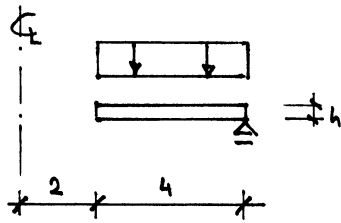


Stahlbeton II - Übung 5

- a) Entwerfe und bemesse eine aussen einfach gelagerte, innen freie Kreisringplatte ($r_0 = 6\text{m}$, $r_i = 2\text{m}$), die sich selbst sowie eine Auflast von 2kN/m^2 und eine Nutzlast von 2kN/m^2 zu tragen hat. Verwende dazu die im Kolloquium 5 hergeleiteten Beziehungen und setze X_{C1} sowie R_{60} voraus.
- Vergleiche die nach elastischer bzw. plastischer Theorie ermittelten Momente, diskutiere, wo und wie die Platte reißt und schätze die Durchbiegungen unter Gebrauchslasten ab.
- b) Eine Platte in der Form eines gleichseitigen Achtecks (Seitenlänge = 12m) ist an ihren Ecken gestützt und weist im Zentrum eine achteckige Öffnung auf (Seitenlänge = 4m). Sie trägt sich selbst, eine Auflast von 2kN/m^2 sowie eine Nutzlast von 5kN/m^2 . Entwerfe gestützt auf die Ergebnisse der Aufgabe a) eine möglichst effiziente, rippenförmig aufgelaste Konstruktion und dimensioniere die Hauptquerschnitte (Betonabmessungen und Bewehrung).

a) Kreisringplatte



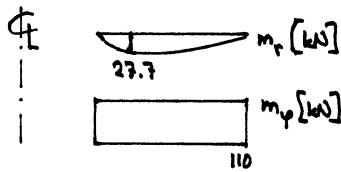
Annahme $h = 0.32 \text{ m} \rightarrow$ Eigenlast = $0.32 \cdot 25 = 8 \text{ kN/m}^2$

Anflast	2	"
Nutzlast	2	"
Total	12	kN/m^2

Bemessungsniveau: $1.35 \cdot (8 + 2) + 1.5 \cdot 2 = 16.5 \text{ kN/m}^2$

Wahl Beton C 30/37 ($f_{cd} = 20 \text{ N/mm}^2$), Bewehrungsstahl B500B ($f_{cd} = 435 \text{ N/mm}^2$), $e_{nom} = 20 \text{ mm}$.

Plastische Bemessung



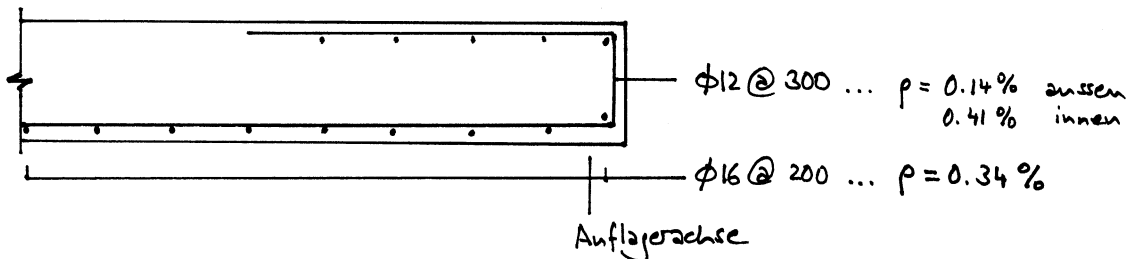
Erforderlicher Biege widerstand

$$m_{Rd} = \frac{16.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot (6\text{m})^2 \cdot (1 + \frac{1}{3} - \frac{2}{9})}{6} = 110 \text{ kNm/m}$$

Wahl $\phi 16 @ 200 \dots 8^2 \cdot \pi \cdot 435 / 0.2 = 437.3 \text{ kN/m}$

$$m_{Rd} = 437.3 \cdot (320 - 20 - \frac{16}{2} - \frac{437.3}{2 \cdot 20}) = 122.9 \text{ kNm/m}$$

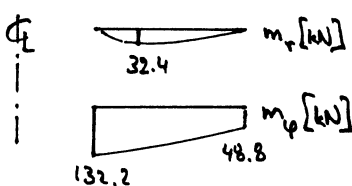
In Ringrichtung werden (vorgeboogene) Stäbe $\phi 16 @ 200$ angeordnet, in radialer Richtung Stäbe $\phi 12 @ 100$ (innen) bzw. 300 (außen), die am Plattenrand aufgebogen und über eine Länge von 1m in die Platte zurückgeführt werden:



N.B. Innerer Plattenrand analog, d.h. die Stäbe $\phi 12$ sind \square -förmig

Durch Verwendung von sich überlappenden \square -förmigen Stäben könnten die Radialbewehrung noch reduziert und Zwangslängen vermieden werden.

Gebrauchszustand



$$\text{Rissmoment } m_{cr} = \frac{h^2 f_{ct}}{6} = \frac{0.32^2 \cdot 2.9}{6} = 49.5 \text{ kNm/m}$$

$$\text{Elastische Momente } m_{r, \max} = 0.075 \cdot 12 \cdot 6^2 = 32.4 \text{ kNm/m}$$

$$m_{\phi, \max} = 0.306 \cdot 12 \cdot 6^2 = 132.2 \text{ "}$$

$$m_{\phi, \min} = 0.113 \cdot 12 \cdot 6^2 = 48.8 \text{ "}$$

Es ist zu erwarten, dass die Platte vom Innenrand praktisch bis zum Außenrand durchgehende, in radialer Richtung verlaufende Risse aufweist. Tangential (ringförmig)

verlaufende Risse sind nicht zu erwarten, da $m_{r,max} < m_{cr}$.

Das am Innenrand theoretisch auftretende Moment $m_{\varphi,max} = 132.2 \text{ kNm/m}$ kann von $m_{Rd} = 122.9 \text{ kNm/m}$ nicht aufgenommen werden. Lokal ist deshalb bereits unter den vollen Gebrauchslasten von 12 kN/m^2 mit fließender Bewehrung zu rechnen.

$$\text{Ungerissen ... } D = \frac{Eh^3}{12 \cdot (1-\nu^2)} = \frac{33.6 \cdot 10^3 \cdot (0.32)^3}{12 \cdot (1-0.2^2)} = \underline{\underline{95.6 \text{ MNm}^2/\text{m}}}$$

$$\rightarrow w_{\text{innen}} = 0.07464 \cdot \frac{12 \cdot 6^4}{95.6} = \underline{\underline{12.1 \text{ mm}}}$$

Da die Platte in radialer Richtung verlaufende Risse haben wird, wird die Durchbiegung mit dem Wert von 12.1 mm sicher unterschätzt.

$$\begin{array}{l|l} \text{Gerissen ... } E_g = 205 \text{ kN/mm}^2 & (2.12) \dots x = 54 \text{ mm} \\ E_c = 33.6 \text{ " } & (2.13) \dots EI^{\text{II}} = \underline{\underline{13.4 \text{ MNm}^2/\text{m}}} \\ \rho = 0.34\% & \\ d = 292 \text{ mm} & \rightarrow w = 12.1 \cdot \frac{95.6}{13.4} = \underline{\underline{86.4 \text{ mm}}} \end{array}$$

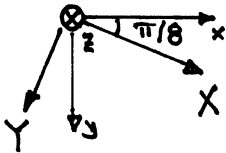
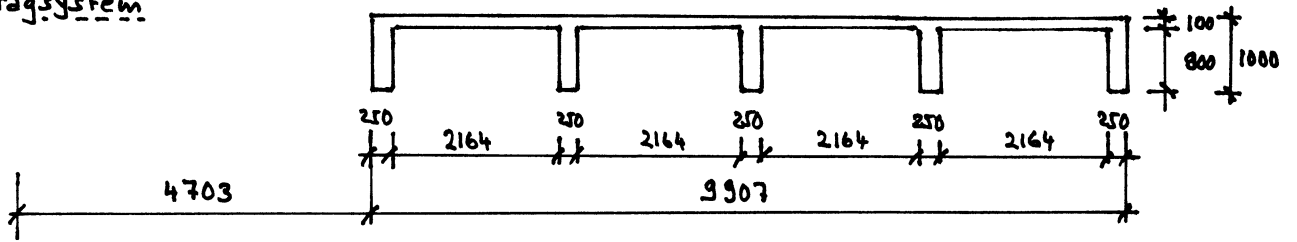
Der Wert von 86.4 mm überschätzt die Durchbiegung wegen des Einflusses der Zugversteifung. Immerhin erhält man eine gute Abschätzung für die Durchbiegung am inneren Plattenrand infolge Nutzlasten: $w(q = 2 \text{ kN/m}^2) \approx 86.4 \cdot 2/12 = \underline{\underline{14.4 \text{ mm}}}$.

Für Eigenlasten und Auflasten ist die Platte am Innenrand angemessen zu überhöhen, z. B. um 40 mm . Der Einfluss des Kriechens ist wegen des relativ kleinen Bewehrungsgehalts und damit der relativ dünnen Deckzone relativ gering.

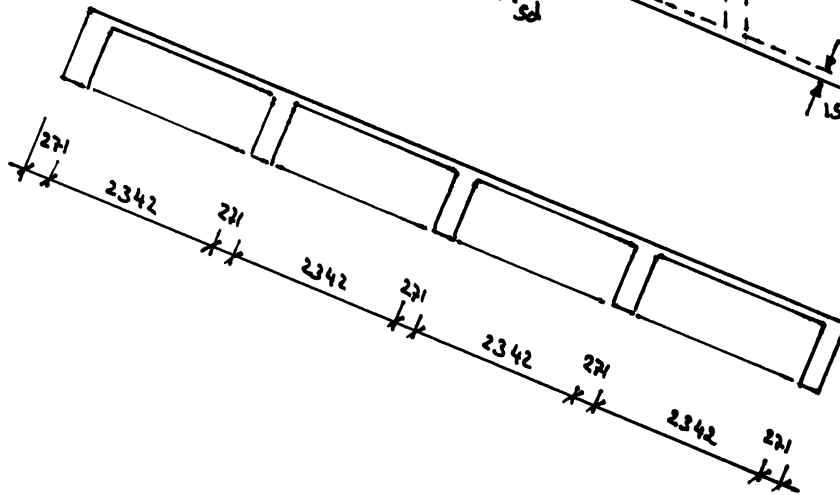
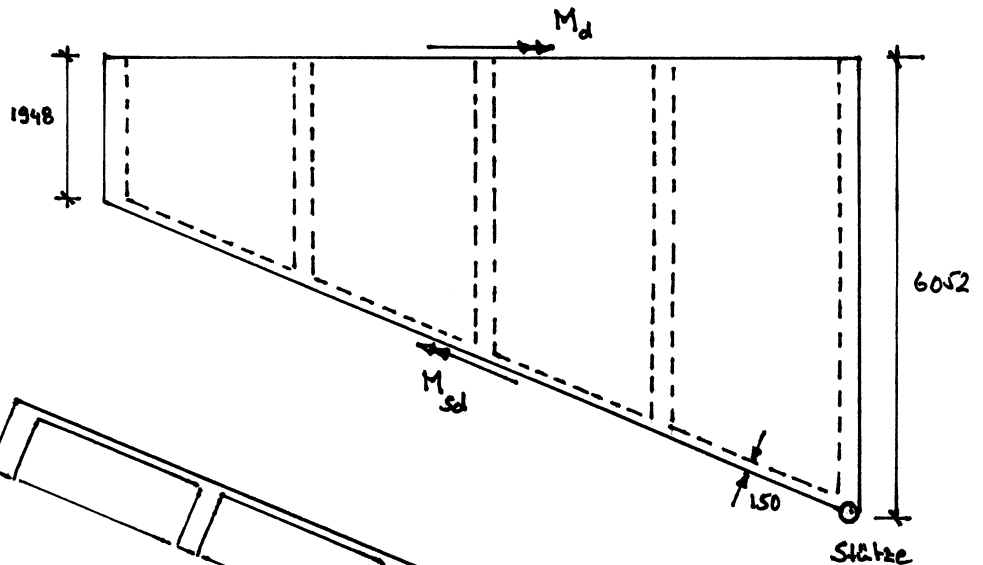
Insgesamt zeigt die Abschätzung der Durchbiegungen ein relativ weiches Verhalten der Platte. Zur Verbesserung des Verhaltens im Gebrauchszustand könnte die Ringbewehrung innen etwas verstärkt werden. Am Außenrand könnte die Ringbewehrung dagegen etwas reduziert werden.

b) Achteckplatte

Tragsystem



$X = x \cdot c + y \cdot s$
 $c = \cos(\pi/8)$
 $s = \sin(\pi/8)$

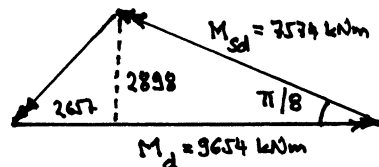


Lasten (Bemessungsniveau)

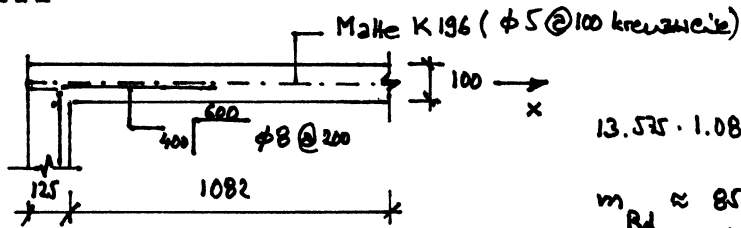
		Q_i	x	y
Platte ...	$(0.1 \cdot 25 + 2) \cdot 1.35 + 5 \cdot 1.5 = 13.575 \text{ kN/m}^2$...	$1.948 \cdot 9.907 \cdot 13.575 = 262.0 \text{ kN}$	9657	974
		$2.052 \cdot 9.907 \cdot 13.575 = 276.0 \text{ kN}$	11308	3316
Ringrippen ...	$0.25 \cdot 0.9 \cdot 25 \cdot 1.35 = 7.594 \text{ kN/m}$...	$2 \cdot 7.594 = 15.2 \text{ kN}$	4828	1000
		$3 \cdot 7.594 = 22.8 \text{ kN}$	7243	1500
		$4 \cdot 7.594 = 30.4 \text{ kN}$	9657	2000
		$5 \cdot 7.594 = 38.0 \text{ kN}$	12071	2500
		$6 \cdot 7.594 = 45.6 \text{ kN}$	14485	3000
Radialrippe ...	$0.15 \cdot 0.9 \cdot 25 \cdot 1.35 = 4.556 \text{ kN/m}$...	$4 \cdot 2.342 \cdot 4.556 = 42.7 \text{ kN}$	9657	3919
(Halbe) Stützenreaktion		732.7 kN	14485	5919

Momente

$M_d \cdot s = - \sum Q_i X_i \rightarrow M_d = 9654 \text{ kNm}$
 x ... 2898.351
 y ... 2657.106



Platte

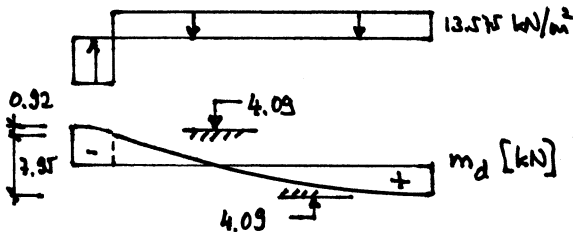


$$13.575 \cdot 1.082 \cdot (1.082 + 0.125) / 2 = 8.86 \text{ kNm/m}$$

$$m_{Rd} \approx 85.4 \cdot (50 - \frac{85.4}{20.2}) = 4.09 \text{ kNm/m}$$

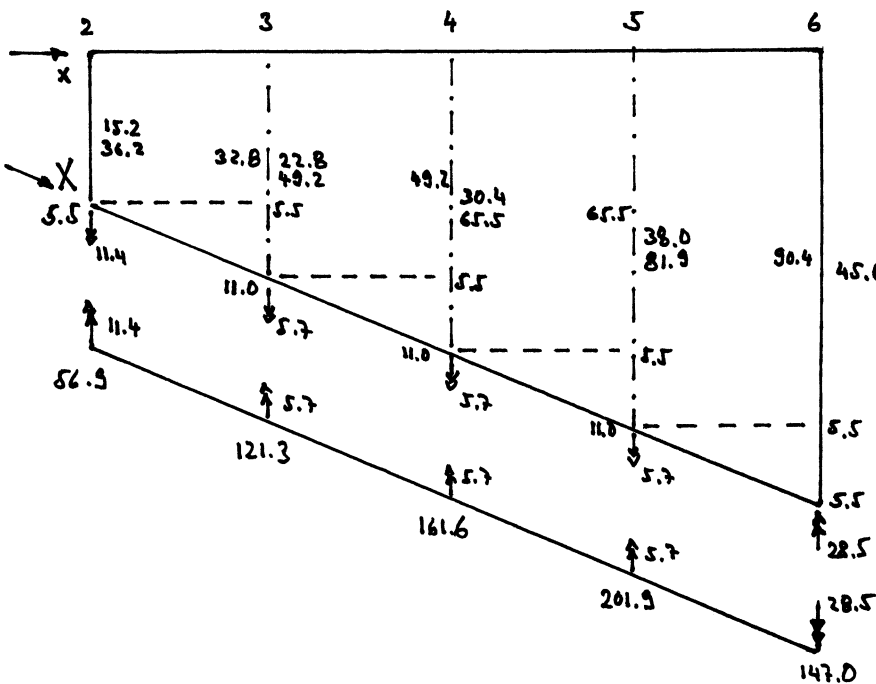
$$5^2 \cdot \pi / 4 \cdot 435 \cdot 10 = 85.4 \text{ kN/m}$$

Zusammen mit den winkelförmig aus der Ringrippe gebogenen Stäben $\phi 8 @ 200$ ergibt sich ein ausreichender Widerstand.



Die Einspannung in die Ringrippe verursacht in dieser Torsion, insbesondere in der äussersten, 12m langen Ringrippe.

Ringrippen

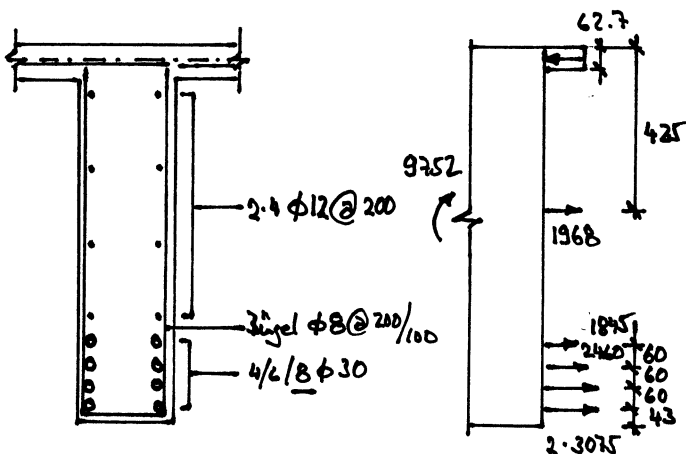


- Lastresultierende in [kN]
obere Zshl... Rippe
untere Zshl... Platte
- Plattenlasten in dreieckigen Spickeln durch drei äquivalente Kräfte von 5.5 kN ersetzt:
 $(13.575 \cdot 2.414 / 2) / 3 = 5.5 \text{ kN}$.

- Einspannmomente bei äussersten Rippen und Spickelrändern:
 $13.575 \cdot 1.082 (1.082 + 0.25) / 2 = 9.78 \text{ kN}$
 $9.78 - 4.09 \approx 5.7 \text{ kNm/m}$

Hauptbewehrung unten in Rippen ...
2: 4 $\phi 30$
3, 4, 5: 8 $\phi 30$
6: 6 $\phi 30$

$$\Sigma = 688.7 \approx 732.7 - 42.7 = 690.0, \text{ o.k.}$$

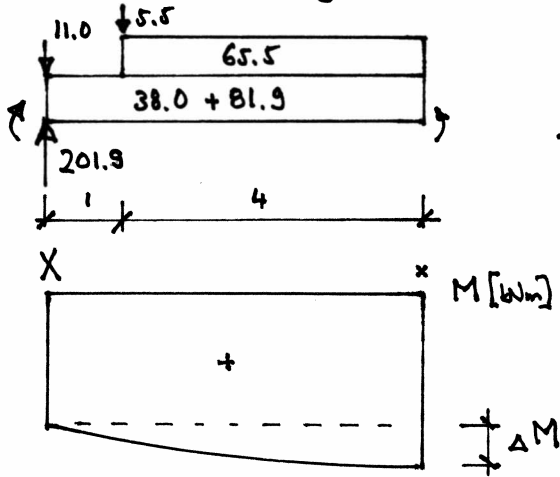


$$M_{Rd} = 3075 \cdot (957 + 897) + 2460 \cdot 863 + 1845 \cdot 803 + 1968 \cdot 425 - 12423 \cdot 62.7 / 2 = 9752 \text{ kNm}$$

N.B.: $(34 \cdot 15^2 \cdot \pi + 5 \cdot 8 \cdot 6^2 \cdot \pi) \cdot 425 = 12423 \text{ kN}$
 $\frac{12423}{20 \cdot 9.907} = 62.7 \text{ mm}$

$$M_{Rd} > M_d = 9654 \text{ kNm, o.k.}$$

Durch die Biegung (in Ringrichtung) werden die Momente in den umlaufenden Ringrippen von Feldmitte bis zu den Radialrippen abgebaut, haben dort aber immer noch beträchtliche Werte. Die Umlenkung der resultierenden Zug- und Druckkräfte in Ringrichtung bewirkt an den Radialrippen unten nach innen gerichtete und oben nach aussen gerichtete Umlenkkräfte, z.B. Rippe 5:



$$\Delta M = 5.5 \cdot 1 + 65.5 \cdot 3 + (38.0 + 81.9) \cdot 2.5 = \underline{\underline{501.75 \text{ kNm}}}$$

In derselben Weise resultieren für die anderen Rippen ...

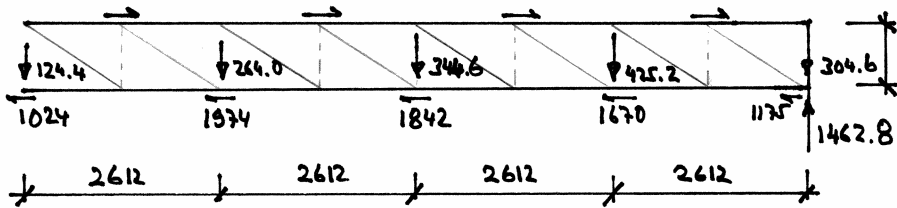
2	...	$\Delta M = 51.4 \text{ kNm}$
3		179.1 "
4		320.3 "
6		458.7 "

$$M_d - \sum \Delta M = 8143 \text{ kNm}$$

$$\sqrt{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot 8143 = \underline{\underline{6232 \text{ kNm}}}$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_{2 \cdot \sin(\pi/8)}$

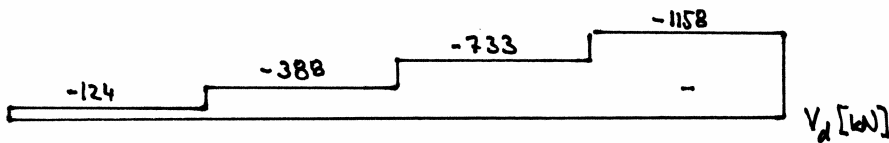
Radialrippen



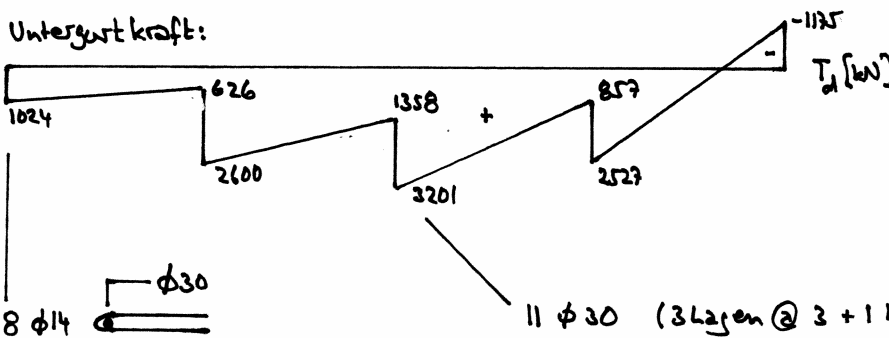
$z = 817$ (Annahme)

$$(124.4 \cdot 4 + 264.0 \cdot 3 + 344.6 \cdot 2 + 425.2 \cdot 1) \cdot 2.612 = \underline{\underline{6279 \text{ kNm}}}$$

$\approx 6232 \text{ kNm, o.k.}$



Untergurtkraft:



$$\frac{6279}{0.817} = 7685 \text{ kN} = \text{Summe der Umlenkkräfte}$$

Verteilung etwa proportional $M_d: -\Delta M_i$

$$16.7^2 \cdot \pi \cdot 435 = 1071 \text{ kN}$$

11 $\phi 30$ (3 Lagen @ 3 + 1 Lage @ 2)

$$11 \cdot 15^2 \cdot \pi \cdot 435 = 3382 \text{ kN}$$

Jede der beiden Lagen $\phi 30$ wird mit je 4 Haarnadeln $\phi 14$ zurückgehalten.

Die Abstufung der Untergurtbewehrung wird hier nicht weiter untersucht.

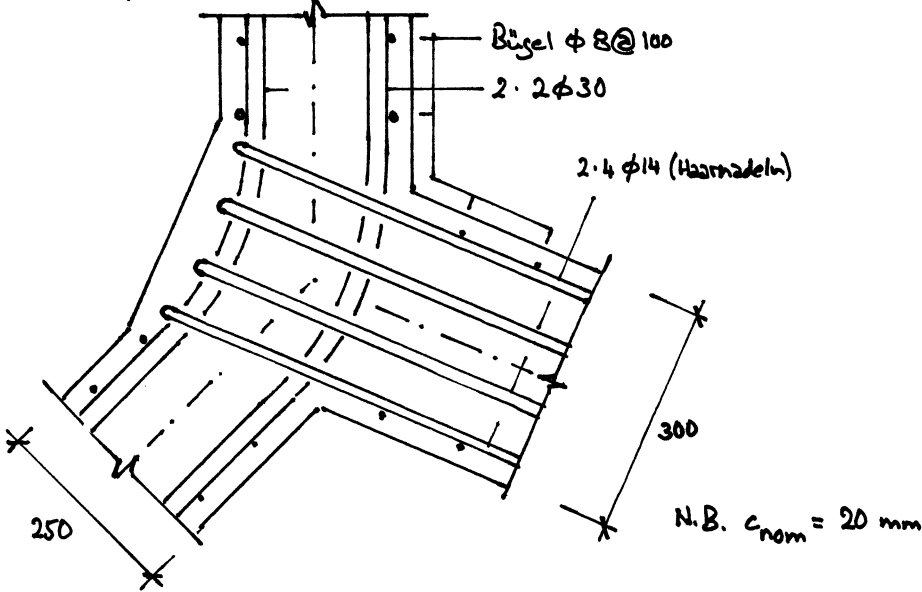
Querkrafttragfähigkeit ... $V_{d,max} = 1158 \text{ kN}$

Wähle Bügel $\phi 12 @ 100 \dots \frac{2 \cdot 6^2 \cdot \pi \cdot 435 \cdot 2612}{2 \cdot 100} = 1285 \text{ kN} > V_{d,max} \text{ o.k.}$

Stegdruckspannung $\frac{1158}{300 \cdot 817} \cdot \left(\frac{817}{1306} + \frac{1306}{817} \right) = 10.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < k_c \cdot f_{cd} = 12 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ , o.k.}$

Konstruktive Durchbildung

Innenrippe - Radialrippe (Grundriss)



Platte - Aussenrippe (Schnitt)

