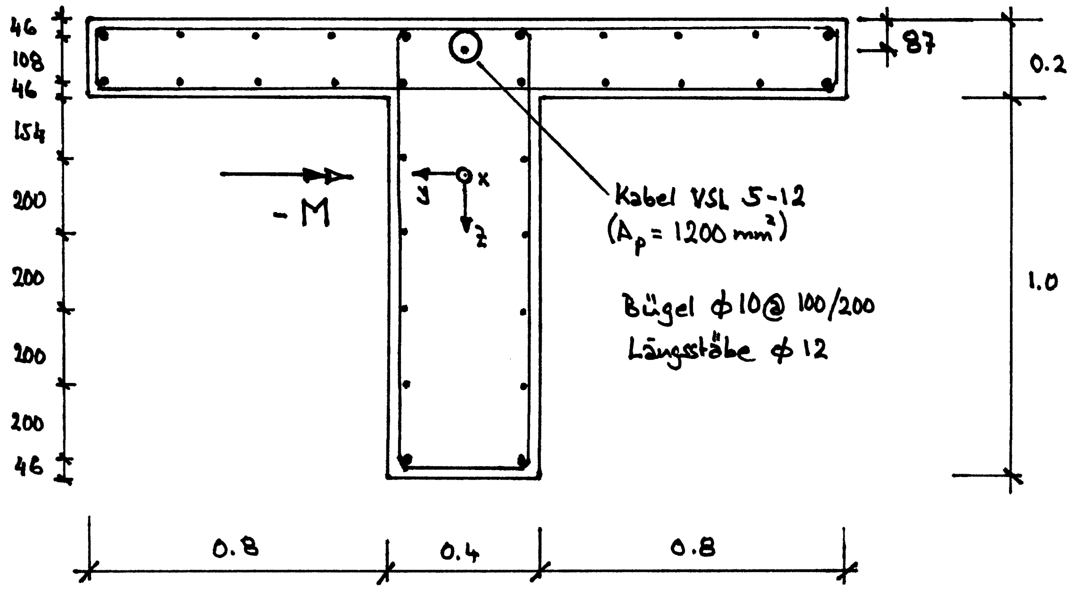
Stahlbeton II - Kolloquium 3

Querschnitt mit spezieller (negativer) Biegung um y-Achse:



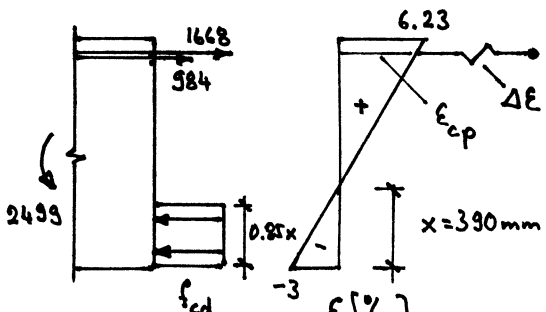

Beton C 30/37, $D_{max}$ 16, $c_{nom}$ = 30 ... $f_{cd}$ = 20 N/mm²

Betonstahl B500B $f_{sd}$ = 435 N/mm², $E_s$ = 205 kN/mm²

Spannstahl Y1860 $f_{pd}$ = 1390 N/mm², $E_p$ = 195 kN/mm²

Biegetragsicherheit

a) Überschlägiger Nachweis, Stegbewehrung vernachlässigt




$A_p \cdot f_{pd} = 1200 \cdot 1390 = \quad 1668$ kN

$A_s \cdot f_{sd} = 20 \cdot 6^2 \cdot \pi \cdot 435 = \quad 984$ kN

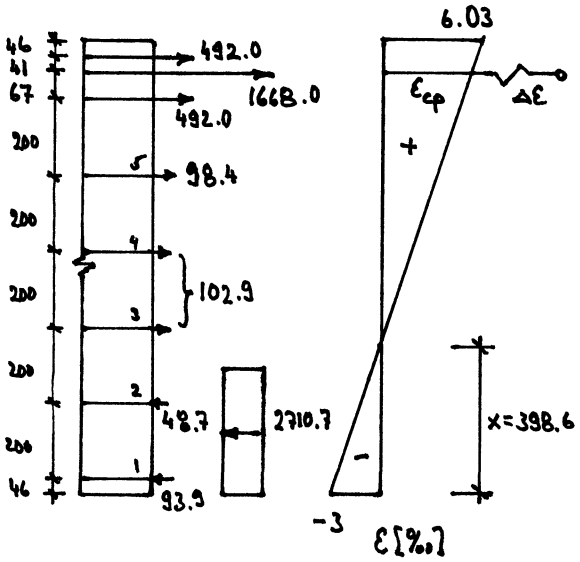
$A_p \cdot f_{pd} + A_s \cdot f_{sd} \quad = \quad 2652$ kN

$$0.85\,x = \frac{A_p f_{pd} + A_s f_{sd}}{b_w \cdot f_{cd}} = \frac{2652}{0.4 \cdot 20} = 331.5 \text{ mm}$$

$$-M_{Rd} = 1668 \cdot \left(1200 - 87 - \frac{331.5}{2}\right) + 984 \cdot \left(1200 - 100 - \frac{331.5}{2}\right) = \underline{2499 \text{ kNm}}$$

Die Kontrolle der Dehnungsebene zeigt, dass sowohl der schlaffe Stahl ($f_{sd}/E_s$ = 2.12 ‰) als auch der Spannstahl ins Fliessen kommen; bei letzterem ist die Dehnungsdifferenz $\Delta\varepsilon = \varepsilon_p - \varepsilon_{cp}$ zu beachten (üblicherweise $\Delta\varepsilon \approx 6.5$ ‰), $f_{pd}/E_p$ = 7.13 ‰.

b) Stegbewehrung berücksichtigt




Annahme drei mittlere Steglängsbewehrungen elastisch,

$378.4\,mm \leq x < 446\,mm$

— 3. Lage nicht in Druckzone

— 4. Lage noch elastisch ($\varepsilon < 2.12$‰)

$$N = 2\cdot 492.0 + 1668.0 + 98.4 + 2\cdot A\cdot\frac{546-x}{x}\cdot\frac{3\cdot 205}{1000}$$

$$-A\cdot\left(\frac{x-246}{x}\cdot\frac{3\cdot 205}{1000} - 20\right) - A\cdot\frac{435-20}{1000}$$

$$-0.85x\cdot 0.4\cdot 20 \stackrel{!}{=} 0$$

N.B. $A = 2\cdot 6^2\cdot\pi = 226.2\,mm^2$

$$A\cdot\frac{435-20}{1000} = 93.9\,kN$$

Annahme $x = 390\,mm \rightarrow N = 68.95\,kN$

$x = 400\,mm \rightarrow N = -10.98\,kN$

Iteration ... $x = \underline{398.6\,mm} \rightarrow N = +0.17\,kN \approx 0$

Statt die Bedingungsgleichung $N = 0$ für $x$ iterativ zu lösen, könnte auch direkt die quadratische Gleichung für $x$ gelöst werden.

$$-M_{Rd} = 1668\cdot 1.113 + 984\cdot 1.1 + 98.4\cdot 0.846 + 102.9\cdot 0.546 - 48.7\cdot 0.246 - 93.9\cdot 0.046$$

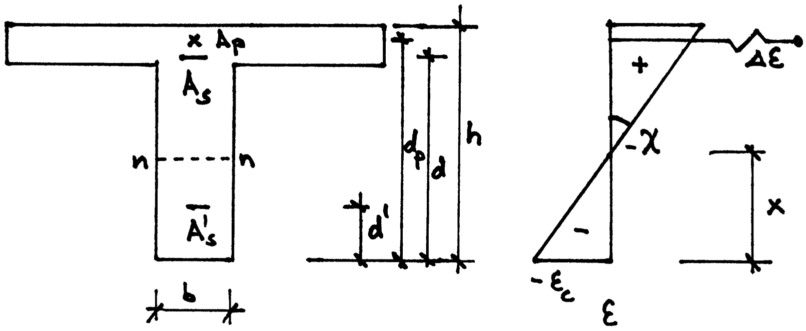
$$-2710.7 \cdot 0.85\cdot 0.3986/2 = \underline{2603\,kNm}$$

Im Vergleich zum überschlägigen Nachweis resultiert eine Erhöhung von gut 4%.

c) Bemerkungen

- Überschlägige Berechnungen, bei denen nur die Hauptbewehrung berücksichtigt wird, eignen sich für die Vorprojektphase. Im Ausführungsprojekt werden in der Regel "genaue" Nachweise unter Berücksichtigung sämtlicher Bewehrungen geführt, meist unter Verwendung von Querschnittsprogrammen.
- In der Biegedruckzone ist mit $A_s'(\sigma_s' - f_{sd})$ zu rechnen, um $A_s' f_{sd}$ nicht doppelt zu berücksichtigen.
- Erweiterung der obigen Überlegungen auf Biegung mit Normalkraft ($N \neq 0$) ohne weiteres möglich.

## Spannungsnachweise




Die schlaffen Bewehrungen in der Druck- und Zugzone werden zu resultierenden Querschnittsflächen $A_s'$ bzw. $A_s$ mit statischen Höhen $d'$ bzw. $d$ zusammengefasst.

Für jede angenommene Druckzonendicke $x$ folgt aus der Bedingung $N=0$ die entsprechende Randstauchung $\varepsilon_c(x)$ und damit das zugehörige Moment $M(x)$. Durch Variation von $x$ kann so das zu einem bestimmten $M$ gehörige $x$ (iterativ) bestimmt werden.

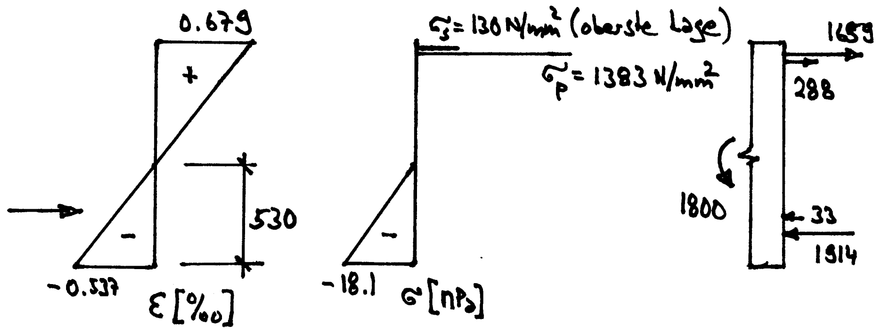
Die Berechnungen beruhen auf der Annahme eines linear elastischen Verhaltens aller Werkstoffe. Dabei ist beim Beton die gerissene Zugzone zu berücksichtigen, und beim Spannstahl ist die Dehnungsdifferenz $\Delta\varepsilon = \varepsilon_p - \varepsilon_{cp}$ in Rechnung zu stellen:

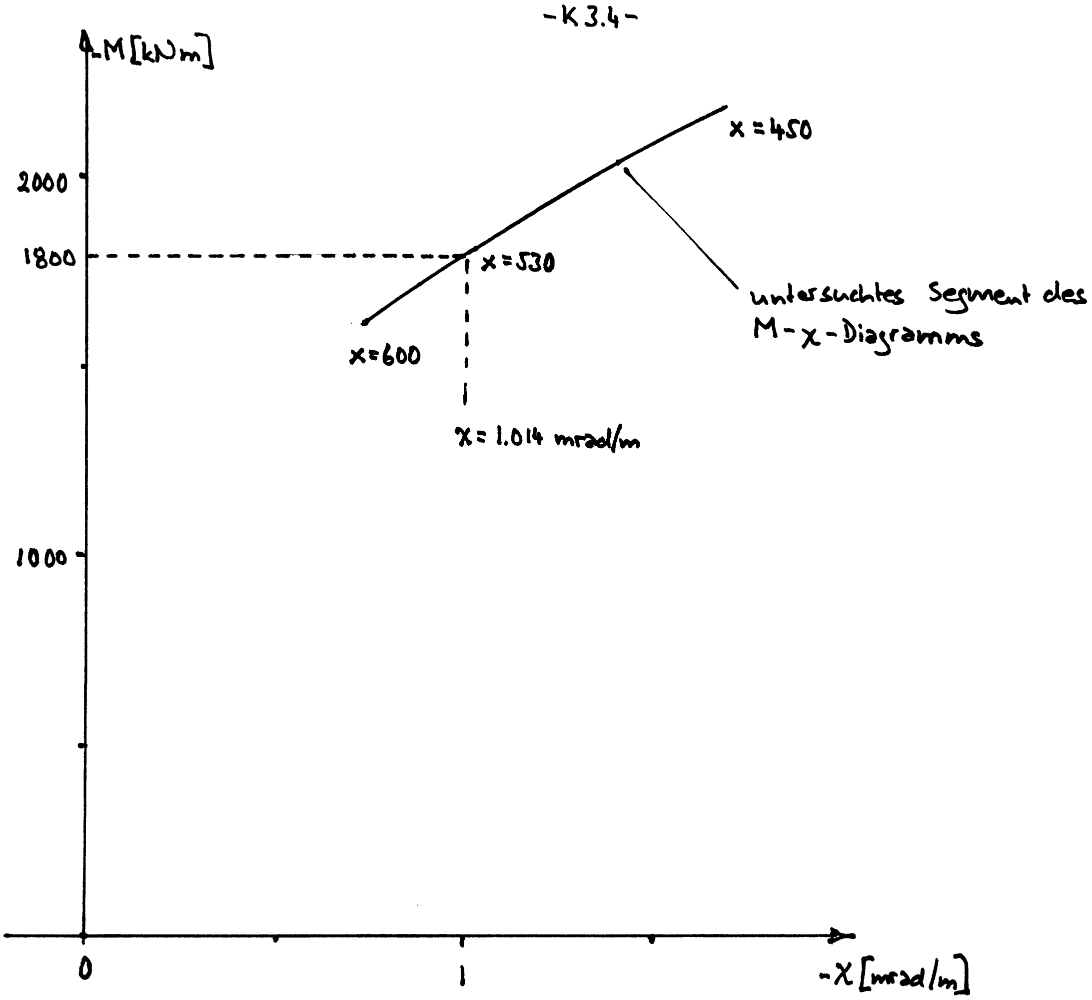
$$N = A_p \cdot E_p \cdot \left(\Delta\varepsilon - \varepsilon_c \cdot \frac{d_p - x}{x}\right) + A_s E_s \cdot (-\varepsilon_c) \cdot \frac{d-x}{x} + A_s'(E_s - E_c) \cdot \varepsilon_c \cdot \frac{x-d'}{x} + \frac{bx}{2} E_c \varepsilon_c = 0$$

Beispiel von vorher, $M = 1800$ kNm, Annahme neutrale Achse zwischen 3. und 4. Steglängsbewehrungslage, $E_c = 33.6$ kN/mm², $\Delta\varepsilon = 6.5$‰:

$A_p = 1200$ mm², $d_p = 1113$ mm, $E_p = 195$ kN/mm²
$A_s = 2714.3$ mm², $d = 1041$ mm, $E_s = 205$ kN/mm²
$A_s' = 678.6$ mm², $d' = 246$ mm

| x | $-\varepsilon_c$ | -M | $-\chi$ |
|---|---|---|---|
| 450 | 0.7600 | 2208 | 1.689 |
| 500 | 0.6012 | 1916 | 1.202 |
| 550 | 0.5030 | 1738 | 0.914 |
| 600 | 0.4356 | 1617 | 0.726 |
| : | | | |
| 530 | 0.5374 | 1800 | 1.014 |
| mm | ‰ | kNm | mrad/m |




M [kNm]
2000
1800
1000
0
1
x = 450
x = 530
x = 600
χ = 1.014 mrad/m
untersuchtes Segment des
M-χ-Diagramms
-χ [mrad/m]