Stahlbeton II - Übung 3

Aufgabenstellung

Man betrachte erneut den in Übung 2 behandelten Träger. Dabei ist die gesamte Längsbewehrung zu berücksichtigen, d.h. auch die Druckbewehrung und die über die Trägerhöhe verteilte Längsbewehrung.

a) Weise die Biegetragsicherheit gemäss Norm SIA 262 nach.

b) Erbringe die Spannungsnachweise (am gerissenen Querschnitt) im Feld und über der Zwischenstütze unter $P_\infty + g_k + q_k$ (einseitige Nutzlast bzw. Vollast).

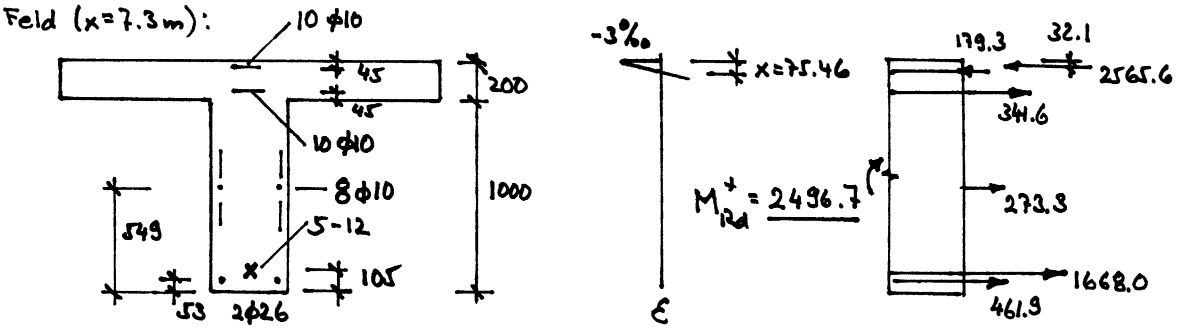
c) Bemesse die Bügelbewehrung und weise die Querkrafttragsicherheit gemäss Norm SIA 262 nach. Untersuche die massgebenden Querschnitte beim End- bzw. Zwischenauflager. Diskutiere die mögliche Abstufung der schlaffen Längsbewehrung.

d) Untersuche die Ausdehnung der unter Gebrauchslasten möglicherweise dekomprimierten Bereiche.

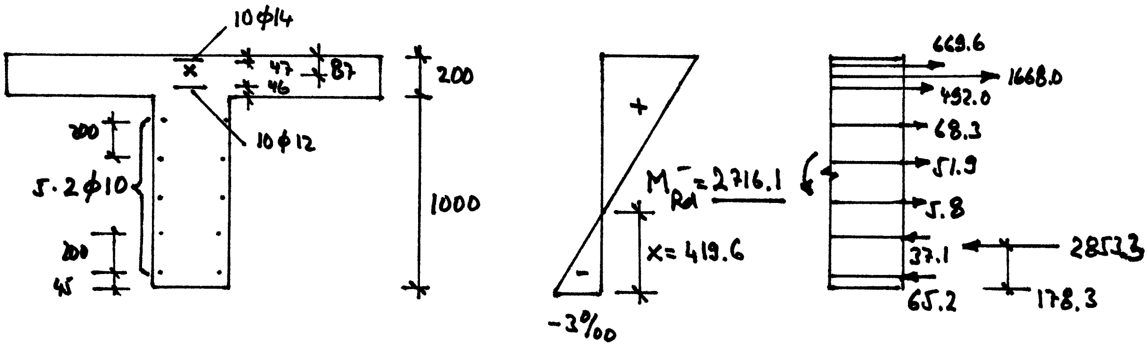
e) Schätze die unter $P_\infty + g_k + q_k$ (einseitig) zu erwartenden Durchbiegungen ab.

a) Biegetragsicherheit

Feld (x=7.3m):



Stütze:



Der Vergleich mit S.U2.6 zeigt, dass die Biegetragsicherheit gewährleistet ist:

$D = 2496.7\left(\frac{1}{7.3}+\frac{1}{10.7}\right) + 2716.1\cdot\frac{1}{10.7} = 829.2\ \text{kN} = \underline{1.059\cdot W}$

Es besteht eine Reserve von 5.9 %. Die Bewehrung könnte noch etwas reduziert werden, z.B. 2Φ22 statt 2Φ26 unten im Feld ($x=72.0$, M^+_{Rd} = 2354.9 kNm →

$D = 2354.9\,(1/7.3 + 1/10.7) + 2716.1/10.7 = 796.5\ \text{kN} = \underline{1.017\cdot W}$ (Reserve 1.7%).

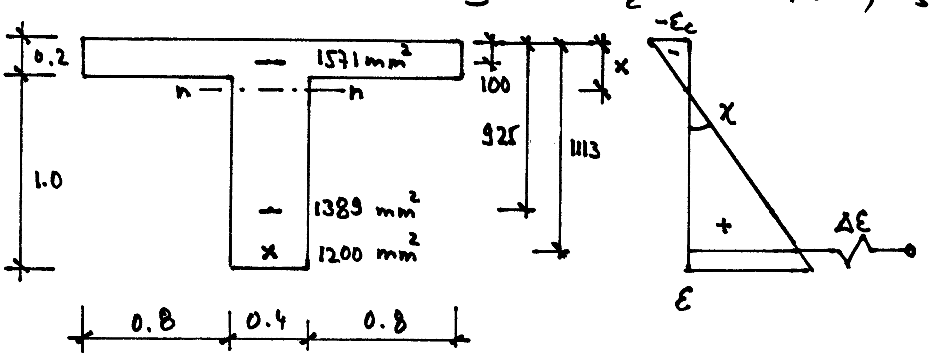
N.B. Schwerpunkt der Φ10 im Steg in der Folge 545 statt wie oben 549 mm über UK Träger angenommen!

b) Spannungsnachweise am gerissenen Querschnitt

Feld (x = 8.505 m): Annahme neutrale Achse im Steg oberhalb obersten Stäben Φ10

Annahme $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{p0} - \varepsilon_{cp0} \approx \frac{P_0}{A_p E_p} + \frac{P_0}{A_c E_c} = \frac{1509000}{1200\cdot 195} + \frac{1509000}{800000\cdot 33.6} \approx 6.5‰$

Rechnung mit E_c = 33.6 kN/mm², E_s = 205 kN/mm², E_p = 195 kN/mm²



$20\cdot 5^2\cdot\pi = 1571\ \text{mm}^2$

$(8\cdot 5^2 + 2\cdot 11^2)\cdot\pi = 1389\ \text{mm}^2$

$\frac{(1149\cdot 2\cdot 11^2 + 655\cdot 8\cdot 5^2)\pi}{1389} = 925\ \text{mm}$

$$N=0:\quad x\cdot\varepsilon_c\cdot 33.6-\frac{(x-200)^2}{x}\cdot\varepsilon_c\cdot 0.8\cdot 33.6+\left(1-\frac{100}{x}\right)\varepsilon_c\,(205-33.6)\cdot 1.571-\left(\frac{925}{x}-1\right)\varepsilon_c\cdot 205\cdot 1.389$$

$$+\left[\Delta\varepsilon-\left(\frac{1113}{x}-1\right)\varepsilon_c\right]\cdot 195\cdot 1.2=0$$ $\rightarrow \varepsilon_c(x) \rightarrow M(x) \rightarrow$ Korrektur von x bis

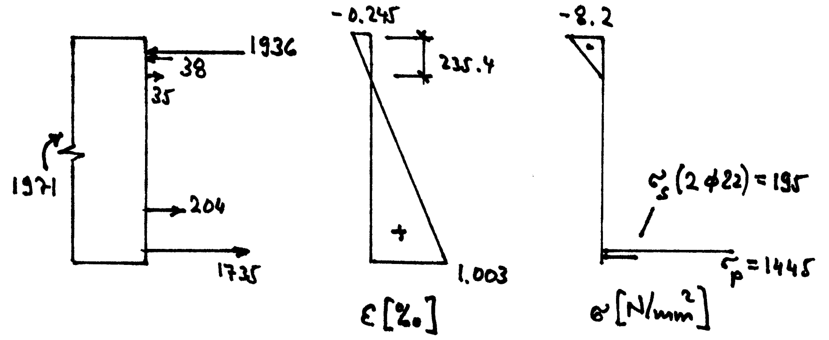
$M(x) = M$

$x = 8.505\ \text{m}:\quad M(g_k) = 424.8\ \text{kNm}$

$M_{200} = 1307\ \text{kN}\cdot 508\ \text{mm}\cdot\frac{8.505}{18} = 313.7\ \text{kNm}$ | $M = \underline{1970.9\ \text{kNm}}$

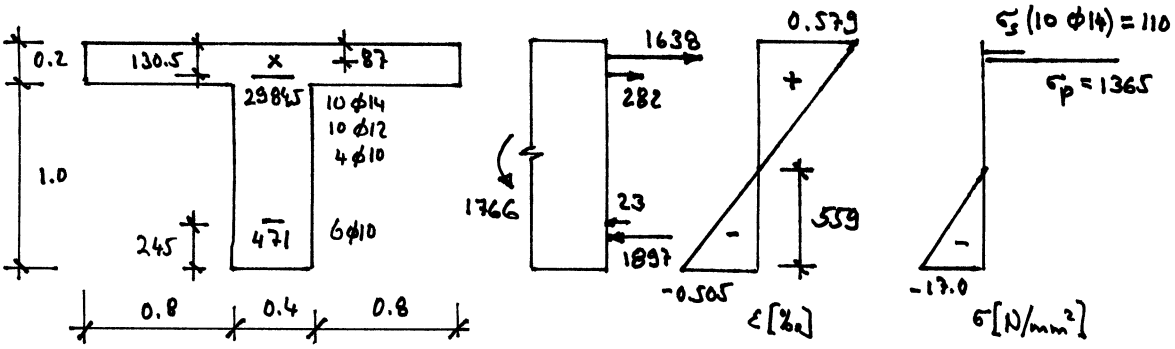
$M(q_k) = 1232.4\ \text{kNm}$

Iteration bringt $x = \underline{235.4\ \text{mm}}$, $\varepsilon_c(x) = -0.245$ ‰, $M(x) = \underline{1971\ \text{kNm}}$



Die Spannungen sind relativ klein. Wäre q_k ermüdungswirksam, könnten die Werte gemäss SIA 262 Tab. 12 jedoch nicht eingehalten werden. Die Bewehrung wäre zu verstärken!

<u>Stütze (x = 18m)</u>



$x = 18\ \text{m}:\quad M(g_k) = -810\ \text{kNm}$

$M_{200} = 1307\ \text{kN}\cdot 508\ \text{mm} = 664.0\ \text{kNm}$ | $M = \underline{-1766.0\ \text{kNm}}$

$M(q_k) = -1620\ \text{kNm}$

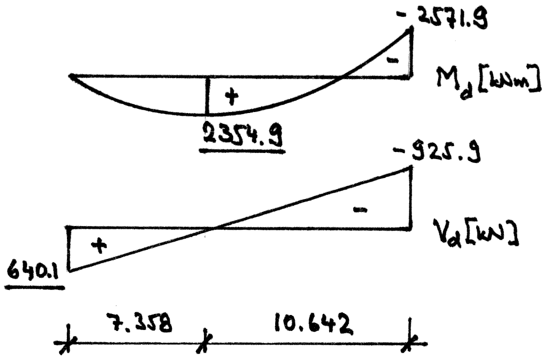
$$N=0:\quad x\cdot\varepsilon_c\cdot 0.2\cdot 33.6+\left(1-\frac{245}{x}\right)\varepsilon_c\,(205-33.6)\cdot 0.471-\left(\frac{1069.5}{x}-1\right)\cdot\varepsilon_c\cdot 205\cdot 2.9845$$

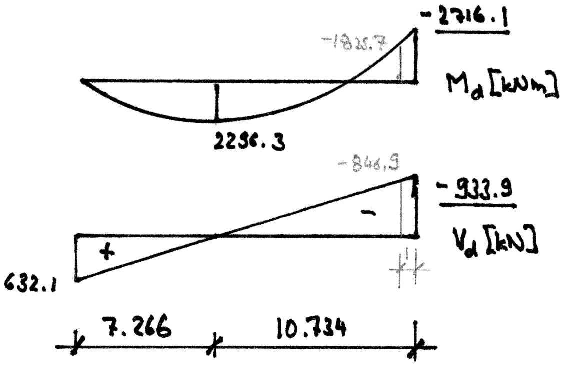
$$+\left[\Delta\varepsilon-\left(\frac{1113}{x}-1\right)\varepsilon_c\right]\cdot 195\cdot 1.2=0$$

Iteration wie oben bringt $x = \underline{559\ \text{mm}}$, $\varepsilon_c(x) = -0.505$ ‰, $M(x) = \underline{-1765.9\ \text{kNm}}$

c) <u>Querkrafttragsicherheit</u>

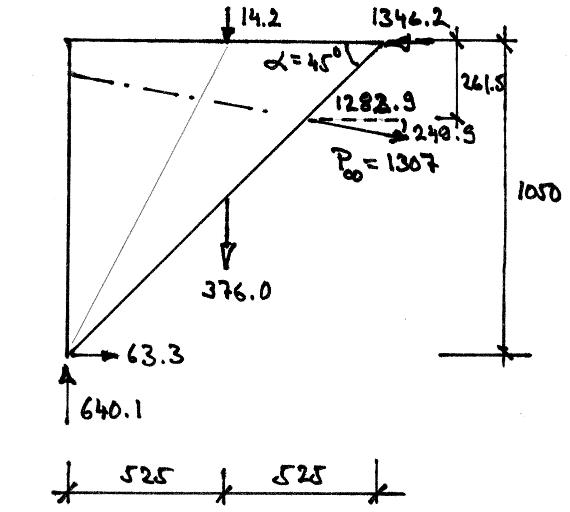
Die extremal möglichen Querkräfte beim Endauflager und beim Zwischenauflager ergeben sich aus den Biegewiderständen:





In den Auflagerbereichen werden Bügel <u>ϕ10 @ 100</u> angeordnet, im Feld Reduktion auf <u>ϕ10 @ 200</u> (entspricht $\rho_w = 2 \cdot 5^2 \cdot \pi/(200 \cdot 400) = 0.196\,\% \approx \rho_{min} = 0.2\,\%$).

Nachweis gemäss SIA 262 (Vorlesung S. 7.27/28, Achtung $g_d/2 + q_d = 73.5$ kN/m als unten angehängt zu betrachten):



Annahme: Obergurt auf Höhe Plattenmitte
" Untergurt 50 mm über UK Steg

$\rightarrow z = 1.2 - 0.1 - 0.05 = 1.05$ m

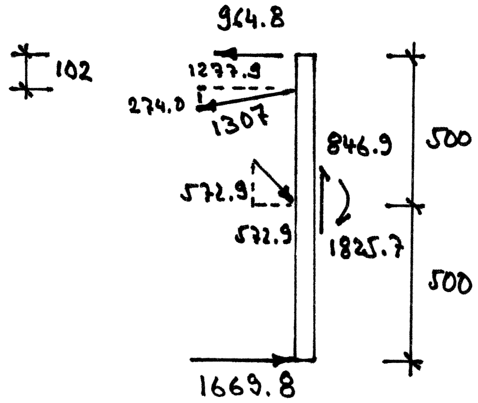
Bügelwiderstand:

$2 \cdot 5^2 \cdot \pi \cdot 435/100 = 683.3$ kN/m

$1.05 \cdot 683.3 = 717.5$ kN > 376.0 kN, o.k.

N.B.: Die beim Auflager zu verankernde Untergurtkraft von 63.3 kN ist sehr klein.

Für den Nachweis beim Zwischenauflager wird $z = 1$ m und $\alpha = 45°$ angenommen (Obergurt auf Höhe Plattenmitte, Untergurt im Zentrum einer 200 mm dicken Druckzone):



Im Druckgurt ergibt sich eine mittlere Druckspannung von $\dfrac{1\,669\,800}{200 \cdot 400} = 20.9$ N/mm² was leicht über $f_{cd} = 20$ N/mm² liegt. Unter Berücksichtigung der Druckbewehrung kann das akzeptiert werden, z braucht nicht angepasst zu werden.

Die Bügel in der Länge $z \cdot \cot\alpha = 1$ m neben dem Auflager müssen $572.9 + 73.5 = 646.6$ kN aufnehmen, da $q_d + g_d/2$ unten angehängt sind: $646.6 < 683.3$, o.k.

Spannungen im geneigten Druckfeld beim Zwischenauflager (7.29/30) bzw. (7.32) und (7.30):

$$\frac{572\,900}{(400-\frac{72}{2})\cdot 1000\cdot\frac{1}{2}} = 3.1\ N/mm^2 \ll k_c \cdot f_{cd} = 0.6\cdot 20 = 12\ N/mm^2, \text{ o.k.}$$

Abstufung der schlaffen Längsbewehrung:

Die Abstufung der schlaffen Längsbewehrung erfolgt am besten aufgrund einer Tabellenrechnung, indem analog zum Schnitt 1 m neben dem Zwischenauflager weitere Querschnitte (z.B. im Abstand von 1 oder 2 m) betrachtet werden → hier nicht weiter ausgeführt.

d) Dekomprimierte Bereiche

Siehe S. U2.5:

$$\left.\begin{aligned} M(g_k) &= 135x - 10x^2 \\ M(q_{1kl}) &= 315x - 20x^2 \\ M(P_\infty) &= 1307\cdot\left[-0.713 + 0.913\left(1-\frac{x}{8.505}\right)^2 + \frac{x}{18}\cdot 0.508\right] \end{aligned}\right\} [m, kN]$$

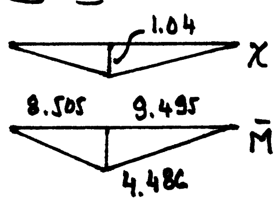
$$M_{dec,inf} = \frac{P_\infty \cdot I_c}{A_c \cdot z_{inf}} = \frac{1307\cdot 0.106667}{0.8\cdot 0.8} = 218\ kNm\ , \quad M_{dec,sup} = \frac{P_\infty \cdot I_c}{A_c\, z_{sup}} = -109\ kNm$$

$\Sigma M = M_{dec}$ liefert $x_1 = -0.208\,m$, $x_2 = 15.484\,m$, $x_3 = 16.899\,m$

d.h. der Träger ist ausser für das Intervall $x_2 < x < x_3$ dekomprimiert!

e) Durchbiegung unter $P_\infty + g_k + q_{ke}$

Aus dem Spannungsnachweis am gerissenen Querschnitt ist die Krümmung bei $x = 8.505$ m bekannt: $\chi = 0.245/0.2354 = 1.04$ mrad/m. Nimmt man als grobe Schätzung für $\chi(x)$ einen dreieckigen Verlauf an, resultiert eine Durchbiegung von etwa 28 mm:



$$1.04\cdot 4.486\cdot\frac{18}{3} = 28$$

genaue Berechnung durch Betrachtung mehrer Querschnitte ohne weiteres möglich, hier unterdrückt.