

Stahlbeton II - Übung 1

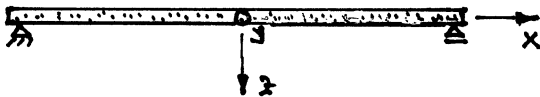
Aufgabenstellung

Eine in y -Richtung sehr lange, in x -Richtung als einfacher Balken über 12 m gespannte Betonkonstruktion hat sich selbst, eine Auflast von 2 kN/m^2 und eine Nutzlast von 3 kN/m^2 zu tragen. Die Konstruktion hat den Anforderungen der Expositionsklasse XC1 sowie der Feuerwiderstandsklasse R60 zu entsprechen.

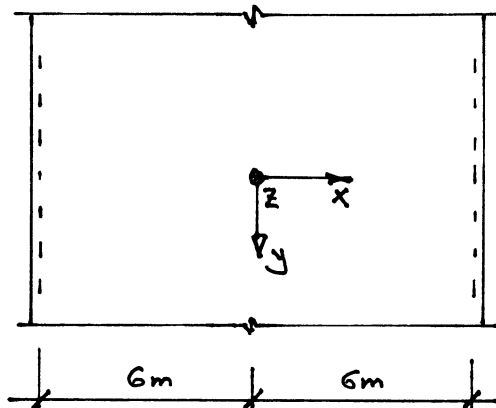
Entwerfe und bemesse eine vorgespannte Betonkonstruktion gemäss Norm SIA 262 für diese Anforderungen

- als Platte konstanter Dicke;
- als Plattenbalken mit einer maximalen Höhe von 0.6 m.

Aufriss:



Grundriss:



Hinweise

- Beachte den Platzbedarf der Verankerungen je nach gewähltem Spannsystem.
- Vergleiche den Baustoffaufwand von a) und b).
- Erbringe die erforderlichen Nachweise der Tragsicherheit und Gebrauchstauglichkeit.

a) Platte $h = 0.32 \text{ m}$

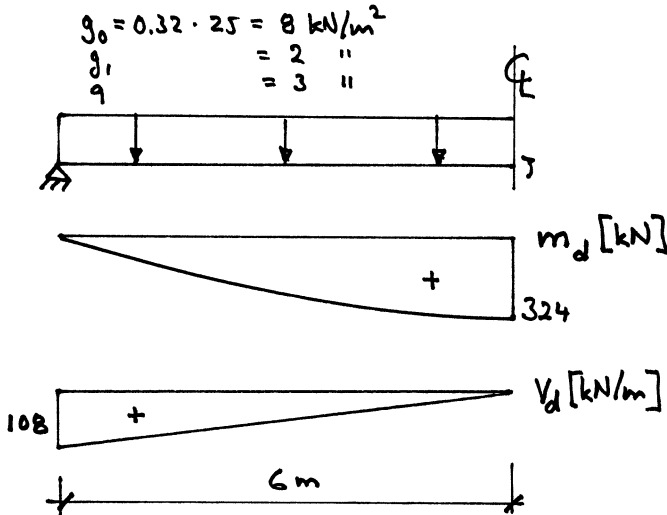
Grundlagen

Wahl $h = 0.32 \text{ m} = \ell / 37.5$

Beton C 30/37 ... $f_{cd} = 20 \text{ N/mm}^2$, $\gamma_{cd} = 1.1 \text{ N/mm}^2$

Spannstahl Y1860S7-12.9 ... $f_{pd} = 1390 \text{ N/mm}^2$, $G_{p0} = 0.7 \cdot 1860 = 1302 \text{ N/mm}^2$

$$G_{p00} \approx 0.85 \cdot G_{p0} = 1107 \text{ N/mm}^2$$



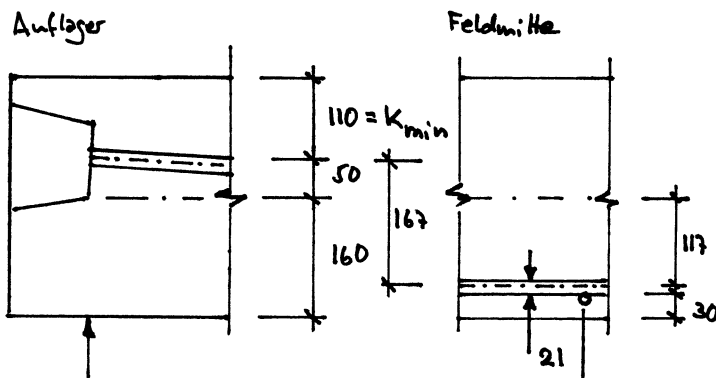
$$g_d = 1.35 (8 + 2) = 13.5 \text{ kN/m}^2$$

$$q_d = 1.5 \cdot 3 = 4.5 \text{ kN/m}^2$$

$$m_{d,max} = (13.5 + 4.5) \cdot \frac{12^2}{8} = \underline{\underline{324 \text{ kN}}}$$

Konstruktive Durchbildung

Vorspannsystem VSL SO 5-4 mit Stahlhüllrohren, $c_{nom} = 30 \text{ mm}$ (SIA 262, Tab.17)



Wandstärke Hüllrohr 1.5 mm
 halbe Litze 6.5 mm
 $160 - 30 - 21 + (1.5 + 6.5) = 117 \text{ mm}$

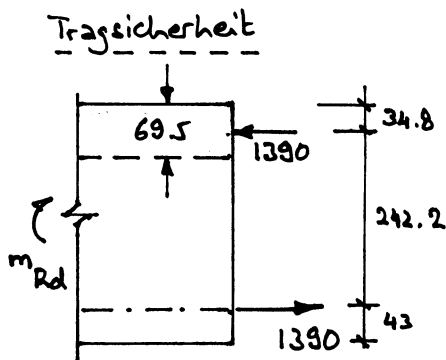
$$\text{Pfeilhöhe } f = 50 + 117 = \underline{\underline{167 \text{ mm}}}$$

Verteilbewehrung in y-Richtung
 $\phi 10 @ 200$ ($\rho \approx 0.13\%$)

Umlenkkräfte

$$\frac{u \cdot \ell^2}{8} = P \cdot f, \quad u \approx 0.75 (g_0 + g_1 + q) = 9.75 \text{ kN/m}^2 \rightarrow P_{erf} \approx \frac{9.75 \cdot 12^2}{8 \cdot 0.167} = 1051 \text{ kN/m}$$

Wahl SO 5-4 @ 400 ... $A_p = 1000 \text{ mm}^2/\text{m}$, $P_{00} \approx 1107 \text{ kN/m} \approx P_{erf}$



$$A_p \cdot f_{pd} = 1390 \text{ kN/m}$$

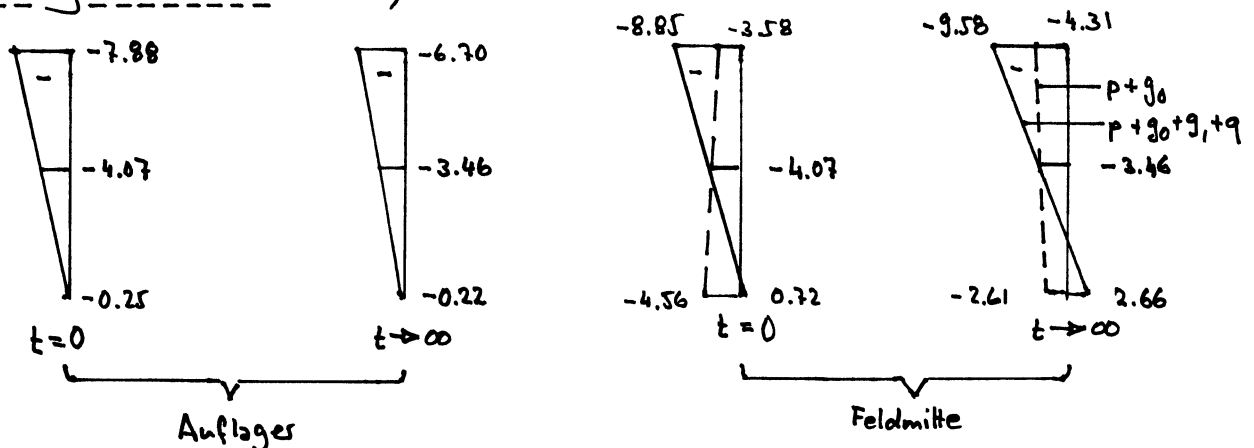
$$A_p \cdot f_{pd} / f_{cd} = 69.5 \text{ mm}$$

$$m_{Rd} = 1390 \cdot 242.2 = 337 \text{ kNm/m} > \underline{m_{d,max}}$$

Die Biegetragsicherheit ist ohne zusätzliche schlaffe Bewehrung gewährleistet.

Die Querkrafttragsicherheit ist unbedenklich. Tatsächlich beträgt die Vertikal=komponente der Spannkraft beim Auflager mindestens etwa $1107 \cdot 2 \cdot 167 / 6000 = 62 \text{ kN/m}$, wobei gemäss SIA 262 (41) mit P_{00} gerechnet wird. Auf den Beton entfällt von $v_{d,max} = 108 \text{ kN/m}$ nach Abzug von 62 kN/m noch 46 kN/m , was einer sehr kleinen nominellen Schubspannung (Mittel über $h = 0.32 \text{ m}$) von $0.046 / 0.32 = 0.145 \text{ N/mm}^2 \approx 0.13 \sigma_{cd}$ entspricht.

Spannungswachse (N/mm^2 , Gebrauchslastniveau)



- Die obigen Spannungen sind mit reinen Betonquerschnittswerten gerechnet.
- Die zentrale Vorspannung liegt für eine Hochbaukonstruktion wegen der grossen Schlankheit ($l/h = 37.5$) hoch ($3.5 \div 4.1 \text{ N/mm}^2$).
- Unter ständigen Einwirkungen ($p+g_0+g_1$) ergibt sich keine Dekompression ...
 Feldmitte unten, $t \rightarrow \infty$: $\frac{-1.107}{0.32} + \frac{-1.107 \cdot 0.117 + (0.008 + 0.002) \cdot 12^2/8}{(0.32)^2/6} = -0.5 \text{ N/mm}^2$
- Die extreme Zugspannung von 2.66 N/mm^2 unter Vollast liegt unter $f_{ctm} = 2.9 \text{ N/mm}^2$.

Durchbiegungen

Annahme $E_{cm} = 10 \cdot \sqrt[3]{30+8} = 33.6 \text{ kN/mm}^2$, Kriechen mit $\varphi = 2$ berücksichtigt.

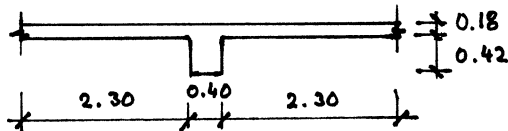
$$u_0 = \frac{1.302 \cdot 0.167}{12^2/8} = 12.08 \text{ kN/m}^2 \rightarrow w_m(u_0 + g_0) = \frac{5 \cdot (12.08 - 8.0) \cdot 12^4}{384 \cdot 33.6 \cdot (0.32)^3/12} = 12 \text{ mm}$$

$$u_{\infty} = \frac{1.107 \cdot 0.167}{12^2/8} = 10.27 \text{ kN/m}^2 \rightarrow w_m(u_{\infty} + g_0 + g_1) = \frac{5 \cdot (10.27 - 8 - 2) \cdot 12^4}{384 \cdot \frac{33.6}{1+2} \cdot (0.32)^3/12} = 0.5 \text{ mm}$$

Unter der initialen Vorspannung P_0 und g_0 biegt sich die Platte um 12 mm nach oben. Unter der zusätzlichen Wirkung von g_1 und wegen des Kriechens verringert sich dieser Wert langfristig praktisch auf null (0.5 mm). Eine Nutzlast (kurzfristig, deshalb mit E_{cm} zu berücksichtigen) verursacht $\Delta w_m \approx 5 \cdot 3 \cdot 12^4 / [384 \cdot 33.6 \cdot (0.32)^3/12] = 8.8 \text{ mm}$ nach unten ($\Delta w_m \approx 1/1359$); die Platte bleibt wahrscheinlich ungerissen und verhält sich sehr steif.

b) Plattenbalken $h = 0.6 \text{ m}$

Grundlagen

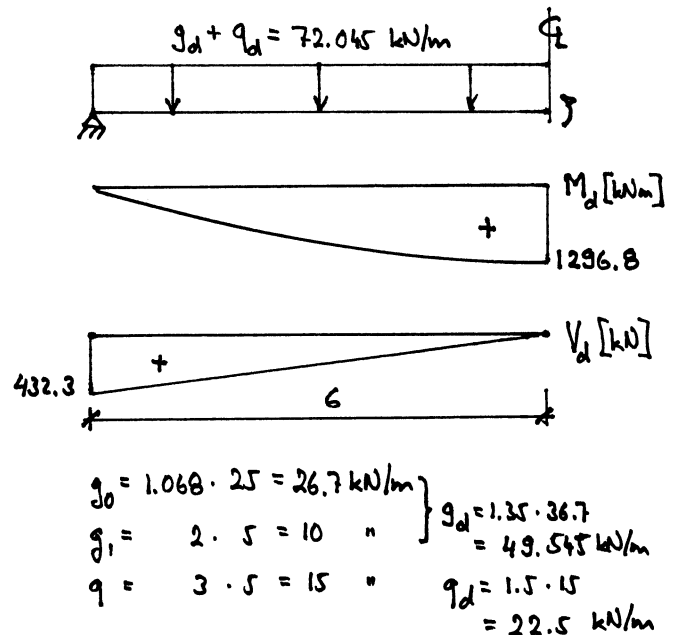


$$A_c = 5 \cdot 0.18 + 0.4 \cdot 0.42 = 1.068 \text{ m}^2$$

$$y_c = \frac{0.9 \cdot 0.09 + 0.168 \cdot 0.39}{1.068} = 0.1372 \text{ m}$$

$$I_c = \frac{5 \cdot (0.18)^3}{12} + 0.9 \cdot (0.0472)^2 + \frac{0.4 \cdot (0.42)^3}{12} + 0.168 \cdot (0.2528)^2 = 0.017642 \text{ m}^4$$

$$b_{\text{eff}} = 2 \cdot (0.2 \cdot 2.3 + 0.1 \cdot 1.2) + 0.4 = 3.72 \text{ m}$$



Beton und Spannstahl wie bei Aufgabe a).

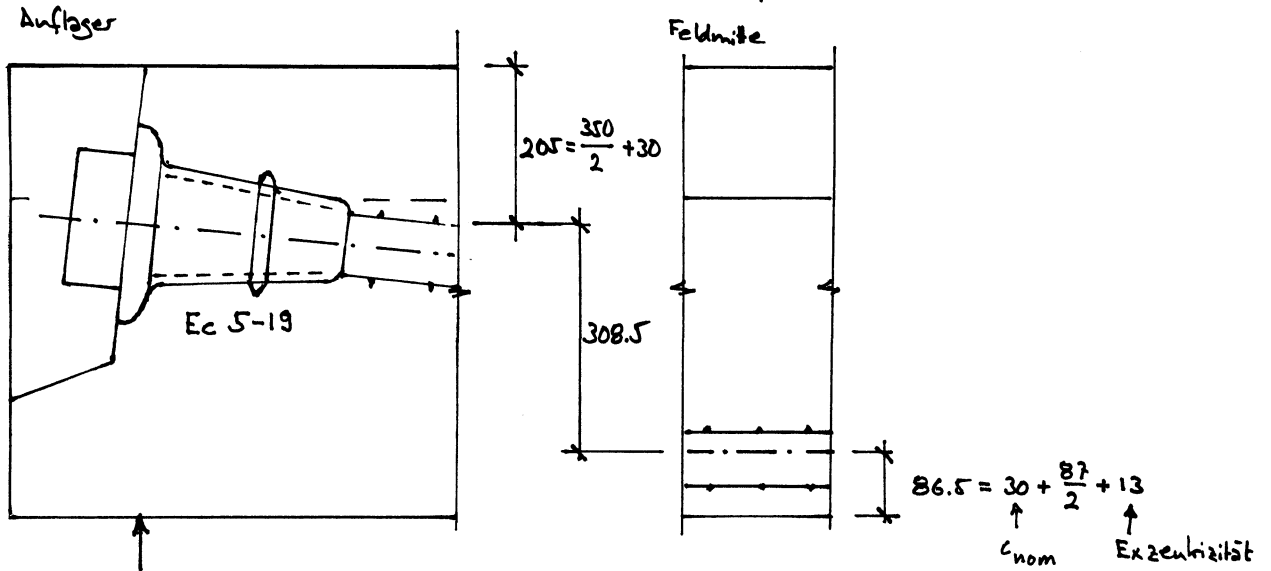
Betonstahl B500B ... $f_{sd} = 435 \text{ N/mm}^2$

Konstruktive Durchbildung

Wahl Spannkabel VSL 5-19 mit Stahlhüllrohr $\phi 80/87$, Verankerungen Ec/P

$A_p = 1900 \text{ mm}^2$, $A_p \cdot f_{pd} = 1900 \cdot 1390 = 2641 \text{ kN}$; $A_p \cdot \sigma_{p0} = 1900 \cdot 1302 = 2474 \text{ kN}$

$A_p \cdot \sigma_{p\infty} \approx 0.85 \cdot 2474 = 2103 \text{ kN}$



Umlenkkräfte

$U_{\infty} = \frac{P_{\infty} \cdot f}{e^2/8} = \frac{2103 \cdot 0.3085}{12^2/8} = 36.0 \text{ kN/m} \approx g_0 + g_1 = 36.7 \text{ kN/m}$, o.k.

Biegetragsicherheit längs

$\frac{A_p \cdot f_{pd}}{b_{eff} \cdot f_{cd}} = \frac{2641}{3.72 \cdot 20} = 35.5 \text{ mm}$, $M_{Ed} = A_p \cdot f_{pd} \left(h - 86.5 \text{ mm} - \frac{35.5 \text{ mm}}{2} \right)$
 $= 1309.3 \text{ kNm} > M_{d,max} = 1296.8 \text{ kNm}$

Die Biegetragsicherheit in Längsrichtung ist ohne zusätzliche schlaffe Bewehrung gewährleistet. Eine solche wird rein konstruktiv angeordnet.

Spannungsnachweis in Feldmitte unter Vollast und P_{∞}

$P_{\infty} = 2103 \text{ kN}$, $e = 600 - 137.2 - 86.5 = 376.3 \text{ mm}$; $(g_0 + g_1 + q) \cdot \frac{l^2}{8} = 930.6 \text{ kNm}$

$\sigma_{c,sup} = \frac{-2.103}{1.068} - \frac{930.6 - 2103 \cdot 0.3763}{0.017642 \cdot 1000} \cdot 0.1372 = -1.97 - 1.08 = -3.05 \text{ N/mm}^2$

$\sigma_{c,inf} = \frac{-2.103}{1.068} + \frac{930.6 - 2103 \cdot 0.3763}{0.017642 \cdot 1000} \cdot 0.4628 = -1.97 + 3.65 = 1.68 \text{ N/mm}^2$

Spannungsnachweis in Feldmitte unter P_0 und P_0

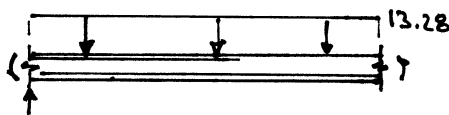
$P_0 = 2474 \text{ kN}$, $e = 376.3 \text{ mm}$; $g_0 \ell^2/B = 480.6 \text{ kNm}$

$\sigma_{c,sup} = \frac{-2.474}{1.068} - \frac{480.6 - 2474 \cdot 0.3763}{0.017642 \cdot 1000} \cdot 0.1372 = -2.32 + 3.50 = \underline{1.18 \text{ N/mm}^2}$

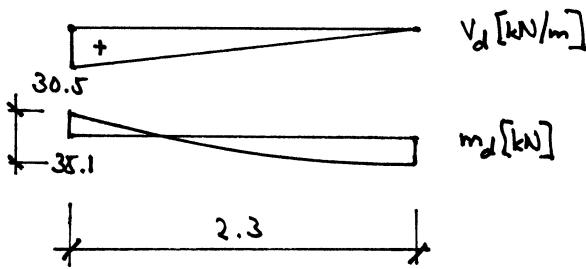
$\sigma_{c,inf} = \frac{-2.474}{1.068} + \frac{480.6 - 2474 \cdot 0.3763}{0.017642 \cdot 1000} \cdot 0.4628 = -2.32 - 11.81 = \underline{-14.13 \text{ N/mm}^2}$

Die Zugspannungen am oberen Querschnittsrand (unter $P_0 + g_0$) bzw. am unteren Querschnittsrand (unter $P_{00} + g_0 + g_1 + q$) sind gering. Evtl. Ergänzung mit Spannungsnachweis am gerissenen Querschnitt.

Tragsicherheit der Platte in Querrichtung



$q_d = (0.18 \cdot 2.5 + 2) \cdot 1.35 = 8.78 \text{ kN/m}^2$
 $q_d = 3 \cdot 1.5 = 4.5 \text{ "}$ } 13.28



$V_{d,max} = 2.3(8.78 + 4.5) = 30.5 \text{ kN/m}$

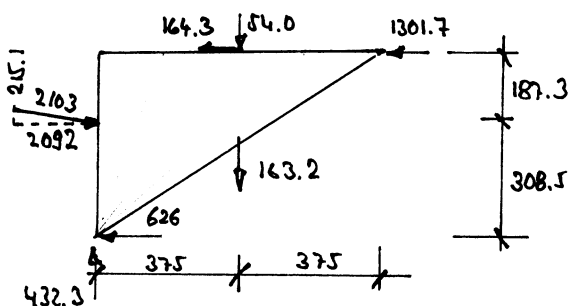
$m_{d,max} - m_{d,min} = 1.15 \cdot 30.5 = 35.1 \text{ kNm/m}$

Mindestbewehrung $\approx \phi 8 @ 150 \dots 4^2 \cdot \pi \cdot 435 / 150 = 145.8 \text{ kN/m}$

$m_{rd} \approx 145.8 \cdot (180 - 20 - \frac{8}{2} - \frac{145.8}{20 \cdot 2}) = 22.2 \text{ kN}$

Zur Sicherstellung der Biegetragsicherheit der Platte würde eine Querbewehrung $\phi 8 @ 150$ (unten und oben) ausreichen. Für den Schraubanschluss der Flanchplatte ist jedoch zusätzliche Bewehrung erforderlich, siehe unten ($\phi 10 @ 150$).

Querkrafttragsicherheit längs



Fischer bei Anflager:

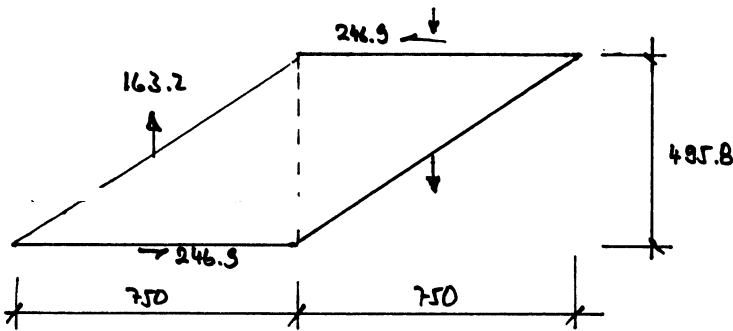
Verankerungskraft $P_{00} = 2103 \text{ kN}$

Umlenkkräfte in ersten 0.75 m vernachlässigt
 $72.045 \cdot 0.75 = 54.0 \text{ kN}$ oben eingebracht

→ Bügel in ersten 0.25 m müssen 163.2 kN aufnehmen

$\phi 8 @ 150 : 2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 435 \cdot 5 = 218.7 \text{ kN}$, o.k.

Schubanschluss Flanschplatte



Paralleldruckfeld neben Auflagerfächer:

$$163.2 \cdot 750 / 495.8 = 246.9$$

$$246.9 \cdot \frac{3.72 - 0.4}{2 \cdot 3.72} = 110.2 \text{ kN}$$

Annahme $\tan \alpha_f = 0.5$

→ Querkraft $110.2 \cdot 0.5 = 55.1 \text{ kN}$
auf 750 mm Länge

Oberer Biegebewehrung der Platte ($\phi 8 @ 150$) nur zu $(55.1 - 22.2) / 22.2 = 58 \%$

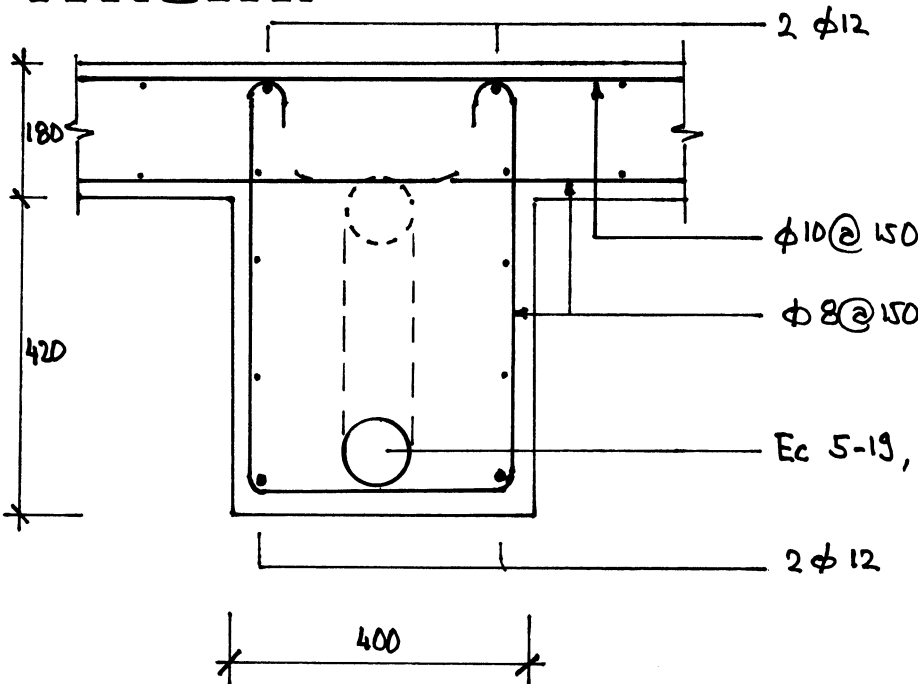
ausgenutzt ... $0.42 \cdot 4^2 \cdot \pi \cdot 435 \cdot 5 = 45.8 \text{ kN} < 55.1 \text{ kN}$... reicht nicht

→ verstärkte obere Biegebewehrung auf $\phi 10 @ 150$.

N.B. - Die obigen Betrachtungen sind wegen der Vernachlässigung der Umlenkkräfte nur approximativ.

- Statt den Schubanschluss der Flanschplatte auf d. Niveau zu betrachten, könnte auch die Spreizkraftbewehrung für die Spannungsausbreitung unter Gebrauchslasten untersucht werden ... ähnliches Ergebnis.
- Generell sind die Biegezugspannungen aus Querbiegung sowie die Querkzugspannungen aus Schubanschluss bzw. Spreizkraftwirkung in der Flanschplatte klein ... im wesentlichen genügt deshalb eine Mindestbewehrung zur Aufnahme dieser Spannungen ... $\phi 8 @ 150 \cong 0.186 \%$ auf Plattendicke von 180 mm bezogen.

Bewehrungsskizze



Beton C 30/37
XC1
 $d_{max} 16$

Verteilbewehrung längs
 $\phi 8 @ 150$ bzw. 300

$c_{nom} = 20$... Betonstahl
30 ... Spannglied

$E_c 5-19, 80/87$

Vergleich Platte - Plattenbalken

Der Vergleich wird für einen m² Deckenfläche geführt. Lokale Bewehrungen bei den Kräfteinleitungsbereichen der Spannglieder werden vernachlässigt, und das Gewicht der schlaffen Bewehrung des Plattenbalkens wird lediglich geschätzt. Grobe Annahmen für Einheitspreise als Vergleichsbasis (\approx Selbstkosten).

a) Platte

Schalung ...	1 m ²	@ 50.-/m ² ...	50.-	
Beton ...	0.32 m ³	@ 200.-/m ³ ...	64.-	
Betonstahl ...	3.92 cm ² · 100 cm $\hat{=}$ 3.08	@ 2.-/kg ...	6.16	
Spannstahl ...	10 cm ² · 100 cm $\hat{=}$ 7.85	kg @ 6.-/kg ...	47.10	
			<u>167.26</u>	(118%)

b) Plattenbalken

Schalung ...	(5 + 2 · 0.42) / 5 = 1.168 m ²	...	58.40	
Beton ...	1.068 / 5 = 0.2136 m ³	...	42.72	
Betonstahl ...	ca. 4 · 3.35 cm ² · 100 cm $\hat{=}$ 10.5 kg	...	21.-	
Spannstahl ...	19 cm ² · 100 cm / 5 $\hat{=}$ 2.98 kg	...	17.88	
			<u>140.-</u>	(100%)

Wegen des hohen Verankerungsanteils (kurze Kabel) ist der Kostenansatz für die Spannglieder tief. Wegen der kurzen Kabel sind nicht nur die Verankerungen relativ teuer; auch das Vorspannen und Injizieren ist relativ teuer \rightarrow Platte im Vergleich zu Plattenbalken eher noch unwirtschaftlicher?