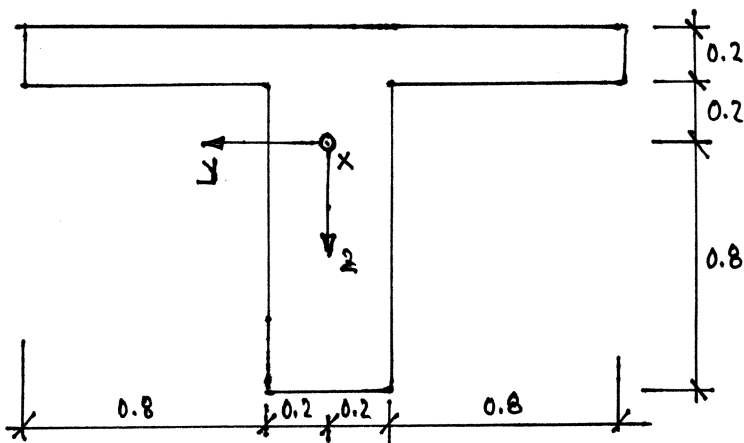
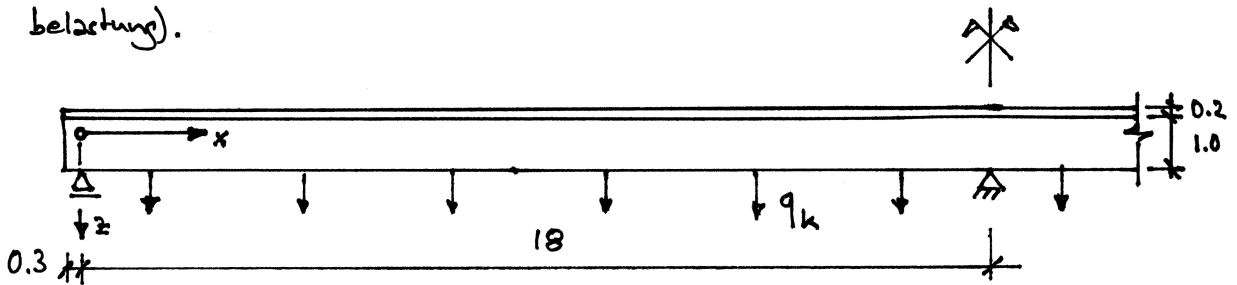


Stahlbeton I - Übung 2

Aufgabenstellung

Ein 1.2 m hoher Plattenbalken mit einer 2m breiten und 0.2 m dicken Platte sowie einem 0.4m dicken Steg ist als Durchlaufträger über zwei Felder von je 18 m Länge gespannt. Der Träger aus Beton C 30/37 muss ausser seiner Eigenlast eine unten am Steg aufgehängte Nutzlast von $q_k = 40 \text{ kN/m}$ aufnehmen. Die Bewehrung aus Betonstahl B500B mit einer Überdeckung $c_{nom} = 30 \text{ mm}$ sowie die Momenten - Krümmungsdiagramme für positive und negative Biegemomente sind aus der Beilage ersichtlich.

- Zeige, dass die Biegeträgsicherheit gemäss Norm SIA 262 gegeben ist.
- Kontrolliere die $M-\chi$ -Diagramme mit Hilfe der im Skript enthaltenen Angaben. Rechne mit $E_s = 205 \text{ kN/mm}^2$ und $E_c = E_s / 6$.
- Ermittle ein Last - Durchbiegungsdiagramm für die Durchbiegung an der Stelle $x = 7.5 \text{ m}$ und diskutiere die Entwicklung des Biegemoments X über dem Mittelaufleger unter der Annahme einer monoton steigenden, über die ganze Trägerlänge gleichmässig verteilten Streckenlast (Kurzzeitbelastung).

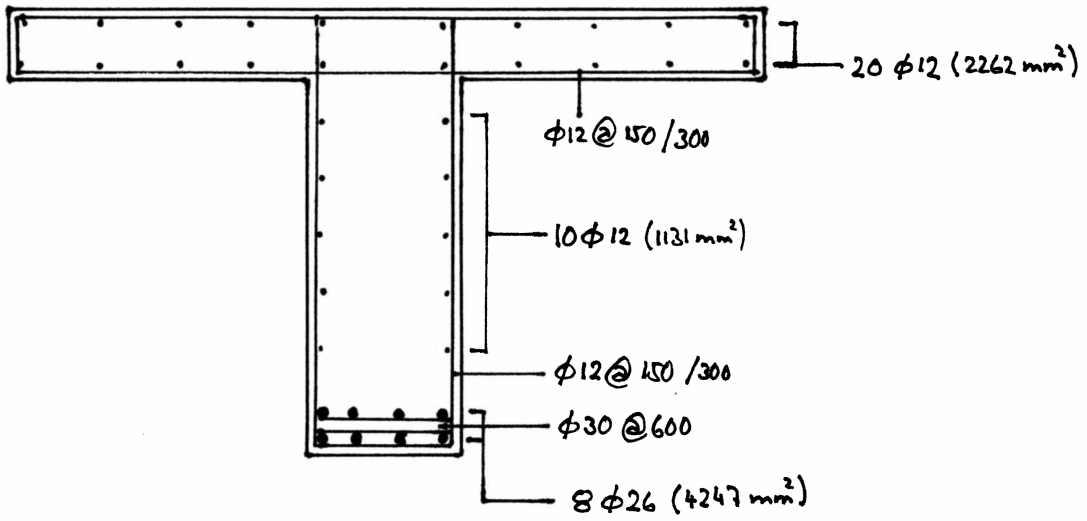


Betonquerschnitt:

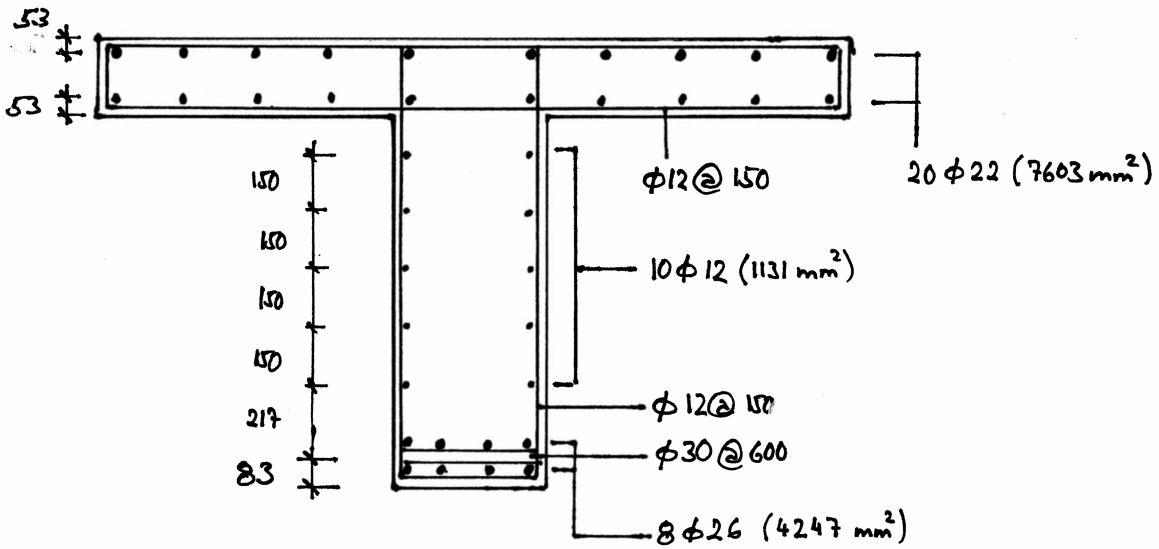
$$A_c = 0.8 \text{ m}^2$$

$$I_{yc} = 0.1067 \text{ m}^4$$

Feldquerschnitt:

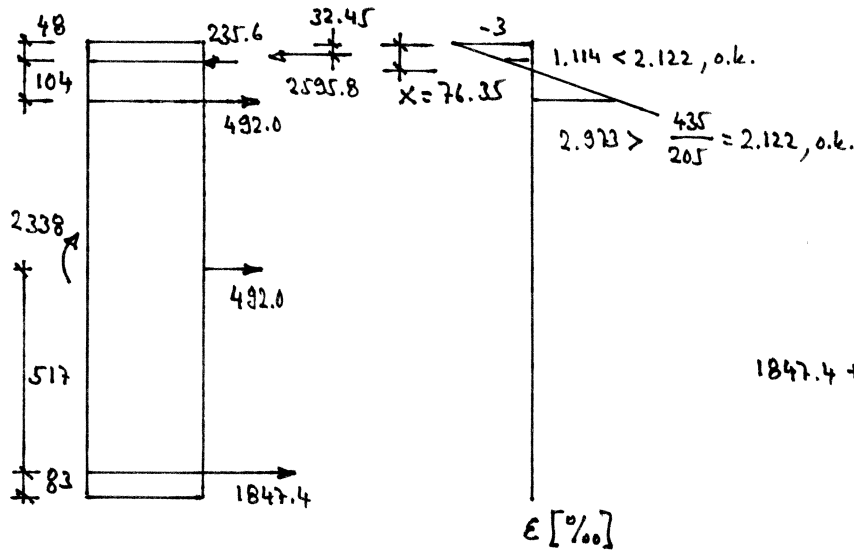


Querschnitt im Bereich des Zwischenauflagers:



Biegewiderstände

a) Positive Momente → Annahme oberste Bewehrung elastisch



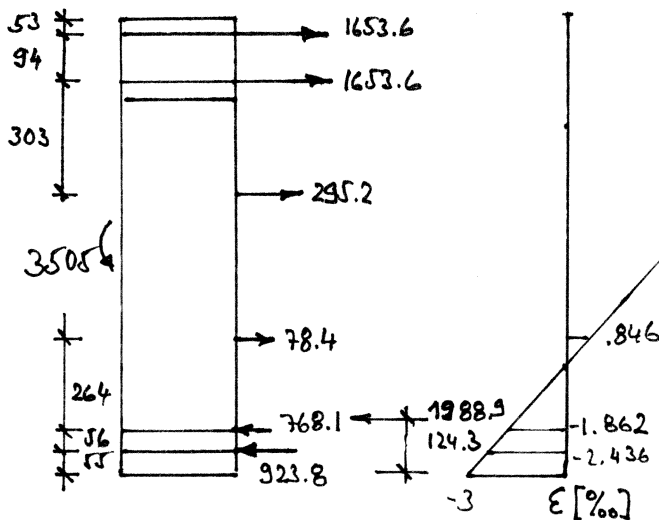
$$1131 \cdot 435 = 492.0 \text{ kN}$$

$$4247 \cdot 435 = 1847.4 \text{ kN}$$

$$1847.4 + 2 \cdot 492.0 = 0.85 \cdot x \cdot 2000 \cdot 20 / 1000 + \left[\frac{3 \cdot 205}{x} (x - 48) - 20 \right] \cdot \frac{1131}{1000} \rightarrow x = \underline{76.35 \text{ mm}}$$

$$M_{Rd} = 1847.4 \cdot 1.117 + 492.0 \cdot (0.6 + 0.152) - 235.6 \cdot 0.048 - 2595.8 \cdot 0.03245 = \underline{\underline{2338 \text{ kNm}}}$$

b) Negative Momente → Annahme obere Lage $\phi 26$ und untere zwei Lagen $\phi 12$ elastisch



$$2 \cdot 1653.6 + 295.2 + 78.4 - 768.1 - 923.8 - 1988.9 = 0, \text{ o.k.}$$

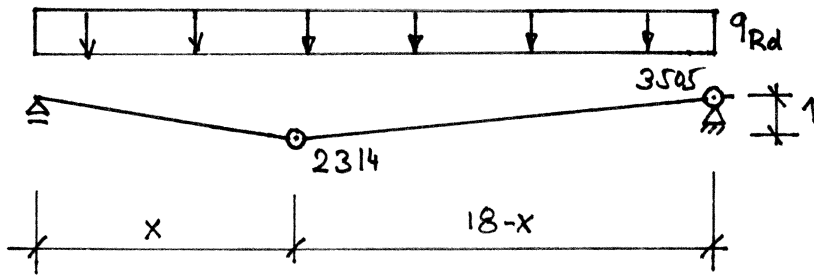
$$2124 \cdot 435 = 923.8 \text{ kN}$$

$$679 \cdot 435 = 295.2 \text{ kN}$$

$$3801 \cdot 435 = 1653.6 \text{ kN}$$

$$2 \cdot 1653.6 + 295.2 - 923.8 + \left[452 \cdot \frac{375 - x}{x} \cdot 615 - 2124 \left(\frac{x - 111}{x} \cdot 615 - 20 \right) - 0.85 \cdot x \cdot 400 \cdot 20 \right] / 1000 = 0 : x = \underline{292.5 \text{ mm}}$$

$$M_{Rd} = 2 \cdot 1653.6 \cdot 1.1 + 295.2 \cdot 0.75 + 78.4 \cdot 0.375 - 768.1 \cdot 0.111 - 923.8 \cdot 0.055 - 1988.9 \cdot 0.1243 = \underline{\underline{3505 \text{ kNm}}}$$



$$W = q_{Rd} \cdot g = D = 2338 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{18-x} \right) + \frac{3505}{18-x}$$

$$q_{Rd} \rightarrow \text{Min?} \quad x = \underline{6.974 \text{ m}}, \quad q_{Rd} = \underline{95.1 \text{ kN/m}}$$

$$g = 0.8 \cdot 25 = 20 \text{ kN/m} \rightarrow g_d = 1.35 \cdot 20 = 27 \text{ kN/m}$$

$$q = 40 \text{ kN/m} \rightarrow q_d = 1.5 \cdot 40 = 60 \text{ kN/m}$$

$$g_d + q_d = \underline{\underline{87 \text{ kN/m} < q_{Rd}}, \text{ o.k.}}$$

Die Biegeträgsicherheit gemäss Norm SIA 262 ist gewährleistet,
 $q_{Rd} / (g_d + q_d) = 1.098 > 1$, o.k.

Steifigkeiten

a) Reiner Betonquerschnitt

$$E_c I_{yc} = \frac{205}{6} \cdot 0.1067 = \underline{3644 \text{ MNm}^2} \approx EI^I$$

$$f_{ctm} = 2.9 \text{ N/mm}^2 \rightarrow M_r = \frac{2.9 \cdot 0.1067}{0.8} = \underline{386.7 \text{ kNm}} \quad (\text{Feld})$$

$$M_r^I = \frac{2.9 \cdot 0.1067}{0.4} = \underline{773.3 \text{ kNm}} \quad (\text{Stütze})$$

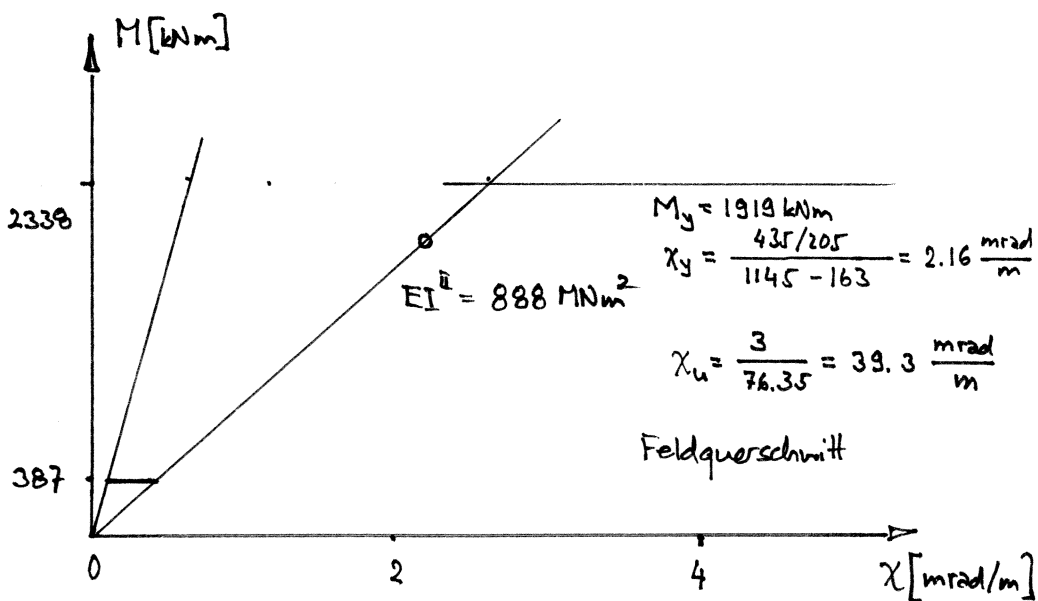
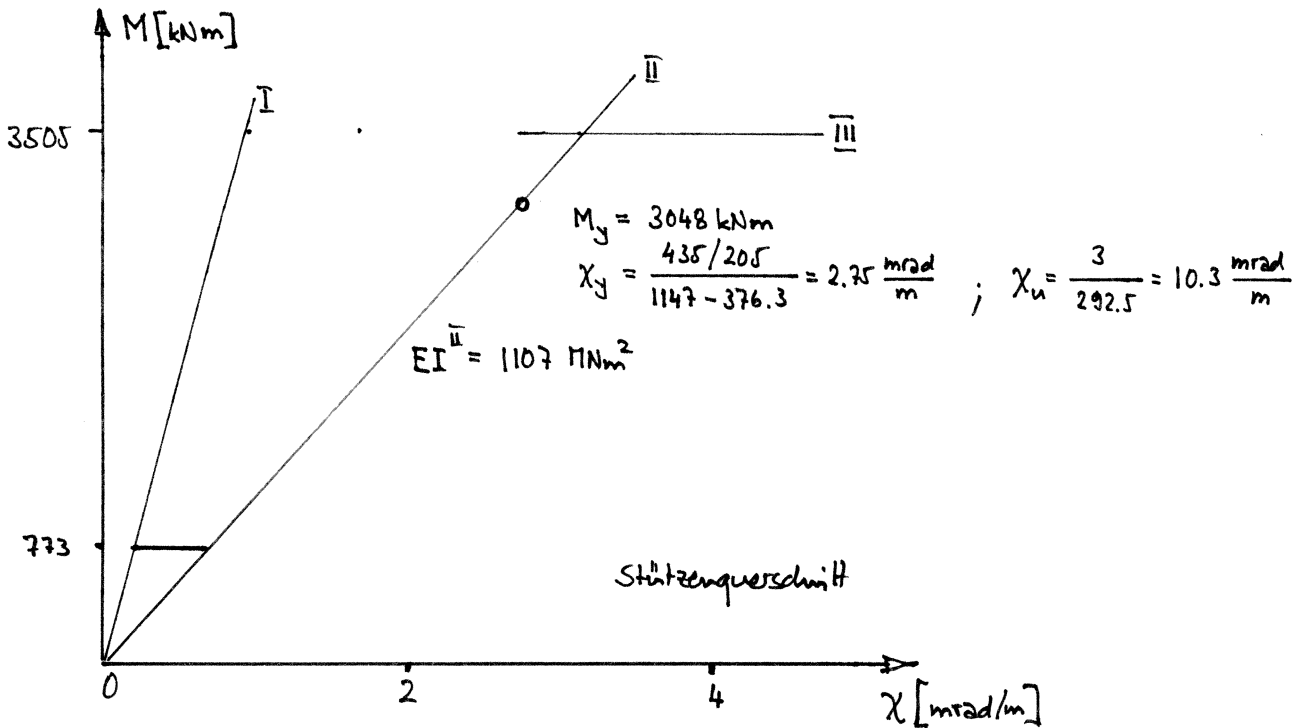
b) Stützenquerschnitt, Annahme $\phi 26$ und unterste Lage $\phi 12$ in Druckzone

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow A_s &= 8508 \text{ mm}^2, \quad d = 1055 \text{ mm}; \quad \rho = 2.0161 \% \\ A_s' &= 4474 \text{ mm}^2, \quad d' = 94 \text{ mm}; \quad \rho' = 1.0602 \% \\ b &= 400 \text{ mm}, \quad n = 6, \quad E_s = 205 \text{ kN/mm}^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} x &= 376.3 \text{ mm} \quad (2.14) \\ \text{Annahme o.k.} \\ \underline{\underline{EI^{II} = 1107 \text{ MNm}^2}} \quad (2.15) \end{aligned}$$

c) Feldquerschnitt, Annahme $152 \text{ mm} < x < 200 \text{ mm}$

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow A_s &= 5379 \text{ mm}^2, d = 1008.3 \text{ mm}, \rho = 0.2667 \% \\ A_s' &= 2262 \text{ mm}^2, d' = 100 \text{ mm}, \rho' = 0.1122 \% \\ n &= 6 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} x &= 163.0 \text{ mm} \\ \underline{EI^{\text{II}}} &= 888 \text{ MNm}^2 \end{aligned}$$

Zusammenfassung:



Der Vergleich der Rissmomente $M_r = 387 \text{ kNm}$ (Feld) und $M_r' = 773 \text{ kNm}$ (Stütze) mit den im Kolloquium 2 diskutierten Momentenlinien zeigt, dass der Träger bereits unter Eigenlast weitgehend reißen wird. Mit der relativ hohen Nutzlast schrumpfen die ungerissenen Bereiche zu sehr kurzen Längen. Deshalb wird vereinfachend mit konstanten Biegesteifigkeiten $EI^{\text{F}} = 888 \text{ MNm}^2$ (Feld) und $EI^{\text{S}} = 1107 \text{ MNm}^2$ (Stütze) gerechnet, d.h. $k = 1.25$ und somit $X = 0.1339 q l^2$, $\xi_1 = 0.73227$, $x_1 = 13.18 \text{ m}$.

Ermittlung der Durchbiegung bei $x = 7.5 \text{ m}$ unter $g + q = 60 \text{ kN/m}$:
 $M = (g + q) l^2 (0.3661 \xi - 0.5 \xi^2)$... mit $\xi = x/l$

x	0	1.5	3	4.5	6	7.5	9	10.5	12	13.5	15	16.5	18	m
M	0	586	916	1172	1292	1278	1128	844	425	-130	-819	-1644	-2603	kNm
EI	888	888	888	888	888	888	888	888	888	1107	1107	1107	1107	MNm ²
χ	0	.660	1.032	1.320	1.455	1.439	1.270	.950	.479	-.117	-.740	-1.485	-2.351	$\frac{\text{mrad}}{\text{m}}$
\bar{M}	0	.875	1.75	2.625	3.5	4.375	5.25	6.125	7.0	7.875	8.75	9.625	10.5	m
$\chi \bar{M}$	0	.578	1.806	3.465	5.093	6.296	7.763	9.269	1.198	-.215	-.925	-1.528	0	mrad

Integration mit Simpson-Regel $\frac{\Delta}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + \dots + 4y_{n-1} + y_n) \rightarrow \underline{\underline{36.3 \text{ mm}}}$
 $\Delta = 1.5 \text{ m}, n = 12$