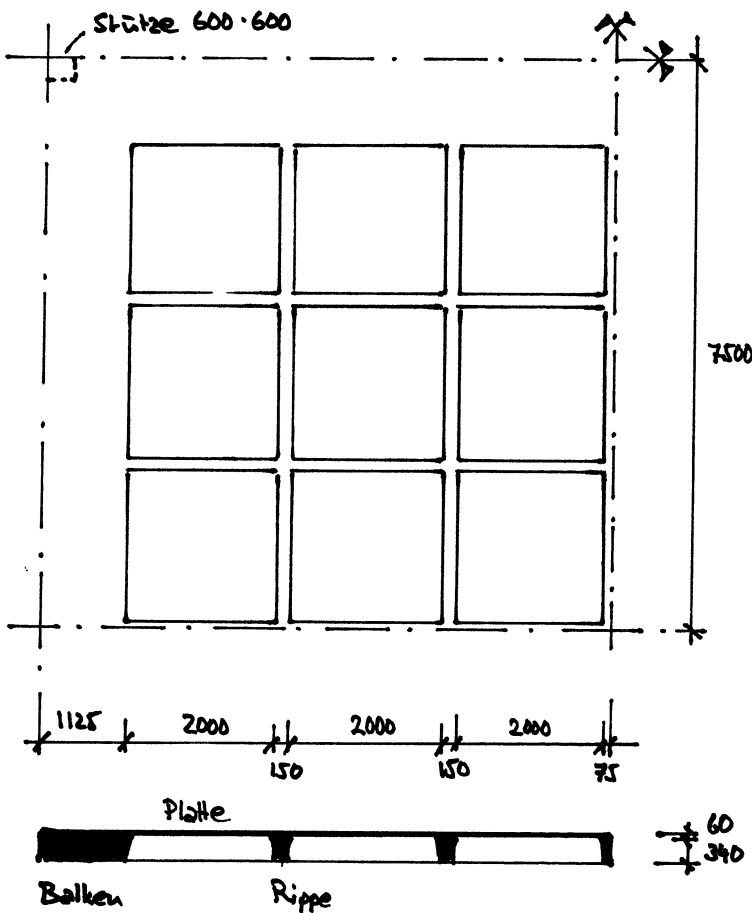


Stahlbeton II - Übung 4

Entwerfe und bemesse eine vorgespannte Kassettendecke mit $l_x = l_y = 15\text{ m}$ und einer Bauhöhe von 400 mm , XC1, R30. Außer ihrer Eigenlast hat die Decke Auflasten und Nutzlasten von je 2 kN/m^2 zu tragen. Es ist lediglich ein typisches Innenfeld unter Vollast zu betrachten.

Stelle das Ergebnis in Grundriss, Aufriss und Schnitten dar und ermittle den Aufwand an Beton, Betonstahl und Spannstahl pro m^2 Deckenfläche.

Übersicht



Neigung der Seitenwände der Kassetten 10:1

Volumen einer Kasette

$$\frac{1}{3}(2^2 \cdot 10 - 1.932^2 \cdot 9.66) = \underline{1.314 \text{ m}^3}$$

Mittlere Konstruktionsstärke

$$0.4 - \frac{9 \cdot 1.314}{7.5^2} = \underline{0.19 \text{ m}}$$

Stützenkraft

$$N_d = 15^2 \cdot [(0.19 \cdot 25 + 2) \cdot 1.35 + 2 \cdot 1.5] = \underline{2723 \text{ kN}}$$

Beton C 30/37, $d_{\text{max}} 16$

Betonstahl B500A (Matten) sowie B500B (Stäbe)

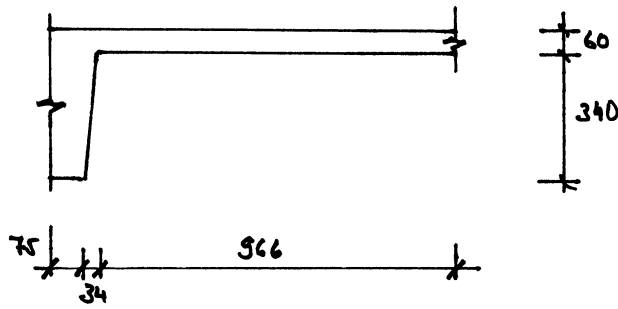
Spannstahl Y1770S7-15.7

... $f_{cd} = 20 \text{ N/mm}^2$

... $f_{sd} = 435 \text{ "}$

... $f_{pd} = 1320 \text{ "}$

Plate

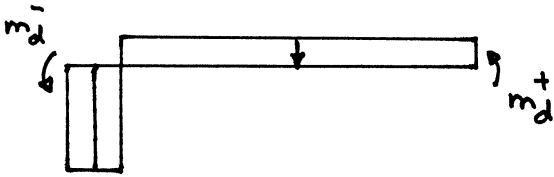


$$g_d = (0.06 \cdot 25 + 2) \cdot 1.35 = 4.725 \text{ kN/m}^2$$

$$q_d = 2 \cdot 1.5 = 3 \text{ kN/m}^2$$

$$(g_d + q_d) / 2 = 3.862 \text{ kN/m}^2$$

$$V_{d,max} = 0.966 \cdot 3.862 = 3.73 \text{ kN/m}$$



$$m_d^+ + m_d^- = 3.73 \cdot 2.15 / 4 = 2.01 \text{ kNm/m}$$



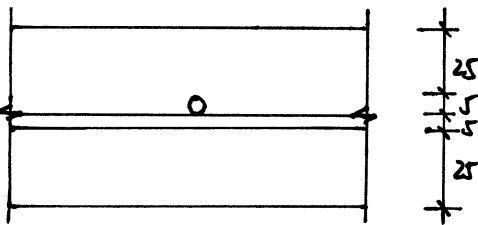
Bewehrung mit Matte K 131

($\phi 5 @ 150$ kreuzweise):

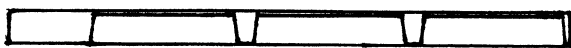
$$5^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{435}{150} = 56.9 \text{ kN/m}$$

$$m_{Rdm} = 56.9 \cdot \left(30 - \frac{56.9}{2 \cdot 20}\right) = 1.63 \text{ kN}$$

$$2m_{Rdm} = 3.26 > 2.01 \text{ kN, o.k.}$$



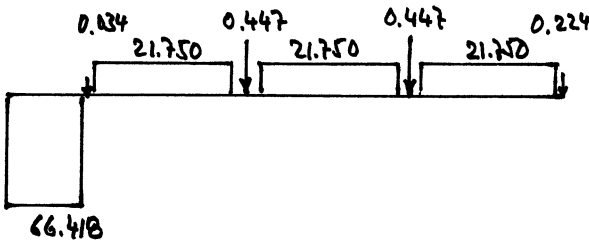
Rippe



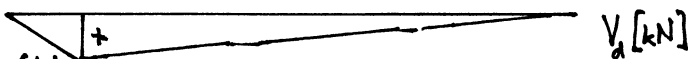
$$1.932 \cdot [(0.218 \cdot 0.06 + 0.184 \cdot 0.34) \cdot 25 \cdot 1.35 + 0.218 \cdot (2 \cdot 1.35 + 2 \cdot 1.5)] = 7.333 \text{ kN}$$

$$2 \cdot 1.932 \cdot 3.73 = 14.417 \text{ kN}$$

$$7.333 + 14.417 = 21.750 \text{ kN}$$



$$\frac{1}{2} \cdot \left\{ [(0.218)^2 \cdot 0.06 + \frac{1}{3} \cdot (0.218^2 \cdot 1.09 - 0.15^2 \cdot 0.75)] \cdot 25 \cdot 1.35 + 4 \cdot [0.034 \cdot 0.15 \cdot 0.34 \cdot \frac{1}{3} + 0.218 \cdot 0.34 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.034 \cdot \frac{1}{3}] \cdot 25 \cdot 1.35 + 0.218^2 \cdot (2 \cdot 1.35 + 2 \cdot 1.5) \right\} = 0.447 \text{ kN}$$

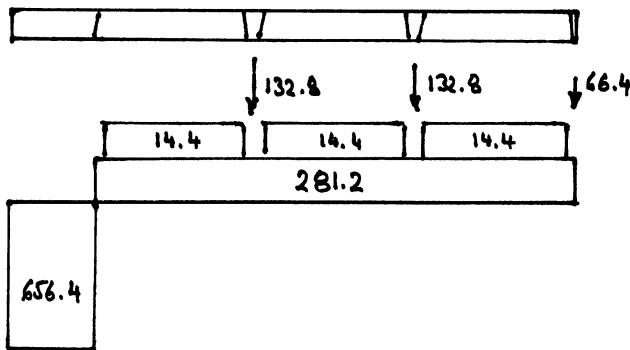


$$0.034 \cdot 1.147 + 66.144 \cdot 4.725 + 0.224 \cdot 7.5$$

$$-66.418 \cdot 1.125 / 2 = 247.1 \text{ kNm}$$



Balken

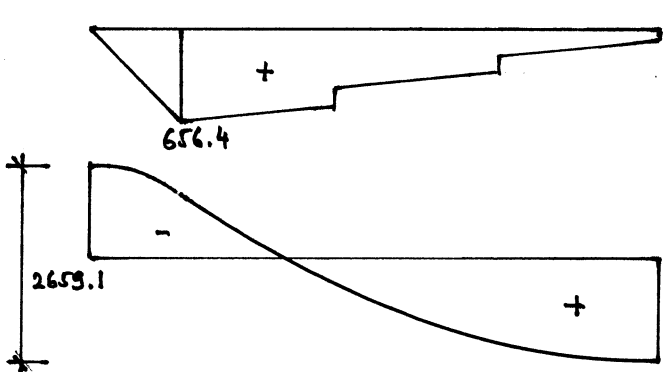


$$2.318 \cdot [(0.06 \cdot 2.5 + 2) \cdot 1.35 + 2 \cdot 1.5] + 2.284 \cdot 0.34 \cdot 2.5 \cdot 1.35 = 44.12 \text{ kN/m}$$

$$6.375 \cdot 44.12 = 281.2 \text{ kN}$$

$$(0.4 \cdot 2.5 + 2) \cdot 1.35 + 2 \cdot 1.5$$

$$\text{Kontrolle: } 4 \cdot 656.4 + 2 \cdot 2.5^2 \cdot 19.2 = 2722.8 \text{ kN} \approx N_d = 2723 \text{ kN}$$



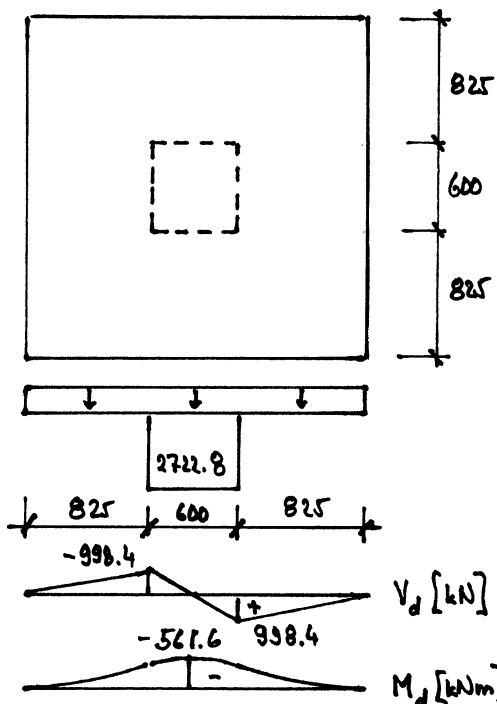
V_d [kN]

$$132.8 \cdot 2.5 + 14.4 \cdot 3 + 281.2 = 656.4$$

M_d [kNm]

$$281.2 \cdot 4 \cdot 3/2 + (3 \cdot 14.4 + 2 \cdot 132.8) \cdot 4 \cdot 2/5 + 66.4 \cdot 7 \cdot 4/3 - 656.4 \cdot 1.125/2 = 2659.1$$

Stützenbereich



$$2722.8 \cdot \frac{825}{2250} = 998.4 \text{ kN}$$

$$998.4 \cdot \frac{1.125}{2} = 561.6 \text{ kNm}$$

Zusammen mit den summierten Balkenmomenten von 2659.1 kNm ergibt sich $2659.1 + 561.6 = 3220.7 \text{ kNm}$. Diese Momentensumme muss von den Balken in beiden Richtungen aufgenommen werden können.

Kontrolle Momentengleichgewicht an Beckenviertel:

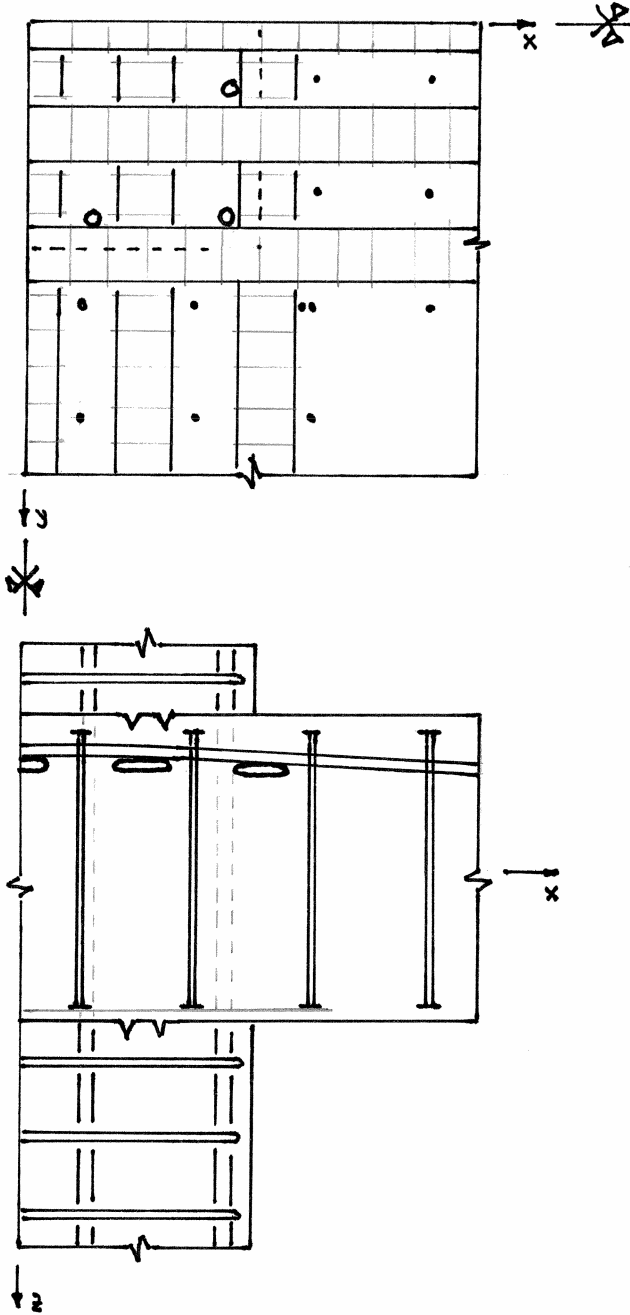
$$\frac{1}{2} \cdot 3220.7 + 2.5 \cdot 247.1 = 2228.1 \text{ kNm}$$

$$434.5 \cdot 2.75 + 82.3 \cdot (4 \cdot 3/2 + 0.5625)$$

$$+ 13.4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2/5 + \frac{13.4}{2} (4 \cdot 2/5 + 7 \cdot 4/3)$$

$$- 680.7 \cdot 0.15 = 2236 \text{ kNm} \approx 2228 \text{ kNm, o.k.}$$

Stützenbereich



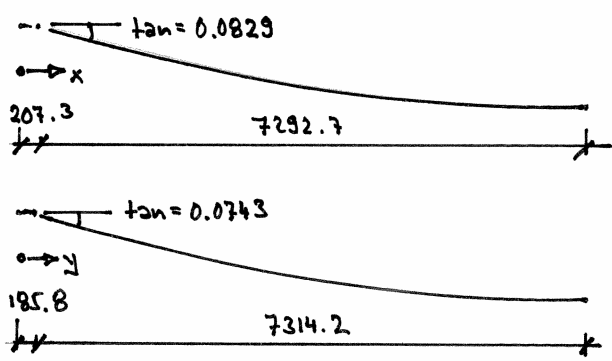
Stütze : Längsbewehrung 12 ϕ 20
 Bügel ϕ 10 @ 100/200

Platte : 5 x 6-4 pro Richtung
 $A_p = 5 \cdot 4 \cdot 150 = 3000 \text{ mm}^2$
 $P_{\infty} \approx 0.85 \cdot \sigma_{p0} \cdot A_p = 3159 \text{ kN}$
 \uparrow
 1239 N/mm^2
 $A_p \cdot f_{pd} = 3 \cdot 1320 = 3.96 \text{ MN}$

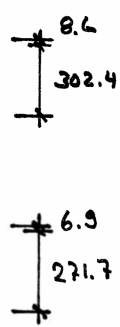
Querkraftbewehrung
 6 x ϕ 10 @ 150 pro Richtung
 (Stäbe mit aufgestauchten
 Köpfen)
 $A_w = 6 \cdot 25 \cdot \pi = 471 \text{ mm}^2 / 150 \text{ mm}$
 $= 3.142 \text{ mm}^2 / \text{mm}$
 $A_w \cdot f_{sd} = 1367 \text{ kN/m}$

N.B. : je 6 Querkraftbewehrungsstäbe sind über unterliegende Langstäbe = Stäbe miteinander zu einer Einheit verbunden. Zusammen mit Querstäben ϕ 16 @ 750 dienen sie auch der Abstützung der Spanglieder.

Kabelprofile ($R_{min} = 2.5 \text{ m}$ über Stütze):

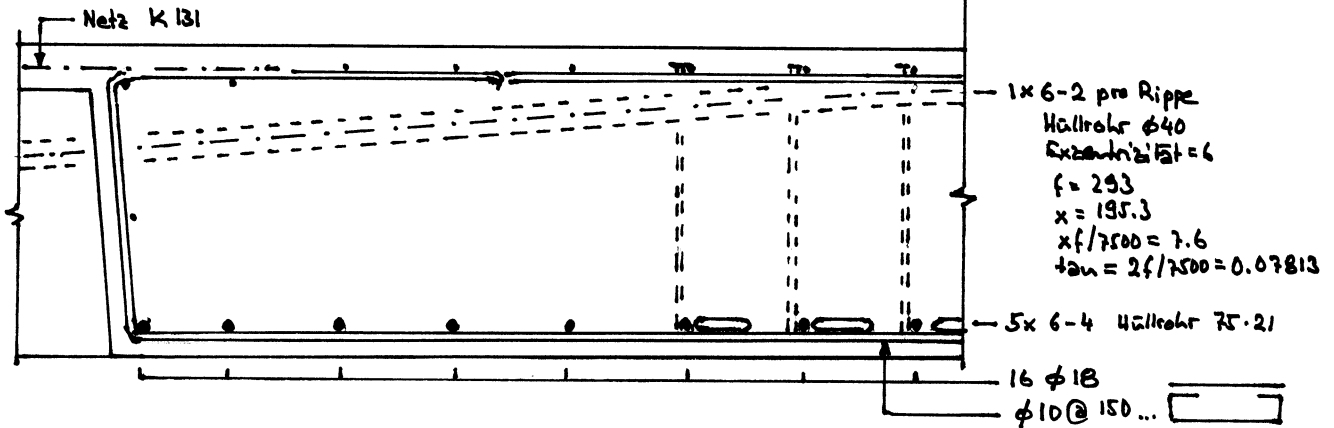


Aus dem Kabelprofil in x-Richtung ($d'_x = 20 + 18 + 10.5 = 48.5$) folgt die mittlere stat. Höhe der Kabel in y-Richtung:
 $d'_y = (1 \cdot 69.5 + 2 \cdot 77.5 + 2 \cdot 89.9) / 5 = 80.9$
 Somit $f_y = 400 - 80.9 - 40.5 = 278.6$

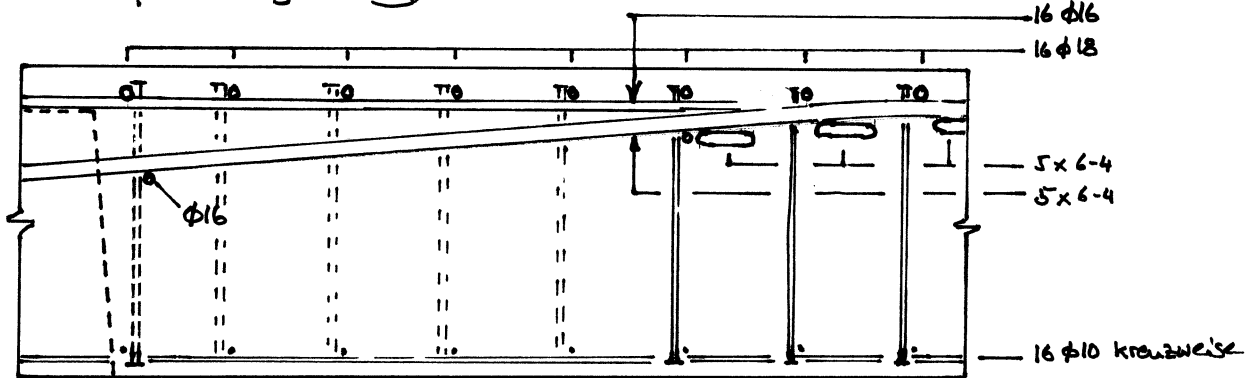


Balken

Feldquerschnitt



Stützenquerschnitt (y-Richtung)



Biege widerstände (Druckbewehrungen und Montagebewehrungen vernachlässigt):

Feld ...	$3960 + 16 \cdot 9^2 \cdot \pi \cdot 435 = 5731 \text{ kN}$	$3960 \cdot (400 - 30 - 10.5 - 61.8)$
	$\frac{5731}{20 \cdot 2318} = 123.6 \text{ mm}$	$+ 1771 \cdot (400 - 30 - 9 - 61.8) = 1709 \text{ kNm}$
Stütze ...	$3960 + 16 \cdot 8^2 \cdot \pi \cdot 435 = 5359 \text{ kN}$	$3960 \cdot (400 - 70.4 - 10.5 - 63.7)$
	$\frac{5359}{20 \cdot 2250} = 127.4 \text{ mm}$	$+ 1771 \cdot (400 - 20 - 9 - 63.7) = 1556 \text{ kNm}$

Mittelwert der 5 Spannungslieder

$\Sigma I = 1709 + 1556 = 3265 \text{ kNm} > 3221 \text{ kNm}, \text{ o.k.}$

Biege widerstand über Stütze in x-Richtung:

	$3960 + 16 \cdot 8^2 \cdot \pi \cdot 435 = 5359 \text{ kN}$	$3960 \cdot (400 - 20 - 18 - 10.5 - 59.5)$
	$\frac{5359}{20 \cdot 2250} = 119.1 \text{ mm}$	$+ 1399 \cdot (400 - 20 - 18 - 8 - 59.5) = 1568 \text{ kNm}$

$\Sigma I = 1709 + 1568 = 3277 \text{ kNm} > 3221 \text{ kNm}, \text{ o.k.}$

effektiv könnte die mitwirkende Druckzonbreite über der Stütze grösser als 2.25 m angesetzt werden → Biege widerstände noch etwas grösser?

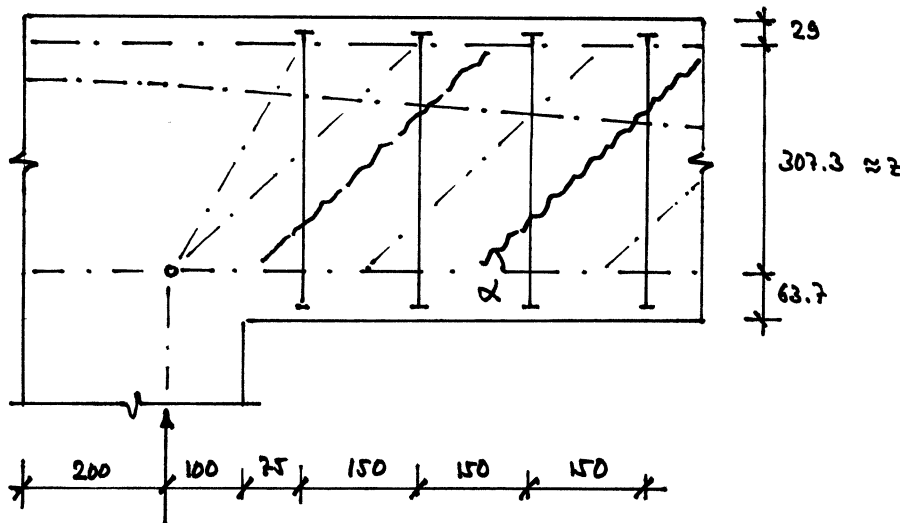
Querkrafttragfähigkeit:

- Die Querkraftbewehrungsstäbe $\phi 10$ werden nur im Stützenbereich (2.25m x 2.25m) angeordnet, total $4 \cdot 6 \cdot 6 = 144$ Stäbe.

- Auf Stütze übertragene Umkehrkräfte:

$$\sum P_{\infty} \cdot \sin \beta_p = 3159 \cdot 2 \left[\sin(\arctan 0.0829) + \sin(\arctan 0.0743) \right] = 990 \text{ kN} = 0.36 N_d$$

- Vereinfachter Nachweis in (schwächerer) y-Richtung im Stützenbereich:



$$\frac{N_d}{4} = 680.7 \text{ kN}$$

$$P_{\infty} \cdot \sin \beta_p \approx 3159 \cdot \sin(\arctan 0.0743) = 234.1 \text{ kN} \quad \left. \vphantom{P_{\infty} \cdot \sin \beta_p} \right\} \frac{680.7 - 234.1}{1367} = 0.327 \text{ m} = z \cdot \cos \alpha$$

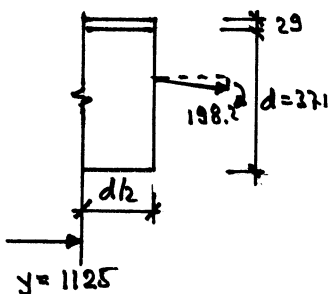
$$\rightarrow \alpha = \arctan \frac{307.3}{327} = 43.2^\circ$$

Es kann sich annähernd ein unter 45° geneigtes Druckfeld einstellen (N.B. effektiv ist z etwas grösser als 307.3 mm). Die Betondruckspannungen sind klein:

$$\frac{680700 - 234100}{750 \cdot 307.3 \cdot \sin \alpha \cos \alpha} = 3.9 \text{ N/mm}^2 \ll k_c \cdot f_{cd} = 12 \text{ N/mm}^2$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\approx b_w}$

- Vereinfachter Nachweis am Rand des Stützenbereichs (y-Richtung):

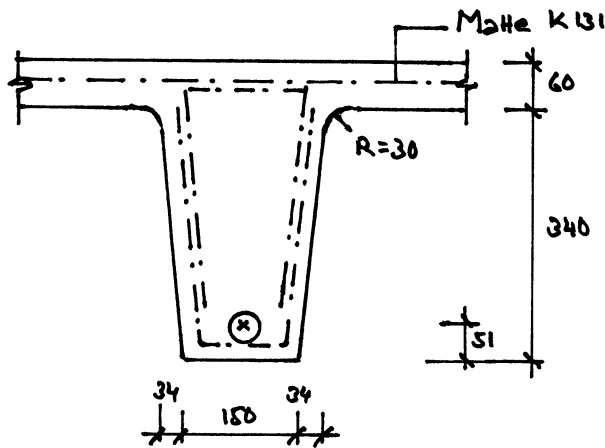


$$V_d = 656.4 - \frac{281.2 \cdot 371}{2 \cdot 6375} - \frac{14.4 \cdot 151.5}{1932} = 647.1 \text{ kN}$$

$$P_{\infty} \cdot \sin \beta_p = 198.2 \text{ kN (aus Parabel S. U4.4 unten)}$$

$$\frac{647.1 - 198.2}{371 \cdot 2284} = 0.53 \text{ N/mm}^2 < k_d \cdot \tilde{f}_{cd} = \frac{1.1}{1 + 2.2 \cdot 0.371} = 0.61 \text{ N/mm}^2, \text{ o.k.}$$

Rippe

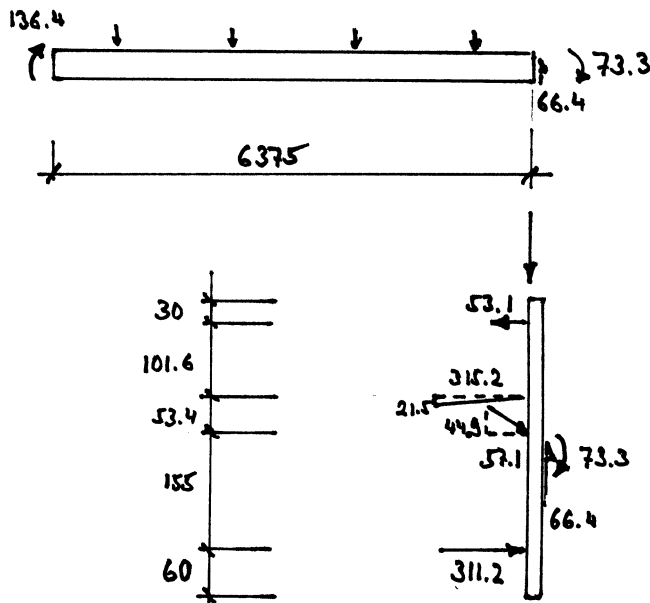


- U-förmige Bügel und Stabdügel aus Matten K 131 ($\phi 5 @ 150$ kreuzweise) zwischen Rippenkreuzungspunkten, Länge = 1.95 m
- Zulagen $\phi 8$ (je zwei Stück unten und oben, Länge = 1 m) um Kontinuität der schrägen Längsbewehrung bei Rippenkreuzungspunkten zu gewährleisten
- Spannungsglied G-2, $\phi_H 35/40$, Exz. = 6 mm ($A_p = 300 \text{ mm}^2$)

Biege Widerstand ... $A_p \cdot f_{pd} = 300 \cdot 1.32 = 396 \text{ kN}$

$$396 \cdot \left(400 - 51 - \frac{396000}{2 \cdot 20 \cdot 2150} \right) = 136.4 \text{ kNm}, \quad 2 \cdot 136.4 = 272.8 > 247.1 \text{ kNm, o.k.}$$

Vereinfachter Nachweis beim Übergang Rippe-Balken:



$$P_{00} = 315.9 \text{ kN}$$

Annahme Randabstand der Stinger oben 30 mm, unten 60 mm $\rightarrow z = 310 \text{ mm}$

$$V_d - P_{00} \cdot \tan(\beta_p) = 66.4 - 21.5 = 44.9 \text{ kN}$$

$$A_{sw} \cdot f_{sd} = 2 \cdot \frac{5^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{435}{150} = 113.9 \text{ kN/m}$$

$$z \cdot \cot \alpha = \frac{44.9}{113.9} = 394 \text{ mm}$$

$$44.9 \cdot \cot \alpha = 57.1 \text{ kN}$$

$$\rightarrow T = 53.1 \text{ kN} < 2.15 \cdot 131 \cdot 435 = 122.4 \text{ kN, o.k.}$$

$$\rightarrow C = 311.2 \text{ kN} < 0.15 \cdot 0.12 \cdot 20 = 360 \text{ kN, o.k.}$$

L_{fed}

Die Matte K 131 reicht zur Aufnahme von T bei weitem aus, und auch die Druckkraft C ist nicht kritisch (effektiv $b_w > 0.15 \text{ m}$, Spannungen noch weiter unter f_{cd}).

Der Tragsicherheitsnachweis beim Übergang von der Rippe zum Balken könnte auch erbracht werden, wenn im Feld ein kleineres Moment als $M_{ed} = 136.4 \text{ kNm}$ angenommen würde.

Baustoffaufwand pro m² Deckenfläche

a) Beton

Siehe S. U4.1

... 0.19 m³/m²

b) Spannstahl

$$\left. \begin{array}{l} 5 \cdot 6-4 \dots A_p = 3000 \text{ mm}^2 \\ 5 \cdot 6-2 \dots A_p = 1500 \text{ mm}^2 \end{array} \right\} 2 \cdot 4500 \cdot 15000 \cdot 7850 \cdot 10^{-9} = 1060 \text{ kg/Feld} \quad \dots \underline{\underline{4.71 \text{ kg/m}^2}}$$

c) Betonstahl

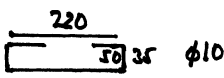
Matten ... $2 \cdot 5 \cdot 6 = 60$ Bügel $l = 1.95, b = 0.825 \dots 96.5 \text{ m}^2 @ 2.06 \text{ kg/m}^2 \dots 198 \text{ kg}$

$(13.25)^2 \cdot 1.2$ 210.7 m^2 ... 432 kg
 \uparrow 20% Überlappung

Stäbe ... Zulagen $\phi 8 \cdot 1 \text{ m} \dots 4 \cdot (4.5 + 25 \cdot 2) = 280 \text{ m} @ 0.395 \text{ kg/m} \dots 110 \text{ kg}$

... Querkraftbew. $(144 + 2 \cdot 16 \cdot 6) \cdot 0.44 = 147.84 \text{ m} @ 0.617 \text{ kg/m} \dots 91 \text{ kg}$
 \uparrow
 2 · 4 ϕ Zulagen für Köpfe

... Kabelhalter $\phi 16 \dots 2 \cdot 20 \cdot 0.9 \text{ m} = 36 \text{ m} @ 1.578 \text{ kg/m} \dots 57 \text{ kg}$

... Querbewehrung  $2 \cdot 83 \cdot 6.1 \text{ m} = 1012.6 \text{ m} @ 0.617 \text{ kg/m} \dots 624 \text{ kg}$

... Längsbewehrung

oben 16 $\phi 16, l = 7 \text{ m} \dots 112 \cdot 1.578 = 177 \text{ kg}$

16 $\phi 18, l = 7 \text{ m} \dots 112 \cdot 1.998 = 224 \text{ kg}$

32 $\phi 10, l = 9 \text{ m} \dots 288 \cdot 0.617 = 178 \text{ kg}$

Mitte 4 $\phi 10, l = 14 \text{ m} \dots 56 \cdot 0.617 = 35 \text{ kg}$

unten 32 $\phi 18, l = 10 \text{ m} \dots 320 \cdot 1.998 = 639 \text{ kg}$

32 $\phi 10, l = 6 \text{ m} \dots 192 \cdot 0.617 = 118 \text{ kg}$

... 1371 kg

$\Sigma = 2884 \text{ kg} \hat{=} 12.8 \text{ kg/m}^2$

Auf das Betonvolumen bezogen resultieren 24.8 kg Spannstahl / m³ Beton

67.4 kg Betonstahl / m³ Beton.