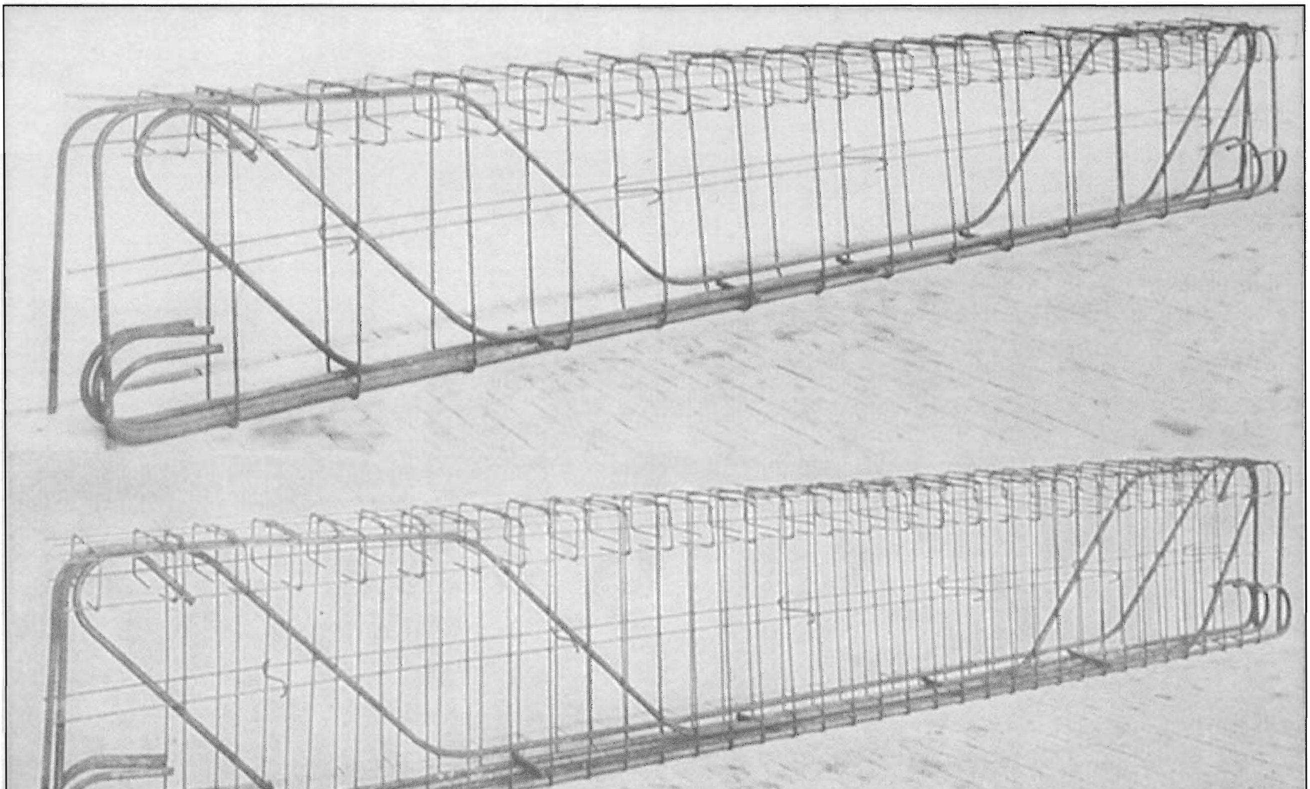
Eidgenössische
Technische Hochschule
Zürich

Ecole polytechnique fédérale de Zurich
Politecnico federale di Zurigo
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Prof. Dr. P. Marti
Institut für Baustatik und Konstruktion (IBK)

Departement Bau, Umwelt und Geomatik (D-BAUG)
Studiengang Bauingenieurwissenschaften

AUFGABENSAMMLUNG STAHLBETON GZ



2. Auflage, März 2001

Vorwort

Die vorliegende Aufgabensammlung dient der Ergänzung meiner Autographien „Stahlbeton GZ I" und „Stahlbeton GZ II". Sie behandelt etwa den in der Schlussdiplomprüfung behandelten Stoff, geht aber im Detaillierungsgrad z.T. weit über das in dieser Prüfung Verlangte hinaus.

Die Lösungen der Aufgaben wurden von meinen Assistenten Thomas Jäger und Mario Monotti erarbeitet, wobei die Gesamtkoordination Herrn Jäger oblag. Für ihre sorgfältige Arbeit möchte ich den beiden Genannten herzlich danken.

Die Aufgabensammlung wurde erstmals im Juli 2000 in einer kleinen Auflage herausgegeben. Für die vorliegende bereinigte Version sind einige kleinere Korrekturen vorgenommen worden. Hinweise zur Behebung von Unklarheiten und Irrtümern sind weiterhin erwünscht.

Zürich, März 2001 — Prof. Dr. Peter Marti

Inhaltsverzeichnis

Aufgabensammlung

Aufgabe 1

Eine kurze Betonstütze mit Kreisquerschnitt (Durchmesser d_c = 700 mm, Zylinderdruckfestigkeit des Betons f_{cc} = 25 MPa) ist längs mit 12 gleichmässig über den Umfang verteilten Bewehrungsstäben Ø 20 mm bewehrt. Diese werden von einer Spiralbewehrung Ø 12 mm mit einer Ganghöhe von 100 mm umschlossen. Die Betonüberdeckung der Spirale misst 40 mm, und die Fliessgrenzen f_y der Spiral- und Längsbewehrung betragen je 500 MPa. Ermittle den in einem Versuch zu erwartenden Bruchwiderstand der Stütze unter achsialer Druckkraft.

Aufgabe 2

Ohne Behinderung würde der Beton der in Aufgabe 1 behandelten Stütze um 0.3‰ schwinden, was jedoch durch die Längsbewehrung teilweise verhindert wird. Ermittle die resultierenden Eigenspannungen im Beton und in der Längsbewehrung unter der Annahme von $E_s = 10\ E_c = 205$ GPa.

Aufgabe 3

Ein 4 m breiter Plattenstreifen mit konstanter Dicke h wird seitlich an einen zuvor erstellten, 6 m breiten und gleich dicken Plattenstreifen anbetoniert. Zwischen dem jüngeren und dem älteren Beton ergibt sich eine Schwinddifferenz von 0.1‰. Ermittle die entsprechende Verkrümmung in der Horizontalebene unter Voraussetzung gleicher Elastizitätsmoduli beider Betone. Die Schwindbehinderung durch die Längsbewehrung soll vernachlässigt werden.

Aufgabe 4

Aus Ermüdungsversuchen an einem bestimmten Betonstahl ist bekannt, dass $1.6 \cdot 10^6$ Lastwechsel mit einer Schwingbreite $\Delta\sigma$ von 150 MPa zum Bruch führten, während bei einer Schwingbreite von 300 MPa bereits 10^5 Lastwechsel zum Bruch führten.

a) Wieviele Lastwechsel $\Delta\sigma$ = 200 MPa würden zum Bruch führen?

b) Wenn zuerst 10^6 Lastwechsel $\Delta\sigma$ = 150 MPa aufgebracht würden, wie viele Lastwechsel $\Delta\sigma$ = 200 MPa würden dann zum Bruch führen?

Aufgabe 5

Eine 300 mm dicke Wand ist beidseitig orthogonal mit Stäben Ø 16 mm im Abstand von 150 mm bewehrt. Die Betonüberdeckung der aussenliegenden, vertikalen Stäbe beträgt 40 mm. Die Wand sei an ihren Enden in Längsrichtung unverschieblich gehalten und werde um 30°C abgekühlt. Ermittle Grenzwerte für Rissabstände und Rissbreiten unter Voraussetzung eines Temperaturausdehnungskoeffizienten α_T von Beton und Stahl von 10^{-5}/°C sowie einer Zylinderdruckfestigkeit f_{cc} des Betons von 25 MPa, $f_{ct} = \tau_{b0} / 2 = 0.3 \cdot f_{cc}^{2/3}$ (MPa), $E_c = 10 \cdot f_{cc}^{1/3}$ (GPa) und E_s = 205 GPa.

Aufgabe 6

Diskutiere das Verhalten der in Aufgabe 5 betrachteten, längs jedoch verschieblichen und einer monoton steigenden Temperatur ausgesetzten Wand unter der Annahme ungleicher Temperaturausdehnungskoeffizienten von Stahl ($\alpha_{Ts} = 1.2 \cdot 10^{-5}/°C$) und Beton ($\alpha_{Tc} = 0.8 \cdot 10^{-5}/°C$).

Aufgabe 7

Eine 300 mm dicke Platte aus Beton B 35/25 (Rechenwert der Druckfestigkeit $f_c = 16$ MPa) ist als einfacher Balken über 7.5 m gespannt. Ihre Bewehrung aus Stahl S 500 (Rechenwert der Fliessgrenze $f_y = 460$ MPa) besteht aus Stäben Ø 18 mm in einem Abstand von 150 mm (Betonüberdeckung ü = 30 mm). Ermittle die zulässige, gleichmässig verteilte Nutzlast unter Voraussetzung der Partialfaktoren $\gamma_R = 1.2$, $\gamma_g = 1.3$ und $\gamma_q = 1.5$. Für das Eigengewicht der Platte kann $g = 7.5$ kPa angenommen werden.

Aufgabe 8

Ermittle die ungerissene und die gerissene Biegesteifigkeit der in Aufgabe 7 behandelten Platte. Rechne mit $f_{cc} = 28$ MPa, $E_c = 10 \cdot f_{cc}^{1/3}$ (GPa) und $E_s = 205$ GPa. Schätze die Mittendurchbiegung der Platte unter kurz- und langzeitiger Einwirkung des Eigengewichts ab, wobei die Biegezugfestigkeit des Betons gleich $f_{ct} = 0.3 \cdot f_{cc}^{2/3}$ (MPa) und die Kriechzahl $\varphi = 2$ angenommen werden darf.

Aufgabe 9

Ein Betonrohr mit einem Innendurchmesser von 2.5 m und einem Aussendurchmesser von 3.0 m ist innen und aussen mit einer Ringbewehrung aus Stäben Ø 12 mm in einem Abstand von 100 mm (Betonüberdeckung ü = 30 mm) versehen. Ermittle die beim Reissen des Betons infolge (positiven oder negativen) Ringbiegemomenten aufzunehmenden Stahlspannungen. Rechne mit $f_{cc} = 40$ MPa, Biegezugfestigkeit $f_{ct} = 0.3 \cdot f_{cc}^{2/3}$ (MPa), $E_c = 10 \cdot f_{cc}^{1/3}$ (GPa) und $E_s = 205$ GPa.

Aufgabe 10

Ermittle den Ringbiegewiderstand des in Aufgabe 9 untersuchten Rohres unter Voraussetzung eines Rechenwertes der Betondruckfestigkeit von $f_c = 26$ MPa sowie eines Rechenwertes der Fliessgrenze der Bewehrung von $f_y = 460$ MPa. Diskutiere die Abtragung der aus der Rohrkrümmung resultierenden Umlenkkräfte für positive sowohl als auch negative Ringbiegemomente.

Aufgabe 11

Ein quadratischer Stützenquerschnitt mit einer Seitenlänge von 300 mm ist mit vier an den Ecken angeordneten Längsstäben Ø 20 mm bewehrt, die von Bügeln Ø 10 mm (Betonüberdeckung ü = 30 mm, Biegerollendurchmesser d = 40 mm) gehalten werden. Ermittle den Biegewiderstand des Querschnittes um seine Diagonale ($N = 0$, $M_y = M_z$) unter der Annahme von $f_c = 16$ MPa, $f_y = 460$ MPa, $E_s = 205$ GPa.

Aufgabe 12

Ermittle einige Punkte des $N - M_y$ – Interaktionsdiagrammes ($M_z = 0$) für den in Aufgabe 11 behandelten Querschnitt (mindestens N_{max}, $N = 0$, $M_{y,max}$ und N_{min}). Die Betonüberdeckung ist zu berücksichtigen, und die festigkeitssteigernde Wirkung der Verbügelung ist zu vernachlässigen.

Aufgabe 13

Bemesse eine im Grundriss quadratische Einzelfundamentplatte konstanter Dicke für die in Aufgabe 11 behandelte Stütze unter maximaler Druckkraft (N_{min}). Die zugehörigen Sohlpressungen sollen 300 kPa nicht übersteigen, und für den Beton und die Bewehrung der Fundamentplatte sind dieselben Rechenwerte anzunehmen wie für die Stütze.

Aufgabe 14

Eine 300 mm dicke Platte weist einen Knick von 30° auf. Über diesen Knick muss ein Biegemoment m_{xd} (pro Längeneinheit, auf Bemessungsniveau) übertragen werden. Dimensioniere die Bewehrung (Betonüberdeckung ü = 30 mm, $f_c = 16$ MPa, $f_y = 460$ MPa, $\gamma_R = 1.2$) und diskutiere den Kraftfluss im Knickbereich für den Fall $m_{xd} = 100$ kN (aussen am Knick Zug) sowie $m_{xd} = -100$ kN (innen am Knick Zug).

Aufgabe 15

Eine 16 m breite, sehr lange Öffnung soll mit einem schlaff bewehrten Plattenbalkenquerschnitt konstanter Höhe als einfacher Balken überspannt werden. Ausser seinem Eigengewicht hat der Plattenbalken eine Nutzlast von 3 kPa aufzunehmen. Wähle die Betonabmessungen (Plattendicke, Stegabstand, -dicke und -höhe) und dimensioniere die Bewehrung unter Voraussetzung von $\gamma_R = 1.2$, $\gamma_g = 1.3$, $\gamma_q = 1.5$, $f_c = 16$ MPa, Betonüberdeckung ü ≥ 30 mm, $f_y = 460$ MPa.

Aufgabe 16

Ermittle näherungsweise die Mittendurchbiegung des in Aufgabe 15 betrachteten Plattenbalkens im Gebrauchszustand. Setze $E_s = 6.75\ E_c = 205$ GPa und $\varphi = 2$.

Aufgabe 17

Ein 2 m hoher und 200 mm dicker Steg ist mit einer 2 m breiten und 200 mm dicken Platte zu einem 2.2 m hohen, umgekehrten T-Querschnitt zusammengesetzt (Platte unten). Steg und Platte sind beidseitig orthogonal mit Stäben Ø 10 mm in einem Abstand von 200 mm bewehrt (Betonüberdeckung ü ≥ 20 mm). Zusätzlich sind am oberen Querschnittsrand beidseitig je drei Stäbe Ø 26 mm in einem Abstand von 100 mm angeordnet. Der Querschnitt kragt um 4 m aus und ist zusätzlich zu seinem Eigengewicht durch eine am Kragarmende angreifende Einzellast belastet. Ermittle die nominelle Bruchlast unter Voraussetzung von $f_c = 16$ MPa und $f_y = 460$ MPa. Es darf angenommen werden, dass die Bruchdehnung der Betonstähle nicht massgebend wird (naturharter Stahl).

Aufgabe 18

Ein 1.2 m hoher T-Querschnitt mit einer 2.0 m breiten und 200 mm dicken Platte soll als einfacher Balken über 15 m gespannt werden. Ausser seinem Eigengewicht hat der Träger eine unten am Steg aufgehängte, gleichmässig verteilte Nutzlast von 40 kN/m aufzunehmen. Wähle die Stegdicke und dimensioniere die Längs- und Bügelbewehrung ($\gamma_R = 1.2$, $\gamma_g = 1.3$, $\gamma_q = 1.5$, $f_c = 16$ MPa, Betonüberdeckung ü ≥ 30 mm, $f_y = 460$ MPa).

Aufgabe 19

Ein 2 m hoher, 300 mm dicker Steg ist mit zweischnittigen Bügeln Ø 12 mm in einem Abstand von 300 mm bewehrt. Die Längsbewehrung ist derart stark, dass beim Schubbruch eine vertikale Translationsbewegung entlang einer geneigten Gleitlinie erzwungen wird. Ermittle die Gleitlinienneigung und die erwartete Schubbruchlast unter Voraussetzung einer Zylinderdruckfestigkeit des Betons von 40 MPa sowie einer Fliessgrenze der Bügelbewehrung von 500 MPa.

Aufgabe 20

Eine Stahlbetonstütze mit einem quadratischen Querschnitt von 400 mm Seitenlänge hat an ihrem oberen Ende über eine Konsole eine vertikale Einzellast von 250 kN (Nutzlast auf Gebrauchsniveau, belastete Fläche $a \times a = 200 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$) im Abstand von 400 mm von der Stützenachse aufzunehmen. Dimensioniere die Konsole und den Stützenkopf samt Bewehrung ($\gamma_R = 1.2$, $\gamma_q = 1.5$, $f_c = 16$ MPa, Betonüberdeckung ü ≥ 30 mm, $f_y = 460$ MPa).

Aufgabe 21

Der in Aufgabe 18 behandelte Träger soll als gleich belasteter Durchlaufträger über zwei Felder von 18 m Spannweite verwendet werden. Passe die Stegdicke und die Längs- und Bügelbewehrung entsprechend an.

Aufgabe 22

Der in Aufgabe 1 behandelte Kreisquerschnitt wird einem reinen Torsionsmoment unterworfen. Wie gross ist der Torsionswiderstand?

Aufgabe 23

Ein quadratischer Hohlquerschnitt (Aussenabmessungen $2.2 \text{ m} \times 2.2 \text{ m}$, Innenabmessungen $1.8 \text{ m} \times 1.8 \text{ m}$) wird als 6 m langer Kragträger eingesetzt und am freien Ende mit einer um 1 m exzentrisch zur Trägerachse angreifenden vertikalen Einzellast (Nutzlast auf Gebrauchsniveau) von 400 kN belastet. Ermittle die Beanspruchung infolge Eigengewicht und Nutzlast im Einspannquerschnitt auf Bemessungsniveau ($\gamma_g = 1.3$, $\gamma_q = 1.5$), dimensioniere die erforderliche Längs- und Bügelbewehrung ($\gamma_R = 1.2$, $f_y = 460$ MPa) und kontrolliere die Betondruckspannungen ($f_c = 16$ MPa). Am freien Ende des Kragträgers ist eine 200 mm dicke Querscheibe angeordnet.

Aufgabe 24

Die aus Aufgabe 23 im Einspannquerschnitt resultierenden Schubflüsse sollen mit einer Auflagerquerscheibe aufgenommen und zu zwei zentrisch unter den beiden Stegen angeordneten Vertikalkraftlagern übertragen werden. Dimensioniere die Auflagerquerscheibe unter der Annahme, dass der 6 m lange Kragträger jenseits der Scheibenebene symmetrisch durch einen gleich ausgebildeten und belasteten Kragträger fortgesetzt wird.

Aufgabe 25

Eine 4.5 m lange und 3 m hohe Wandscheibe, die auf allen vier Seiten mit kräftigen Flanschplatten verbunden ist, hat in Längsrichtung eine Querkraft von 1 MN (Nutzlast auf Gebrauchsniveau) zu übertragen. Dimensioniere die Wand und ihre Bewehrung unter Voraussetzung von $\gamma_R = 1.2$, $\gamma_q = 1.5$, $f_c = 16$ MPa, $f_y = 460$ MPa. Der Schubanschluss der Flanschplatte und die Weiterleitung der Gurtkräfte in der Flanschplatte sind nicht zu behandeln, und das Eigengewicht darf vernachlässigt werden.

Aufgabe 26

Die in Aufgabe 25 behandelte Scheibe ist vertikal mit zweischnittigen Bügeln Ø 12 mm in einem Abstand von 300 mm bewehrt. Was für eine Horizontalbewehrung ist erforderlich, und wie dick muss die Scheibe mindestens sein?

Aufgabe 27

Was für eine Rissrichtung und was für Rissabstände sind für die in Aufgabe 26 behandelte Scheibe (minimale Dicke) im Gebrauchszustand zu erwarten, und wie verändert sich die Hauptdruckrichtung beim Übergang zum Bruchzustand? Rechne mit $E_s = 6.75\ E_c = 205$ GPa sowie $f_{ct} = 2.8$ MPa.

Aufgabe 28

Aus einer Plattenberechnung liegen folgende Hauptbiegemomente pro Längeneinheit auf Bemessungsniveau vor: $m_{1d} = 120$ kN, $m_{2d} = 20$ kN. Die Hauptrichtung 1 schliesst mit der x-Achse einen Winkel von $\varphi_1 = \tan^{-1}(0.5)$ ein. Bemesse die Bewehrung in x- und y-Richtung unter Voraussetzung einer Plattendicke $h = 300$ mm, $\gamma_R = 1.2$, $f_c = 16$ MPa, $f_y = 460$ MPa sowie einer Betonüberdeckung $ü \geq 30$ mm.

Aufgabe 29

Löse Aufgabe 28 für $m_{2d} = -30$ kN, alle anderen Angaben unverändert.

Aufgabe 30

Eine an zwei angrenzenden Seiten eingespannte und an den gegenüberliegenden Seiten frei drehbar gelagerte Rechteckplatte konstanter Dicke mit Seitenabmessungen von 6 m × 8 m soll neben ihrem Eigengewicht eine Nutzlast von 5 kPa (Gebrauchsniveau) aufnehmen. Wähle die Plattendicke und dimensioniere die Bewehrung unter Voraussetzung von $\gamma_R = 1.2$, $\gamma_g = 1.3$, $\gamma_q = 1.5$, $f_c = 16$ MPa, Betonüberdeckung $ü \geq 20$ mm, $f_y = 460$ MPa.

Aufgabe 31

Eine im Querschnitt kreisförmige Betonstütze mit einem Durchmesser von 600 mm überträgt eine zentrische Druckkraft von 6 MN auf Bemessungsniveau auf eine Fundamentplatte. Wie dick muss diese gewählt werden, um ein Durchstanzversagen auszuschliessen, und was für eine Biegebewehrung ist erforderlich? Eine Bodenpressung von maximal 200 kPa auf Bemessungsniveau darf berücksichtigt werden, $\tau_{c,red} = 1.6\text{ m}\,\tau_c/(1.2\text{ m} + d_m) \leq \tau_c = 0.9$ MPa, $\gamma_R = 1.2$, $f_c = 16$ MPa, Betonüberdeckung ü $\geq$ 40 mm, $f_y = 460$ MPa.

Aufgabe 32

Die Dicke der in Aufgabe 31 behandelten Fundamentplatte soll durch Anordnen einer Durchstanzbewehrung minimalisiert werden. Wie dick muss die Platte im Minimum sein, und was für Durchstanz- und Biegebewehrungen sind erforderlich?

Aufgabe 33

Der in Aufgabe 11 behandelte Querschnitt wird zentrisch mit zwei Monolitzen Ø 0.6″ ($A_p = 2 \times 150 = 300\text{ mm}^2$) vorgespannt und als Zugglied verwendet. Ermittle die Stahl- und Betonspannungen unmittelbar nach dem Spannen unter $\sigma_{p0} = 1239$ MPa und $N = 0$ unter der Voraussetzung von $E_s = 6.75\,E_c = 205$ GPa und E_p 195 GPa. Wie gross sind die Dekompressionslast N_{dec} und die Bruchlast N_u, wenn der Rechenwert f_{yp} des Vorspannstahls 1590 MPa und die Betonzugfestigkeit $f_{ct} = 2.8$ MPa beträgt? Langzeiteffekte dürfen vernachlässigt werden.

Aufgabe 34

Anstatt zweier Monolitzen werden im Beispiel von Aufgabe 33 vier Litzen Ø 0.5″ ($A_p = 4 \times 100 = 400\text{ mm}^2$) in einem Hüllrohr mit einem Durchmesser von 50 mm verwendet, das mit Injektionsmörtel mit einer Würfeldruckfestigkeit $f_{cw} = 40$ MPa verpresst wird. Die Litzen werden auf 1274 MPa vorgespannt, und der Rechenwert ihrer Fliessgrenze f_{yp} beträgt 1640 MPa. Bestimme die Risslast und den erwarteten Rissabstand unter Voraussetzung einer Betonzugfestigkeit f_{ct} von 2.8 MPa. Wie entwickeln sich die Spannungen in der schlaffen Bewehrung und im Spannstahl bis zum Erreichen der Bruchlast?

Aufgabe 35

Eine als einfacher Balken über 7.5 m gespannte Platte konstanter Dicke ist teilweise vorzuspannen (Betonüberdeckung ü $\geq$ 30 mm). Wähle eine zur Aufnahme des Eigengewichts und einer Nutzlast von 8 kPa (Gebrauchsniveau) vernünftige Plattendicke, dimensioniere die Bewehrung ($\gamma_R = 1.2$, $\gamma_g = 1.3$, $\gamma_q = 1.5$, $f_c = 16$ MPa, $f_{ys} = 460$ MPa, Monolitzen Ø 0.5″ mit $f_{yp} = 1640$ MPa, $A_p = 100\text{ mm}^2$, $\sigma_{p0} = 1274$ MPa), schätze die Mittendurchbiegung unter Gebrauchslasten ab und vergleiche das Ergebnis mit jenem der Aufgabe 7 und 8.

Aufgabe 36

Entwerfe für die Problemstellung der Aufgabe 15 einen im Spannbett mit Litzen ∅ 0.5″ ($A_p = 100\ mm^2$, $f_{yp} = 1640$ MPa, $\sigma_{p0} = 1274$ MPa) vorzuspannenden Doppel-T-Querschnitt aus Beton B 50/40 ($f_c = 26$ MPa, $E_c \approx 34.2$ GPa). Ermittle näherungsweise die Mittendurchbiegung im Gebrauchszustand und vergleiche das Ergebnis mit jenem der Aufgaben 15 und 16.

Aufgabe 37

Wähle für den in Aufgabe 18 behandelten Träger eine passende teilweise Vorspannung aus Litzen ∅ 0.6″ ($A_p = 150\ mm^2$, $f_{yp} = 1590$ MPa, $\sigma_{p0} = 1239$ MPa). Welche Bereiche sind unter maximalen Gebrauchslasten am Querschnittsrand dekomprimiert?

Aufgabe 38

Behandle Aufgabe 21 analog Aufgabe 37.

Aufgabe 39

Löse Aufgabe 30 unter teilweiser Verwendung vorgespannter Monolitzen ∅ 0.5″ ($A_p = 100\ mm^2$, $f_{yp} = 1640$ MPa, $\sigma_{p0} = 1274$ MPa).

Aufgabe 40

Die in Aufgabe 31 betrachtete Stütze sei eine Innenstütze eines grossen Gebäudes mit Flachdecken mit quadratischen Feldern von 8 m × 8 m. Die Fundamentplatte soll mit einer konstanten Dicke ausgeführt und mit Litzenspanngliedern (Litzen ∅ 0.6″, $A_p = 150\ mm^2$, $f_{yp} = 1590$ MPa, $\sigma_{p0} = 1239$ MPa) in den Stützstreifen vorgespannt werden, jedoch keine Durchstanzbewehrung erhalten. Wie dick muss die Platte gewählt werden, um ein Durchstanzversagen zu vermeiden? Auf was für eine Dicke könnte sie mit einer zusätzlichen Durchstanzbewehrung reduziert werden? Dimensioniere die erforderliche Bewehrung für beide Fälle.

Aufgabe 1

Eine kurze Betonstütze mit Kreisquerschnitt (Durchmesser $d_c = 700$ mm, Zylinderdruckfestigkeit des Betons $f_{cc} = 25$ MPa) ist längs mit 12 gleichmässig über den Umfang verteilten Bewehrungsstäben $\varnothing$ 20 mm bewehrt. Diese werden von einer Spiralbewehrung $\varnothing$ 12 mm mit einer Ganghöhe von 100 mm umschlossen. Die Betonüberdeckung der Spirale misst 40 mm, und die Fliessgrenzen f_y der Spiral- und Längsbewehrung betragen je 500 MPa. Ermittle den in einem Versuch zu erwartenden Bruchwiderstand der Stütze unter achsialer Druckkraft.

Lösung:

Spiralendurchmesser $d_s = d_c - 2\bar{u} - \varnothing_s = 700 - 2 \cdot 40 - 12 = 608\,\text{mm}$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{-\varnothing_s^2 \pi f_y \cdot 2}{4\, s\, d_s} = \frac{-12^2 \pi \cdot 500 \cdot 2}{4 \cdot 100 \cdot 608} = -1{,}86 \text{ MPa}$$

$$f_{c3} \simeq f_{cc} - 4\sigma_1 = 25{,}0 + 4 \cdot 1{,}86 = 32{,}4 \text{ MPa}$$

$$A_s = 12\,\frac{\varnothing_e^2 \pi}{4} = 12\,\frac{20^2 \pi}{4} = 3770\,\text{mm}^2$$

$$A_c = \frac{d_s^2 \pi}{4} = \frac{608^2 \pi}{4} = 290'333\,\text{mm}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = 1{,}30\%$$

$$N_u = \frac{d_s^2 \pi}{4}(1-\rho) \cdot f_{c3} + \frac{\varnothing_e^2 \pi}{4} \cdot 12 \cdot f_y = 290'333 \cdot (1 - 0{,}0130) \cdot 32{,}4 + 3770 \cdot 500$$

Bruchwiderstand $N_u = 11'170$ kN $= 11{,}2$ MN

Nebenbemerkung:

Bruchstauchung $\varepsilon_{c30} = \varepsilon_0\left(1 - 20\frac{\sigma_1}{f_{cc}}\right) = 2{,}0\left(1 + 20\cdot\frac{1{,}86}{25}\right) = 4{,}98‰$

Bruchwiderstand nach abplatzen der Betonüberdeckung und bei fliessen der Spiralbewehrung.

Aufgabe 2

Ohne Behinderung würde der Beton der in Aufgabe 1 behandelten Stütze um 0.3‰ schwinden, was jedoch durch die Längsbewehrung teilweise verhindert wird. Ermittle die resultierenden Eigenspannungen im Beton und in der Längsbewehrung unter der Annahme von $E_s = 10\,E_c = 205$ GPa.

Lösung:

$$A_c = \frac{d_c^2\,\pi}{4} = \frac{700^2\,\pi}{4} = 384'845\ \text{mm}^2$$

$$A_s = 12\,\frac{\varnothing_e^2\,\pi}{4} = 12\,\frac{20^2\,\pi}{4} = 3770\ \text{mm}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = 0{,}98\,\% \qquad n = \frac{E_s}{E_c} = 10 \text{ (Berücksichtigung des Kriechens)}$$

Unbehindertes Schwinden: $\varepsilon_{cs} = -0{,}3‰$

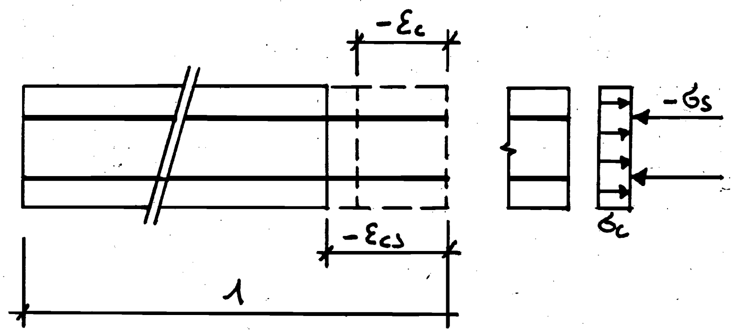
Behindertes Schwinden: $$\varepsilon_c = \frac{\varepsilon_{cs}}{1+\frac{\rho n}{1-\rho}} = \frac{-0{,}3}{1+\frac{0{,}0098\cdot 10}{1-0{,}0098}} = -0{,}273‰$$

$$\underline{\underline{\sigma_c}} = (\varepsilon_c - \varepsilon_{cs})\,E_c = (-0{,}273+0{,}30)\cdot 20{,}5 = \underline{\underline{0{,}554\ \text{MPa}}}$$

$$\underline{\underline{\sigma_s}} = \varepsilon_c \cdot E_s = -0{,}273\cdot 205 = \underline{\underline{-56{,}0\ \text{MPa}}}$$

Kontrolle:

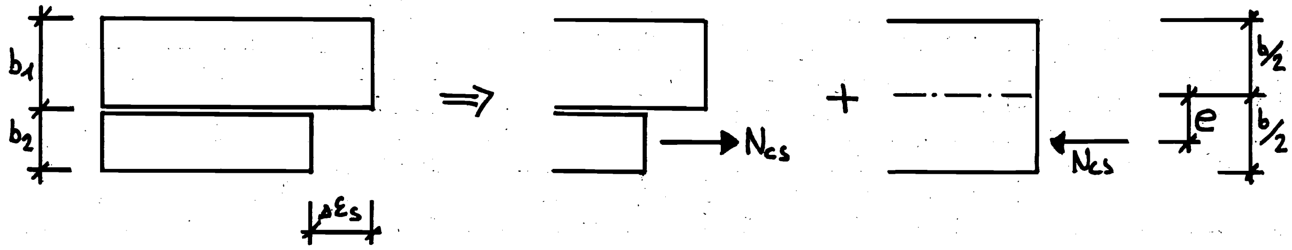
$$A_c\,(1-\rho)\cdot\sigma_c + A_s\cdot\sigma_s = 384'845\,(1-0{,}0098)\cdot 0{,}554 - 3770\cdot 56{,}0 \approx 0,\ \text{i.O.}$$



Aufgabe 3

Ein 4 m breiter Plattenstreifen mit konstanter Dicke h wird seitlich an einen zuvor erstellten, 6 m breiten und gleich dicken Plattenstreifen anbetoniert. Zwischen dem jüngeren und dem älteren Beton ergibt sich eine Schwinddifferenz von 0.1‰. Ermittle die entsprechende Verkrümmung in der Horizontalebene unter Voraussetzung gleicher Elastizitätsmoduli beider Betone. Die Schwindbehinderung durch die Längsbewehrung soll vernachlässigt werden.

Lösung:



$$N_{cs} = \Delta\varepsilon_s \, E_c \, b_2 \, h$$

$$e = \frac{b_1}{2}$$

$$M_{cs} = e \cdot N_{cs} = \frac{\Delta\varepsilon_s \, E_c \, b_1 \, b_2 \, h}{2}$$

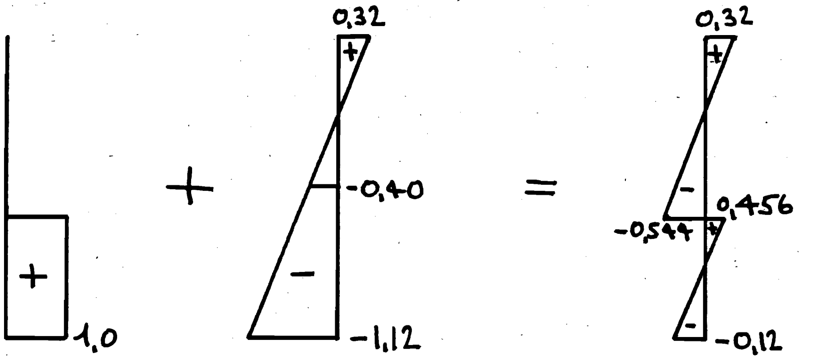
$$I_c = \frac{(b_1 + b_2)^3 \, h}{12}$$

$$\chi = \frac{M_{cs}}{E_c \, I_c} = \Delta\varepsilon_s \, \frac{6 \, b_1 \, b_2}{(b_1 + b_2)^3}$$

Krümmung $\chi = 0{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot \dfrac{6 \cdot 6{,}0 \cdot 4{,}0}{(6{,}0 + 4{,}0)^3} = 0{,}0144 \ \mathrm{mrad/m}$

Krümmungsradius $R = \dfrac{1}{\chi} = 69'444 \ \mathrm{m}$

Nebenbemerkung: Eigenspannungsverteilung



Faktor $\Delta\varepsilon_s \, E_c$

Aufgabe 4

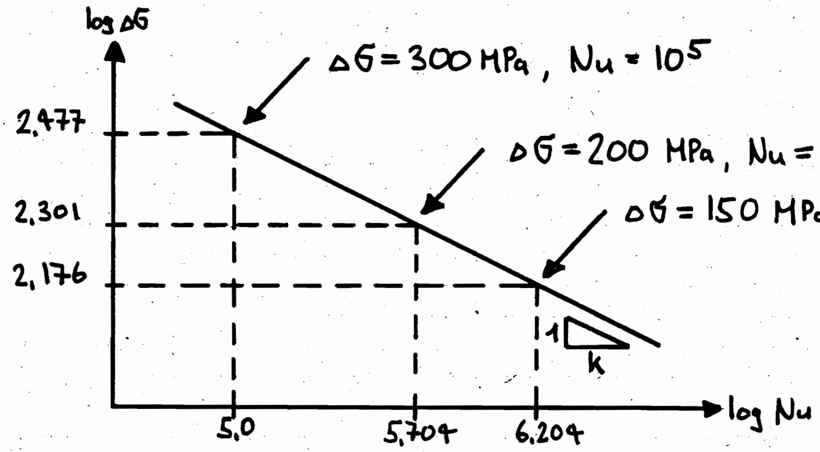
Aus Ermüdungsversuchen an einem bestimmten Betonstahl ist bekannt, dass $1.6 \cdot 10^6$ Lastwechsel mit einer Schwingbreite $\Delta\sigma$ von 150 MPa zum Bruch führten, während bei einer Schwingbreite von 300 MPa bereits 10^5 Lastwechsel zum Bruch führten.

a) Wieviele Lastwechsel $\Delta\sigma = 200$ MPa würden zum Bruch führen?

b) Wenn zuerst 10^6 Lastwechsel $\Delta\sigma = 150$ MPa aufgebracht würden, wie viele Lastwechsel $\Delta\sigma = 200$ MPa würden dann zum Bruch führen?

Lösung:

a)



$$k = \frac{\log 1{,}6 \cdot 10^6 - \log 10^5}{\log 300 - \log 150} = 4{,}0$$

$$\Delta\sigma = 200 \text{ MPa} \longrightarrow Nu = 1{,}6 \cdot 10^6 \left(\frac{150}{200}\right)^4$$

$$\underline{\underline{Nu(\Delta\sigma = 200\,\text{MPa}) = 506'250 \text{ Lastwechsel}}}$$

b)

$$\sum \frac{N_i}{Nu_i} = 1$$

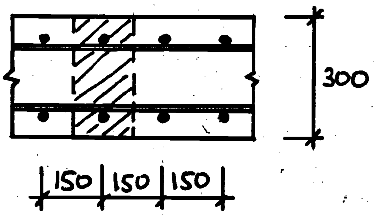
$$\frac{10^6}{1{,}6 \cdot 10^6} + \frac{N_{200}}{506'250} = 1$$

$$\underline{\underline{N_{200} = 189'844 \text{ Lastwechsel}}}$$

Aufgabe 5

Eine 300 mm dicke Wand ist beidseitig orthogonal mit Stäben Ø 16 mm im Abstand von 150 mm bewehrt. Die Betonüberdeckung der aussenliegenden, vertikalen Stäbe beträgt 40 mm. Die Wand sei an ihren Enden in Längsrichtung unverschieblich gehalten und werde um 30°C abgekühlt. Ermittle Grenzwerte für Rissabstände und Rissbreiten unter Voraussetzung eines Temperaturausdehnungskoeffizienten α_T von Beton und Stahl von 10^{-5}/°C sowie einer Zylinderdruckfestigkeit f_{cc} des Betons von 25 MPa, $f_{ct} = \tau_{b0} / 2 = 0.3 \cdot f_{cc}^{2/3}$ (MPa), $E_c = 10 \cdot f_{cc}^{1/3}$ (GPa) und $E_s = 205$ GPa.

Lösung:



Grundriss

$$f_{ct} = 0{,}3 \cdot 25^{2/3} = 2{,}56 \text{ MPa}$$

$$E_c = 10 \cdot 25^{1/3} = 29{,}2 \text{ GPa}$$

$$\rho = \frac{\varnothing^2 \pi}{4} \cdot \frac{2}{s \cdot h} = \frac{16^2 \pi \cdot 2}{4 \cdot 150 \cdot 300} = 0{,}894\,\%$$

Äusserer Zwang: $\varepsilon_e = -\Delta T \cdot \alpha_T = 30 \cdot 10^{-5} = 0{,}3\,‰$

$$s_{rm0} = \frac{\varnothing f_{ct} (1-\rho)}{2 \tau_{b0} \rho} = \frac{16 \cdot 2{,}56 (1 - 0{,}00894)}{2 \cdot 2 \cdot 2{,}56 \cdot 0{,}00894} = 443{,}6 \text{ mm}$$

Maximaler Rissabstand ($\lambda = 1$): $s_{rm,max} = \lambda \cdot s_{rm0} = 444$ mm

Minimaler Rissabstand ($\lambda = 0{,}5$): $s_{rm,min} = \lambda \cdot s_{rm0} = 222$ mm

Stahlspannung am Riss beim Reissen:

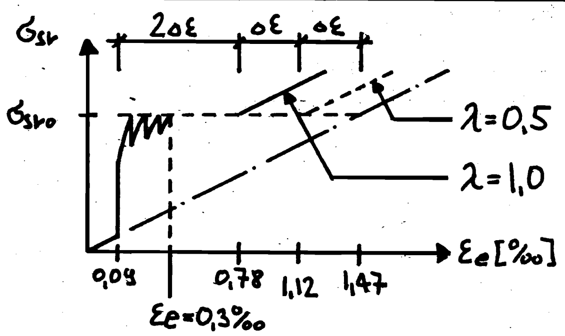
$$\sigma_{sr0} = f_{ct} \left(\frac{1}{\rho} + \frac{E_s}{E_c} - 1 \right) = 2{,}56 \left(\frac{1}{0{,}00894} + \frac{205}{29{,}2} - 1 \right) = 302 \text{ MPa}$$

Rissbreite beim Reissen ($\sigma_{sr} = \sigma_{sr0}$):

$$w = \frac{\lambda\, s_{rm0} (2 \sigma_{sr} - \lambda \sigma_{sr0})}{2 E_s}$$

Rissbreite beim Reissen (Maximaler Rissabstand, $\lambda = 1$): $w_{max} = 0{,}33$ mm

Rissbreite beim Reissen (Minimaler Rissabstand, $\lambda = 0{,}5$): $w_{min} = 0{,}25$ mm



Bemerkung: Das Rissbild ist unvollständig, bez. nicht abgeschlossen → Die Stahlspannung am Riss ist maximal σ_{sr0}!

N.B. Rissabstand ist im allgemeinen durch Bügel beeinflusst, z.B. $s_{rm} = 300\text{mm} = 2s$, wobei s der Abstand der vertikalen Stäbe ist.

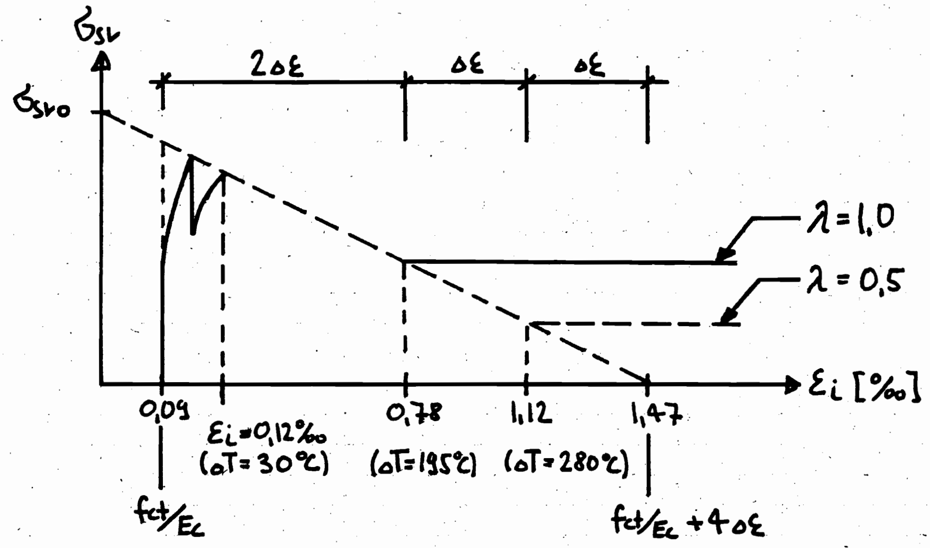
Aufgabe 6

Diskutiere das Verhalten der in Aufgabe 5 betrachteten, längs jedoch verschieblichen und einer monoton steigenden Temperatur ausgesetzten Wand unter der Annahme ungleicher Temperaturausdehnungskoeffizienten von Stahl ($\alpha_{Ts} = 1.2 \cdot 10^{-5}/°C$) und Beton ($\alpha_{Tc} = 0.8 \cdot 10^{-5}/°C$).

Lösung:

Annahme: $\Delta T = 30°C$

Innerer Zwang: $\varepsilon_i = \Delta T\,(\alpha_{Ts} - \alpha_{Tc}) = 30 \cdot (1{,}2 - 0{,}8)\,10^{-5} = 0{,}12‰$



Bemerkung: Das Rissbild ist für $\Delta T < 195°C$ ($\lambda = 1$) bzw. $\Delta T < 280°C$ ($\lambda = 0{,}5$) nicht abgeschlossen.

Das Verhalten bei innerem Zwang folgt aus jenem für äusseren Zwang, indem von der Stahlspannung σ_{sr} die Spannung $E_s \cdot \varepsilon_i$ abgezogen und ε_e durch ε_i ersetzt wird.

N.B. Rissabstände und Rissbreiten analog Aufgabe 5.

Aufgabe 7

Eine 300 mm dicke Platte aus Beton B 35/25 (Rechenwert der Druckfestigkeit $f_c = 16$ MPa) ist als einfacher Balken über 7.5 m gespannt. Ihre Bewehrung aus Stahl S 500 (Rechenwert der Fliessgrenze $f_y = 460$ MPa) besteht aus Stäben Ø 18 mm in einem Abstand von 150 mm (Betonüberdeckung ü = 30 mm). Ermittle die zulässige, gleichmässig verteilte Nutzlast unter Voraussetzung der Partialfaktoren $\gamma_R = 1.2$, $\gamma_g = 1.3$ und $\gamma_q = 1.5$. Für das Eigengewicht der Platte kann $g = 7.5$ kPa angenommen werden.

Lösung:

Statische Höhe $d = h - \ddot{u} - \tfrac{1}{2}\varnothing = 300 - 30 - 9 = 261$ mm

$a_s = 1696 \text{ mm}^2/\text{m}' = 1{,}696 \text{ mm}$

$$\omega = \frac{a_s \cdot f_y}{d\ f_c} = \frac{1{,}696 \cdot 460}{261 \cdot 16} = 0{,}187 < \omega_{max} = 0{,}4$$

$$\underline{m_R} = a_s \cdot f_y \cdot d\left(1 - \frac{\omega}{2}\right) = 1696 \cdot 460 \cdot 261 \cdot \left(1 - \frac{0{,}187}{2}\right) = \underline{184{,}6 \text{ kNm/m}'}$$

Berechnung für q_{adm}:

$$(q_{adm} \cdot \gamma_q + g \cdot \gamma_g) \cdot \frac{\ell^2}{8} = m_d = \frac{m_R}{\gamma_R}$$

$$(q_{adm} \cdot 1{,}5 + 7{,}5 \cdot 1{,}3)\frac{7{,}5^2}{8} = \frac{184{,}6}{1{,}2} = 153{,}9$$

Zulässige Nutzlast $\underline{\underline{q_{adm} = 8{,}1 \text{ kPa}}}$

Aufgabe 8

Ermittle die ungerissene und die gerissene Biegesteifigkeit der in Aufgabe 7 behandelten Platte. Rechne mit $f_{cc} = 28$ MPa, $E_c = 10 \cdot f_{cc}^{1/3}$ (GPa) und $E_s = 205$ GPa. Schätze die Mittendurchbiegung der Platte unter kurz- und langzeitiger Einwirkung des Eigengewichts ab, wobei die Biegezugfestigkeit des Betons gleich $f_{ct} = 0.3 \cdot f_{cc}^{2/3}$ (MPa) und die Kriechzahl $\varphi = 2$ angenommen werden darf.

Lösung:

$f_{ct} = 0{,}3 \cdot 28^{2/3} = 2{,}77$ MPa

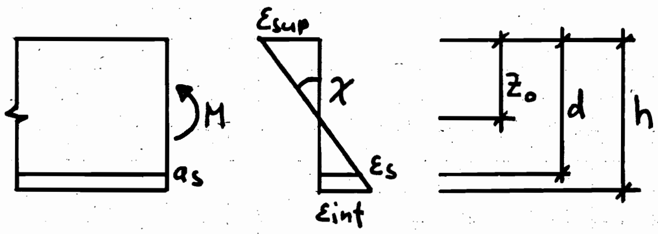
$E_{c,0} = 10 \cdot f_{cc}^{1/3} = 10 \cdot 28^{1/3} = 30{,}4$ GPa

↳ Kurzzeit - Wertigkeit $n_0 = E_s / E_{c,0} = 6{,}75$

$$E_{c,\infty} = \frac{E_{c,0}}{(1+\varphi)} = \frac{30{,}4}{(1+2)} = 10{,}1 \text{ GPa}$$

↳ Langzeit - Wertigkeit $n_\infty = E_s / E_{c,\infty} = 20{,}25$

Ungerissene Querschnittswerte:



h = 300 mm

d = 261 mm

a_s = 1696 mm²/m'

$a_{id} = b \cdot h + a_s (n-1)$ [mm²/m']

$$\text{Druckzonenhöhe} \quad z_0 = \frac{\frac{1}{2} b h^2 + a_s d (n-1)}{a_{id}} \quad \text{[mm]}$$

$$i_{id}^{I} = \frac{b h^3}{12} + b h \left(z_0 - \frac{h}{2} \right)^2 + (d - z_0)^2 a_s (n-1) \quad \text{[mm}^4\text{/m']}$$

Kurzzeitwert $t_0 \longrightarrow n = n_0 = 6{,}75$

$a_{id,0} = 309'756$ mm²/m'

$z_{0,0} = 153{,}5$ mm

$i_{id,0}^{I} = 2{,}366 \cdot 10^9$ mm⁴/m'

Biegesteifigkeit $E_{c,0} \cdot i_{id,0}^{I} = 30{,}4 \cdot 2{,}366 = 71{,}858$ MNm²/m'

Langzeitwert $t_\infty \longrightarrow n = n_\infty = 20{,}25$

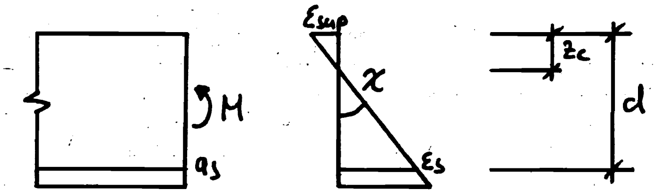
$a_{id,\infty} = 332'662$ mm²/m'

$z_{0,\infty} = 160{,}9$ mm

$i_{id,\infty}^{I} = 2{,}613 \cdot 10^9$ mm⁴/m'

Biegesteifigkeit $E_{c,\infty} \cdot i_{id,\infty}^{I} = 10{,}1 \cdot 2{,}613 = 26{,}448$ MNm²/m'

Gerissene Querschnittswerte:



$d = 261\,mm$

$a_s = 1696\,mm^2/m'$

$$\rho = \frac{a_s \cdot b}{b \cdot d} = \frac{1696 \cdot 1}{1000 \cdot 261} = 0{,}65\,\%$$

Druckzonenhöhe $z_c = d\left(\sqrt{\rho^2 n^2 + 2\rho n} - \rho n\right)$ [mm]

$E_c \cdot i_{id}^{II} = a_s E_s (d - z_c)(d - z_c/3)$ [Nmm^2/m']

Kurzzeitwert $t_0 \rightarrow n = n_0 = 6{,}75$

$z_c = 66{,}7\,mm$

Biegesteifigkeit $E_{c,0} \cdot i_{id,0}^{II} = 16{,}133\ MNm^2/m'$

Langzeitwert $t_\infty \rightarrow n = n_\infty = 20{,}25$

$z_c = 103{,}9\,mm$

Biegesteifigkeit $E_{c,\infty} \cdot i_{id,\infty}^{II} = 12{,}368\ MNm^2/m'$

Abschätzung der Mittendurchbiegung infolge Eigengewicht (Keine Nutzlast):

Rissmoment $m_r = \dfrac{f_{ct} \cdot i_{id,0}^{I}}{(b - z_{0,0})} = \dfrac{2{,}77 \cdot 2{,}366 \cdot 10^9}{(300 - 153{,}5)} = 44{,}7\ kNm/m'$

Moment infolge g (Gebrauchsniveau) $m_{ser,g} = \dfrac{g\,\ell^2}{8} = \dfrac{7{,}5 \cdot 7{,}5^2}{8} = 52{,}7\ kNm/m'$

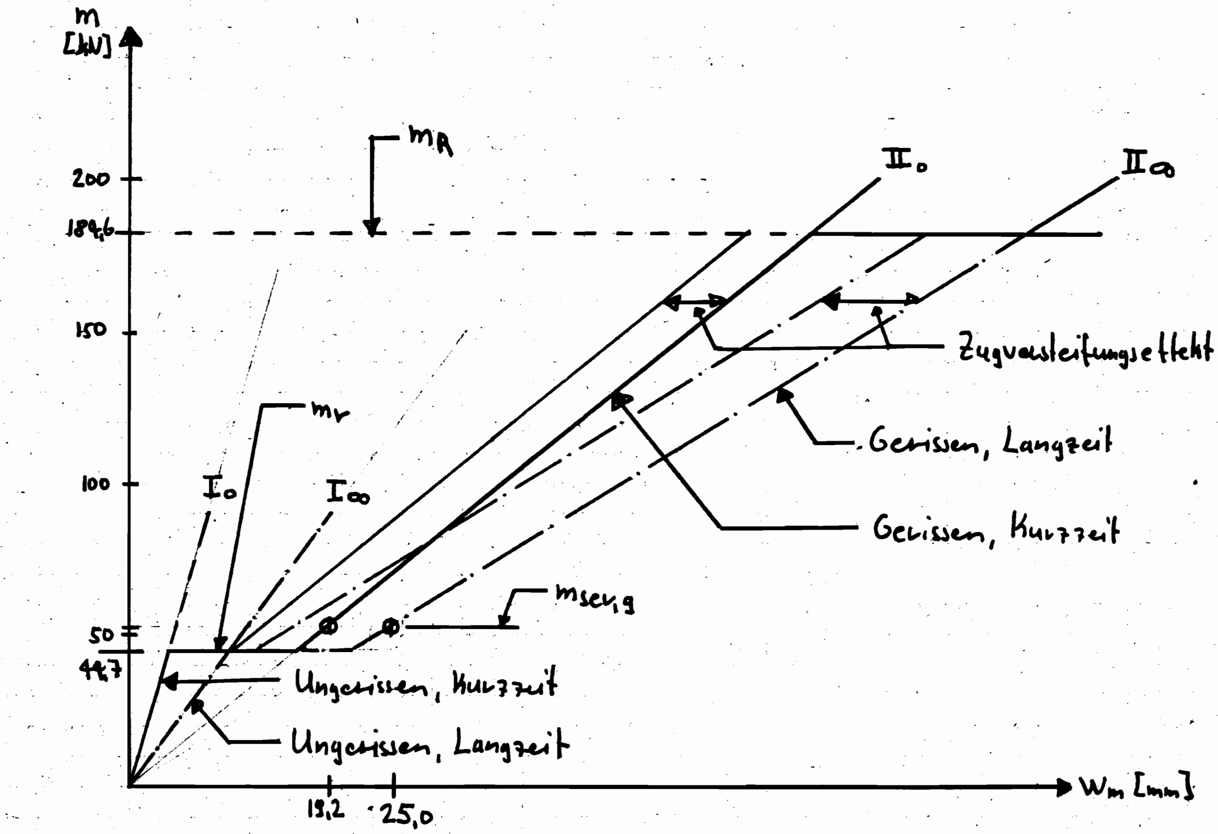
↳ Der Querschnitt ist unter Eigenlast im Feldbereich gerissen!

Kurzzeitwert t_0

$$w_{m,0} = \frac{5 \cdot g \cdot \ell^4}{384 \cdot E_{c,0} \cdot i_{id,0}^{II}} = \frac{5 \cdot 7{,}5 \cdot 7500^4}{384 \cdot 16{,}133 \cdot 10^{12}} = 19{,}2\ mm$$

Langzeitwert t_∞

$$w_{m,\infty} = \frac{5 \cdot g \cdot \ell^4}{384 \cdot E_{c,\infty} \cdot i_{id,\infty}^{II}} = \frac{5 \cdot 7{,}5 \cdot 7500^4}{384 \cdot 12{,}368 \cdot 10^{12}} = 25{,}0\ mm$$



N.B. – Der Einfluss der ungerissenen Bereiche ist nicht berücksichtigt.
– Der Einfluss der Zugversteifung ist nicht berücksichtigt.

Aufgabe 9

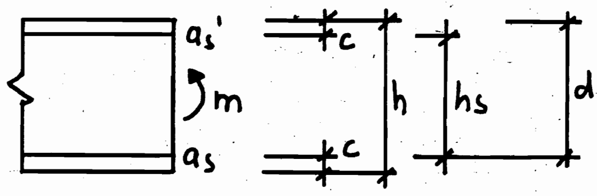
Ein Betonrohr mit einem Innendurchmesser von 2.5 m und einem Aussendurchmesser von 3.0 m ist innen und aussen mit einer Ringbewehrung aus Stäben Ø 12 mm in einem Abstand von 100 mm (Betonüberdeckung ü = 30 mm) versehen. Ermittle die beim Reissen des Betons infolge (positiven oder negativen) Ringbiegemomenten aufzunehmenden Stahlspannungen. Rechne mit $f_{cc} = 40$ MPa, Biegezugfestigkeit $f_{ct} = 0.3 \cdot f_{cc}^{2/3}$ (MPa), $E_c = 10 \cdot f_{cc}^{1/3}$ (GPa) und $E_s = 205$ GPa.

Lösung:

$f_{ct} = 0,3 \cdot 40^{2/3} = 3,5$ MPa

$E_c = 10 \cdot 40^{1/3} = 34,2$ GPa

Wertigkeit $n = E_s / E_c = 205/34,2 = 5,99$



$a_s = a_s' = 1131$ mm²/m'

$h = 250$ mm

$c = ü + \tfrac{1}{2}Ø = 30 + 6 = 36$ mm

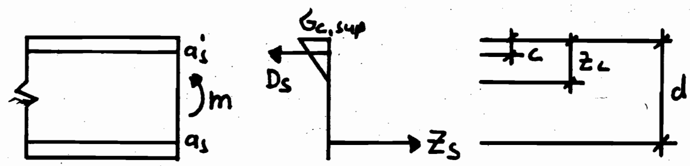
Berechnung des Rissmomentes m_r (ungerissener Querschnitt):

$a_s = a_s' \longrightarrow$ Der ideelle, ungerissene Querschnitt ist symmetrisch!

$$\underline{i_{id}^{I}} = \frac{bh^3}{12} + 2\left(\frac{h-2c}{2}\right)^2 \cdot a_s\,(n-1) = \frac{1000 \cdot 250^3}{12} + 2\left(\frac{(250-2\cdot 36)}{2}\right)^2 \cdot 1131 \cdot (5,99-1) = \underline{1,392 \cdot 10^9 \text{ mm}^4/\text{m}'}$$

$$\underline{m_r} = \frac{f_{ct} \cdot i_{id}^{I}}{\tfrac{1}{2}h} = \frac{3,5 \cdot 1,392 \cdot 10^9}{125} = \underline{39,1 \text{ kNm/m}'}$$

Gerissener Querschnitt:



$d = 250 - 36 = 214$ mm

Druckzonenhöhe: $S_{id} = 0 \longrightarrow \dfrac{z_c^2\, b}{2} + (z_c - c) \cdot a_s'\,(n-1) - (d - z_c) \cdot a_s \cdot n = 0$

$$\underline{z_c} = -\frac{a_s n + a_s'(n-1)}{b} + \sqrt{\left(\frac{a_s n + a_s'(n-1)}{b}\right)^2 + \frac{2\,d\,a_s n + 2c\,a_s'(n-1)}{b}} = \underline{46,4 \text{ mm}}$$

$$i_{id}^{II} = \frac{z_c^3\, b}{3} + (z_c - c)^2 a_s'\,(n-1) + (d - z_c)^2 a_s n = \frac{46,4^3 \cdot 1000}{3} + (46,4-36)^2 \cdot 1131 \cdot (5,99-1) + (214-46,4)^2 \cdot 1131 \cdot 5,99$$

$$\underline{i_{id}^{II} = 0,224 \cdot 10^9 \text{ mm}^4/\text{m}'}$$

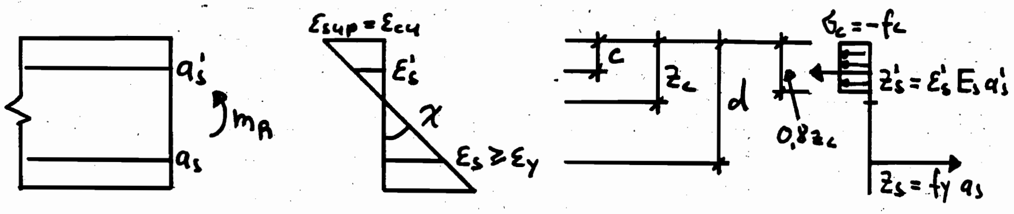
Aufzunehmende Stahlspannung $\sigma_s = \dfrac{m_r}{i_{id}^{II}}\,(d - z_c) \cdot n = \dfrac{39,1 \cdot 10^6}{0,224 \cdot 10^9}(214 - 46,4) \cdot 5,99 = 174,9$ MPa

Aufgabe 10

Ermittle den Ringbiegewiderstand des in Aufgabe 9 untersuchten Rohres unter Voraussetzung eines Rechenwertes der Betondruckfestigkeit von $f_c = 26$ MPa sowie eines Rechenwertes der Fliessgrenze der Bewehrung von $f_y = 460$ MPa. Diskutiere die Abtragung der aus der Rohrkrümmung resultierenden Umlenkkräfte für positive sowohl als auch negative Ringbiegemomente.

<u>Lösung:</u>

Annahme: Untere Bewehrung fliesst auf Zug / Obere Bewehrung elastisch?



$\varepsilon_{cu} = -3{,}5‰$

$c = 36$ mm

$d = 214$ mm

$$\Sigma N = 0 = Z_s + Z'_s + D_c \quad (\text{Annahme: } c \geq 0{,}8 z_c)$$

$$a_s f_y - 0{,}8\, z_c b f_c + \frac{\varepsilon_{cu}}{z_c}(z_c - c) E_s a'_s = 0$$

$$z_c = \frac{\varepsilon_{cu} E_s a'_s + a_s f_y}{1{,}6\, b f_c} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{cu} E_s a'_s + a_s f_y}{1{,}6\, b f_c}\right)^2 - \frac{\varepsilon_{cu} \cdot c \cdot E_s \cdot a'_s}{0{,}8\, b f_c}}$$

$$\underline{z_c} = \frac{-3{,}5 \cdot 205 \cdot 1131 + 1131 \cdot 460}{1{,}6 \cdot 1000 \cdot 26} + \sqrt{\left(\frac{-3{,}5 \cdot 205 \cdot 1131 + 1131 \cdot 460}{1{,}6 \cdot 1000 \cdot 26}\right)^2 - \frac{-3{,}5 \cdot 36 \cdot 205 \cdot 1131}{0{,}8 \cdot 1000 \cdot 26}} = \underline{31{,}1 \text{ mm}}$$

Stahlspannungen bezw. Stahldehnungen: $\underline{a_s} \rightarrow \varepsilon_s = 20{,}6‰ > \varepsilon_y \Longrightarrow \underline{\sigma_s = 460 \text{ MPa}}$

$$\underline{a'_s} \rightarrow \varepsilon'_s = \frac{\varepsilon_{cu}}{z_c}(z_c - c) = \frac{-3{,}5}{31{,}1}(31{,}1 - 36) = 0{,}55‰ < \varepsilon_y$$

$$\underline{\sigma'_s = 112{,}4 \text{ MPa}}$$

Biegewiderstand m_R: (Berücksichtigung von a'_s)

$$m_R = 0{,}8\, z_c b f_c (d - 0{,}4 z_c) - (d - c)\frac{\varepsilon_{cu}}{z_c}(z_c - c) E_s a'_s$$

$$m_R = 0{,}8 \cdot 31{,}1 \cdot 1000 \cdot 26 (214 - 0{,}4 \cdot 31{,}1) - (214 - 36)\frac{-3{,}5}{31{,}1}(31{,}1 - 36) \cdot 205 \cdot 1131 = 107{,}9 \text{ kNm/m'}$$

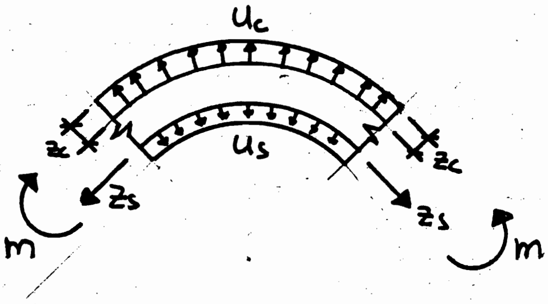
N.B. Bruchwiderstand ohne Druckbewehrung ($a'_s = 0$):

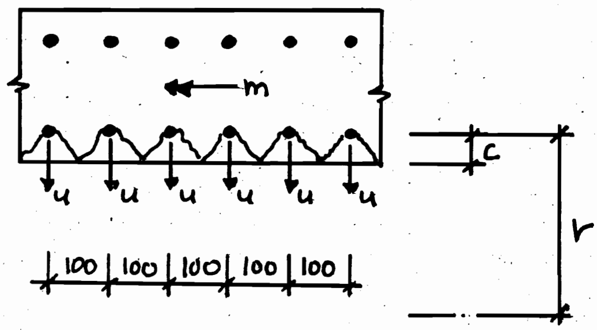
$$\omega = \frac{a_s \cdot b \cdot f_y}{b \cdot d \cdot f_c} = \frac{1131 \cdot 1 \cdot 460}{1000 \cdot 214 \cdot 26} = 0{,}094$$

$$\underline{m_R} = f_c \cdot b \cdot d^2 \omega \cdot (1 - \omega/2) = 26 \cdot 10^3 \cdot 214^2 \cdot 0{,}094 (1 - \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}094) = \underline{106{,}1 \text{ kNm/m'}}$$

Diskussion:

- positives Moment:





$c = 30 + \frac{1}{2} \cdot 12 = 36\,mm$

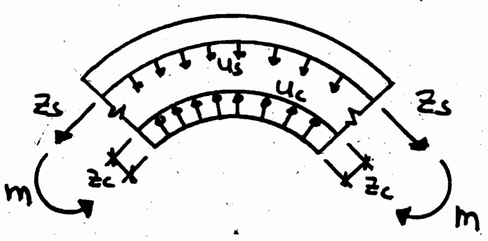
$r = 1250 + 36 = 1286\,mm$

Querzugspannung im Beton $\underline{u_c} = \dfrac{\frac{\varnothing^2 \pi}{4} \cdot f_y}{r\,(s - \varnothing)} = \dfrac{\frac{12^2 \pi}{4} \cdot 460}{1286 \cdot (100 - 12)} = \underline{0{,}46\ MPa}$

N.B. Siehe auch SIA 162 / 4 37, Umlenkungen und Krümmungen
→ Der Rechenwert der Betonzugfestigkeit darf mit höchstens 0,5 MPa in Rechnung gestellt werden.

Die Umlenkkräfte der Bewehrung und der Druckzone erzeugen Querzug im Beton. Wenn die Zugkräfte nicht durch den Beton aufgenommen werden können, ist eine zusätzliche Verbügelung notwendig.

- negatives Moment:



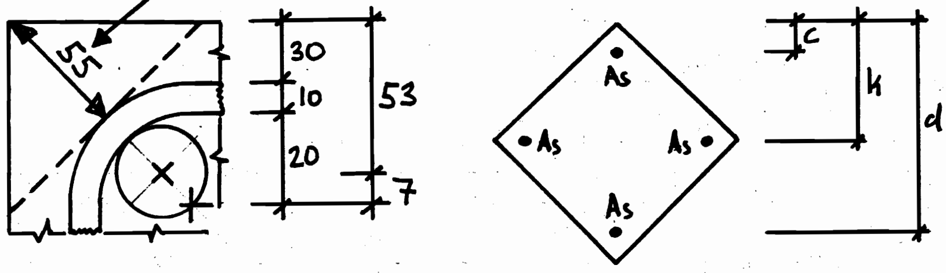
Die Umlenkkräfte der Bewehrung und der Druckzone erzeugen Querdruck im Beton.

Aufgabe 11

Ein quadratischer Stützenquerschnitt mit einer Seitenlänge von 300 mm ist mit vier an den Ecken angeordneten Längsstäben Ø 20 mm bewehrt, die von Bügeln Ø 10 mm (Betonüberdeckung ü = 30 mm, Biegerollendurchmesser d = 40 mm) gehalten werden. Ermittle den Biegewiderstand des Querschnittes um seine Diagonale ($N = 0$, $M_y = M_z$) unter der Annahme von $f_c = 16$ MPa, $f_y = 460$ MPa, $E_s = 205$ GPa.

Lösung:

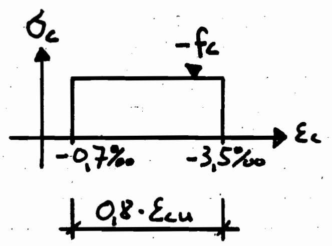
Ueberdeckungsbeton in Druckecke : $\bar{u} = 55$ mm



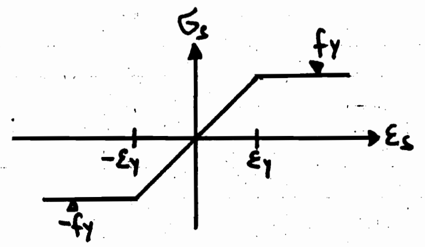
$A_s = 314\ mm^2$ [Ø20]
$c = 75$ mm
$k = 212$ mm
$d = 349$ mm

Werkstoffgesetze:

Beton

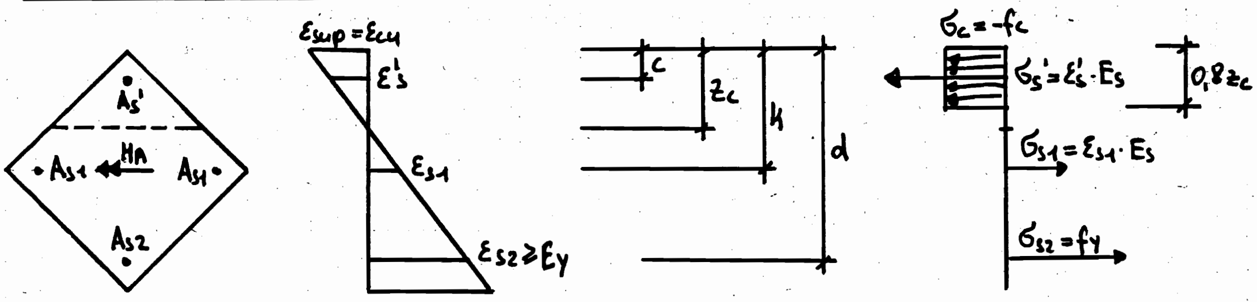


Stahl



$\varepsilon_{cu} = -3{,}5‰$
$\varepsilon_y = 2{,}24‰$

A) Ueberdeckungsbeton in Druckecke intakt:



Annahme: Unterstes Eisen fliesst auf Zug / Neutrale Achse zwischen Diagonale und oberstem Eisen ?

$$\Sigma N = 0 = D_c + Z_s' + Z_{s1} + Z_{s2} \qquad (\text{Annahme}: c < 0{,}8 z_c)$$

$$\underbrace{((0{,}8\cdot z_c)^2 - A_s')\, f_c}_{-D_c} + \underbrace{\frac{-\varepsilon_{cu}}{z_c}(z_c - c)\, E_s \cdot A_s'}_{-Z_s'} - \underbrace{\frac{\varepsilon_{cu}}{z_c}(z_c - k)\, E_s \cdot 2 A_{s1}}_{Z_{s1}} - \underbrace{A_{s2}\cdot f_y}_{Z_{s2}} = 0$$

Nach kurzer Zwischenrechnung folgt:

$$[0{,}64 \cdot f_c]\cdot z_c^3 - [A_s(f_c + f_y + 3\varepsilon_{cu} E_s)]\cdot z_c + [(c + 2k)\cdot \varepsilon_{cu}\cdot E_s \cdot A_s] = 0$$

↳ <u>Druckzonenhöhe $z_c = 149{,}1$ mm</u>

Kontrolle der Annahme: $c = 75\ mm < 0{,}8\, z_c = 119\ mm \rightarrow$ i.O.

Resultierende Betondruckkraft und Normalkräfte der einzelnen Bewehrungslagen:

$D_c = -222{,}6$ kN

$Z'_s = -112{,}0$ kN $\longrightarrow$ $\varepsilon'_s = -1{,}74‰$, $\sigma'_s = -356{,}6$ MPa

$Z_{s1} = 190{,}1$ kN $\longrightarrow$ $\varepsilon_{s1} = 1{,}48‰$, $\sigma_{s1} = 302{,}7$ MPa

$Z_{s2} = 144{,}4$ kN $\longrightarrow$ $\varepsilon_{s2} = 4{,}51‰ > \varepsilon_y = 2{,}24‰$

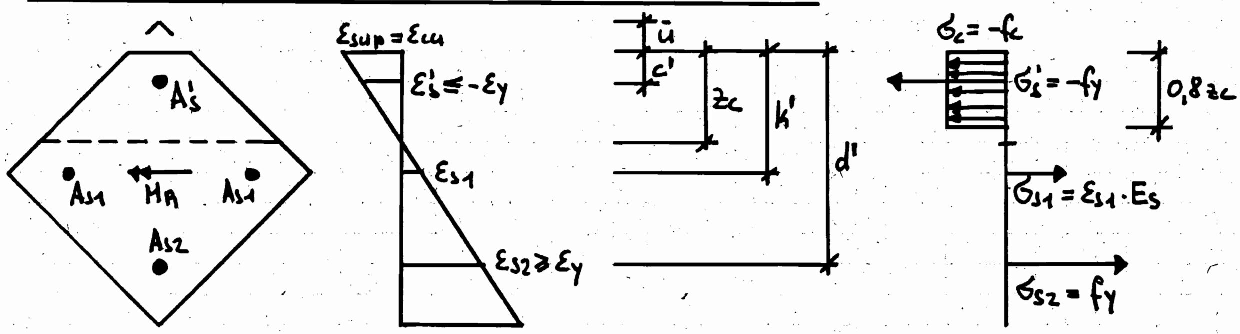
Biegewiderstand M_R:

$M_R = -D_c\,(d - 2/3 \cdot 0{,}8\,z_c) - Z'_s\,(d-c) - Z_{s1}\,(d-k)$

$M_R = 222{,}6 \cdot (349 - 2/3 \cdot 0{,}8 \cdot 149{,}1) + 112{,}0 \cdot (349 - 75) - 190{,}1 \cdot (349 - 212)$

$\underline{M_R = 64{,}6 \text{ kNm}}$

B) Ueberdeckungsbeton in Druckecke abgeplatzt:



Annahme: Unterstes Eisen fliesst auf Zug / Oberstes Eisen fliesst auf Druck / Neutrale Achse zwischen Diagonale und oberstem Eisen!

$c' = 75 - 55 = 20$ mm

$k' = 212 - 55 = 157$ mm

$d' = 349 - 55 = 294$ mm

$\Sigma N = 0 = D_c + Z'_s + Z_{s1} + Z_{s2}$ (Annahme: $c' < 0{,}8\,z_c$)

$$\underbrace{(0{,}8 z_c \cdot (2\ddot{u} + 0{,}8 z_c) - A'_s) \cdot f_c}_{-D_c} + \underbrace{A'_s \cdot f_y}_{-Z'_s} - \underbrace{\frac{\varepsilon_{cu}}{z_c}(z_c - k') \cdot E_s \cdot 2A_{s1}}_{Z_{s1}} - \underbrace{A_{s2} \cdot f_y}_{Z_{s2}} = 0$$

Nach kurzer Zwischenrechnung folgt:

$$[0{,}64 \cdot f_c] \cdot z_c^3 + [1{,}6 \cdot f_c \cdot \ddot{u}] \cdot z_c^2 - [A_s (f_c + 2\varepsilon_{cu} E_s)] \cdot z_c + [2k' \varepsilon_{cu} E_s A_s] = 0$$

$\hookrightarrow$ $\underline{\text{Druckzonenhöhe } z_c = 101{,}8 \text{ mm}}$

Kontrolle der Annahme: $c' = 20\text{mm} < 0{,}8\,z_c = 81$ mm $\longrightarrow$ i.O.

Resultierende Betondruckkraft und Normalkräfte der einzelnen Bewehrungslagen:

$D_c = -244{,}4\ \mathrm{kN}$

$Z_s' = -144{,}4\ \mathrm{kN} \longrightarrow \varepsilon_s' = -2{,}81‰ < -\varepsilon_y = -2{,}24‰$

$Z_{s1} = 244{,}4\ \mathrm{kN} \longrightarrow \varepsilon_{s1} = 1{,}90‰\ ,\ \sigma_{s1} = 389{,}2\ \mathrm{MPa}$

$Z_{s2} = 144{,}4\ \mathrm{kN} \longrightarrow \varepsilon_{s2} = 6{,}33‰ > \varepsilon_y = 2{,}24‰$

Biegewiderstand M_R:

$$M_R = -D_c \left(k' - 0{,}8\, z_c \frac{6\bar{u} + 3{,}2\, z_c}{3(4\bar{u} + 1{,}6\, z_c)} \right) - 2\, Z_s' \,(k' - c')$$

$$M_R = 244{,}4 \left(157 - 0{,}8 \cdot 101{,}8 \frac{6 \cdot 55 + 3{,}2 \cdot 101{,}8}{3(4 \cdot 55 + 1{,}6 \cdot 101{,}8)} \right) + 2 \cdot 144{,}4 \cdot (157 - 20)$$

$\underline{M_R = 66{,}6\ \mathrm{kNm}}$

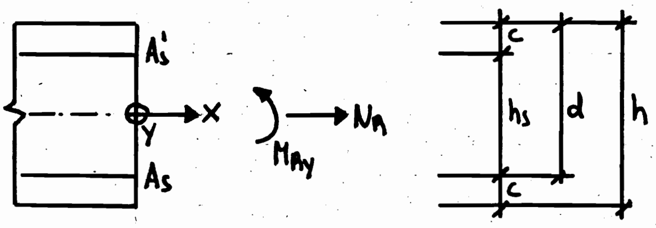
$\longrightarrow$ Fall B) liefert den maximalen Biegewiderstand um die Diagonale

$\underline{\underline{\text{Biegewiderstand } M_R = 66{,}6\ \mathrm{kNm} \quad \text{bzw. } M_{Ry} = M_{Rz} = 47{,}1\ \mathrm{kNm}}}$

Aufgabe 12

Ermittle einige Punkte des $N - M_y$ – Interaktionsdiagrammes ($M_z = 0$) für den in Aufgabe 11 behandelten Querschnitt (mindestens N_{max}, $N = 0$, $M_{y,max}$ und N_{min}). Die Betonüberdeckung ist zu berücksichtigen, und die festigkeitssteigernde Wirkung der Verbügelung ist zu vernachlässigen.

Lösung:



$A_s = A_s' = 628\,mm^2$

$b = 300\,mm$

$h = 300\,mm$

$c = 53\,mm$

$d = 247\,mm$

$h_s = 194\,mm$

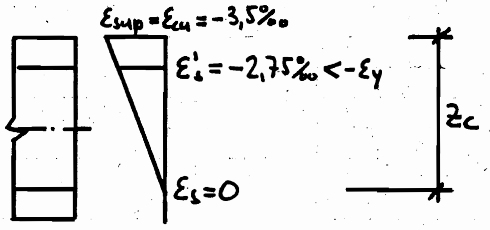
Dehnungsebene ① → Zentrischer Druck

$N_{A,min} = -(bh - (A_s + A_s')) \cdot f_c - (A_s + A_s') \cdot f_y = -(300^2 - 1256) \cdot 16 - 1256 \cdot 460$

$\underline{N_{A,min} = -1997{,}7\ kN}$

$\underline{M_{A,y} = 0}$

Dehnungsebene ②



$z_c = d = 247\,mm$

$D_c = -0{,}8 \cdot z_c \cdot b \cdot f_c = -0{,}8 \cdot 247 \cdot 300 \cdot 16 = -948{,}5\ kN$

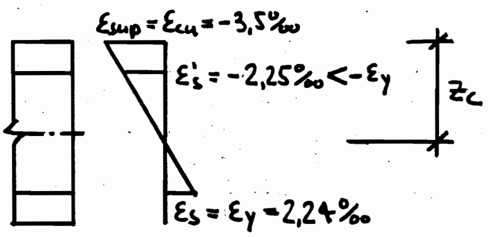
$D_s' = -A_s' \cdot (f_y - f_c) = -628 \cdot (460 - 16) = -278{,}8\ kN$

$\underline{N_A = D_c + D_s' = -1227{,}3\ kN}$

$M_{Ay} = -(D_c \cdot (h/2 - 0{,}4\,z_c) + D_s' \cdot h_s/2) = 948{,}5\,(150 - 0{,}4 \cdot 247) + 278{,}8 \cdot 97$

$\underline{M_{Ay} = 75{,}6\ kNm}$

Dehnungsebene ③ → Maximales Moment M_{Ay}



$z_c = 150{,}6\,mm$

$D_c = -0{,}8 \cdot z_c \cdot b \cdot f_c = -0{,}8 \cdot 150{,}6 \cdot 300 \cdot 16 = -578{,}3\ kN$

$D_s' = -A_s'\,(f_y - f_c) = -628 \cdot (460 - 16) = -278{,}8\ kN$

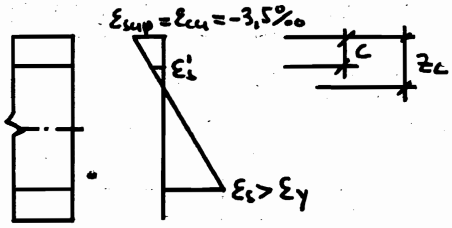
$Z_s = A_s \cdot f_y = 628 \cdot 460 = 288{,}9\ kN$

$\underline{N_A = D_c + D_s' + Z_s = -568{,}2\ kN}$

$M_{Ay} = -D_c\,(h/2 - 0{,}4 \cdot z_c) - h_s/2\,(D_s' - Z_s) = 578{,}3 \cdot (150 - 0{,}4 \cdot 150{,}6) + 97 \cdot (278{,}8 + 288{,}9)$

$\underline{M_{Ay} = 107{,}0\ kNm}$

Dehnungsebene ④ → Reine Biegung



Annahme: $z_c \geq c \geq 0{,}8 z_c$

$\Sigma N = 0 \longrightarrow \underline{N_R = 0}$

$$0{,}8 z_c b f_c + \frac{\varepsilon_{cu}}{z_c}(c - z_c) \cdot E_s \cdot A_s' - A_s f_y = 0$$

$$\underline{z_c} = \frac{A_s' \cdot \varepsilon_{cu} E_s + A_s f_y}{1{,}6\, b f_c} + \sqrt{\left(\frac{A_s' \varepsilon_{cu} E_s + A_s f_y}{1{,}6\, b f_c}\right)^2 - \frac{A_s' \varepsilon_{cu} E_s c}{0{,}8\, b f_c}} = \underline{60{,}6\,\text{mm}}$$

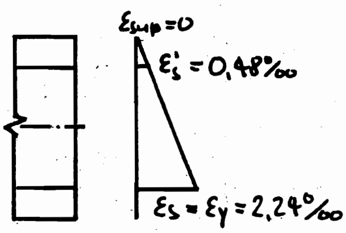
Kontrolle der Annahme: $z_c = 60{,}6\,\text{mm} > c = 53\,\text{mm} > 0{,}8 z_c = 48{,}5\,\text{mm} \rightarrow$ i.O.

$$M_{Ry} = 0{,}8 \cdot z_c \cdot b \cdot f_c (d - 0{,}4 z_c) + \frac{\varepsilon_{cu}}{z_c}(c - z_c) E_s A_s' \cdot (d - c)$$

$$M_{Ry} = 0{,}8 \cdot 60{,}6 \cdot 300 \cdot 16 \cdot (247 - 0{,}4 \cdot 60{,}6) + {}^{(-3{,}5)}\!/_{60{,}6} \cdot (53 - 60{,}6) \cdot 205 \cdot 628 \cdot (247 - 53)$$

$$\underline{M_{Ry} = 62{,}7\ \text{kNm}}$$

Dehnungsebene ⑤



$z_c = 0$

$D_c = 0$

$Z_s' = A_s' \cdot \varepsilon_s' \cdot E_s = 628 \cdot 0{,}48 \cdot 205 = 61{,}9\ \text{kN}$

$Z_s = A_s \cdot f_y = 628 \cdot 460 = 288{,}9\ \text{kN}$

$\underline{N_R = Z_s' + Z_s = 350{,}8\ \text{kN}}$

$M_{Ry} = {}^{h_s}\!/_2\,(Z_s - Z_s') = 97 \cdot (288{,}9 - 61{,}9)$

$\underline{M_{Ry} = 22{,}0\ \text{kNm}}$

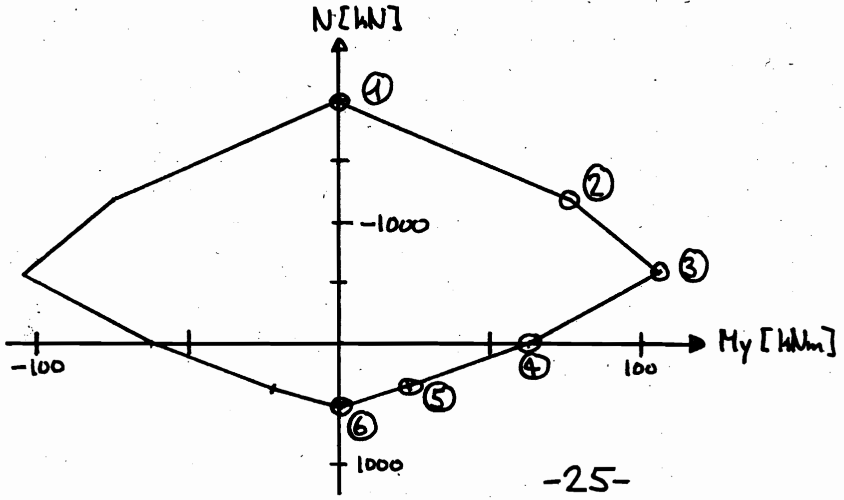
Dehnungsebene ⑥ → Zentrischer Zug

$N_{R,max} = (A_s + A_s') \cdot f_y = 2 \cdot 628 \cdot 460$

$\underline{N_{R,max} = 577{,}8\ \text{kN}}$

$\underline{M_{Ry} = 0}$

My-N-Interaktionsdiagramm (Bruchniveau)



Aufgabe 13

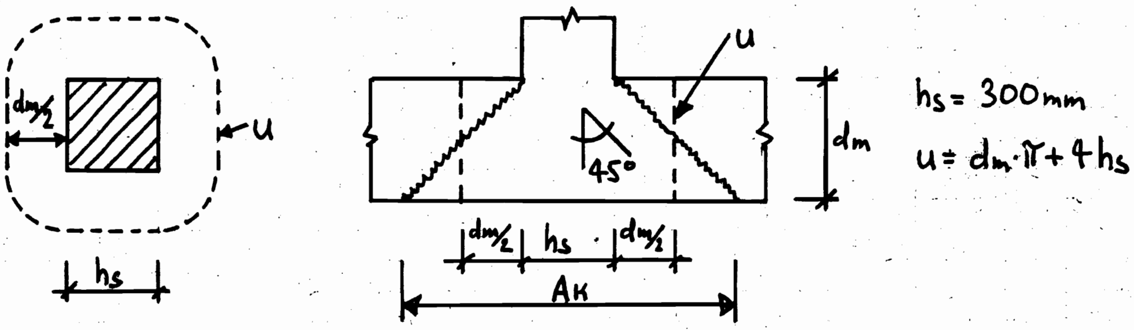
Bemesse eine im Grundriss quadratische Einzelfundamentplatte konstanter Dicke für die in Aufgabe 11 behandelte Stütze unter maximaler Druckkraft (N_{min}). Die zugehörigen Sohlpressungen sollen 300 kPa nicht übersteigen, und für den Beton und die Bewehrung der Fundamentplatte sind dieselben Rechenwerte anzunehmen wie für die Stütze.

Lösung:

$N_{R,min} = 1998$ kN

Erforderliche Seitenlänge $\ell_{erf} = \sqrt{\frac{-N_{R,min}}{\sigma_{b,u}}} = \sqrt{\frac{1998}{300}} = 2{,}58\,m$

Wahl der Fundamentabmessung $\ell \times \ell = 2{,}6\,m \times 2{,}6\,m$



A_K ≑ Fläche innerhalb Durchstanzkegel (Last innerhalb dieser Fläche wird direkt abgetragen → erzeugt kein Schub im nominellen Schnitt)

$A_K = h_s^2 + 4\,d_m\,h_s + d_m^2\,\pi$

Erforderliche Fundamentdicke, so dass auf eine Durchstanzbewehrung verzichtet werden kann: (Annahme: $d_m \geq 400$ mm)

Beton B 35/25 → $f_c = 16$ MPa, $\tau_c = 0{,}9$ MPa

$$\tau_{c,red} = \tau_c \frac{1600\,mm}{1200\,mm + d_m} \leq \tau_c$$

$$V_{R,erf} = -N_{R,min} - \sigma_b \cdot A_K = -N_{R,min} + \frac{N_{R,min}}{\ell^2} \cdot (h_s^2 + 4\,d_m\,h_s + d_m^2\,\pi)$$

$$V_R = 1{,}8 \cdot \tau_{c,red} \cdot u \cdot d_m = 1{,}8 \cdot \tau_c \cdot \frac{1600\,mm}{1200\,mm + d_m}\,(d_m \cdot \pi + 4\,h_s) \cdot d_m$$

$$1998 \cdot 10^3 - \frac{1998 \cdot 10^3}{2600^2}\left(300^2 + 4 \cdot 300 + d_m^2\,\pi\right) = 1{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot \frac{1600}{1200 + d_m}\,(d_m \cdot \pi + 4 \cdot 300) \cdot d_m$$

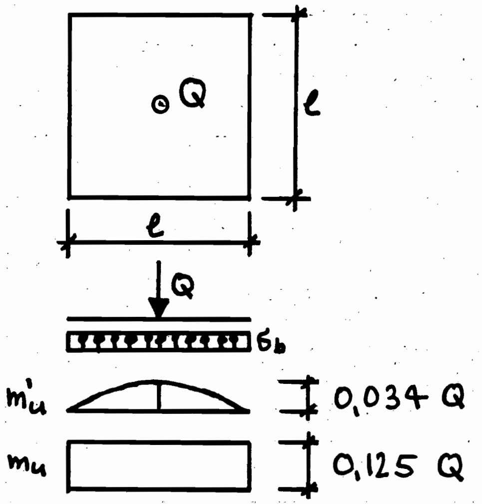
↳ Erforderliche mittlere statische Höhe $d_{m,erf} = 414$ mm

↳ Erforderliche Plattenstärke $h_{erf} = d_{m,erf} + \bar{u} + \varnothing = 414 + 30 + 20 = 464$ mm

⇒ Definitive Wahl der Fundamentabmessungen:

$\ell \times \ell \times h = 2{,}6\,m \times 2{,}6\,m \times 0{,}5\,m$

Bemessung der Biegebewehrung gemäss Bemessungsvorschlag von Nielsen [13.1, 13.2]:



$Q = -N_{R,min} = 1997{,}7\ kN$

Unterer Biegewiderstand:

$\underline{m_u} = 0{,}125 \cdot Q = 0{,}125 \cdot 1997{,}7 = \underline{249{,}7\ kNm/m'}$

Oberer Biegewiderstand:

$\underline{m'_u} = 0{,}034 \cdot Q = 0{,}034 \cdot 1997{,}7 = \underline{67{,}9\ kNm/m'}$

Untere Biegebewehrung:

$d_m \simeq h - \ddot{u} - \varnothing = 500 - 30 - 20 = 450\ mm$

$$\omega_{erf} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2\ m_u}{f_c\ d_m^2}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 249{,}7 \cdot 10^3}{16 \cdot 450^2}} = 0{,}080$$

$$\underline{a_{s,erf}} = \frac{\omega \cdot b \cdot d \cdot f_c}{f_y \cdot b} = \frac{0{,}080 \cdot 10^3 \cdot 450 \cdot 16}{460 \cdot 1} = \underline{1257\ mm^2/m'}$$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{\text{Wahl: } \varnothing 18 @ 200mm \quad (a_s = 1272\ mm^2/m')}}$

Obere Biegebewehrung:

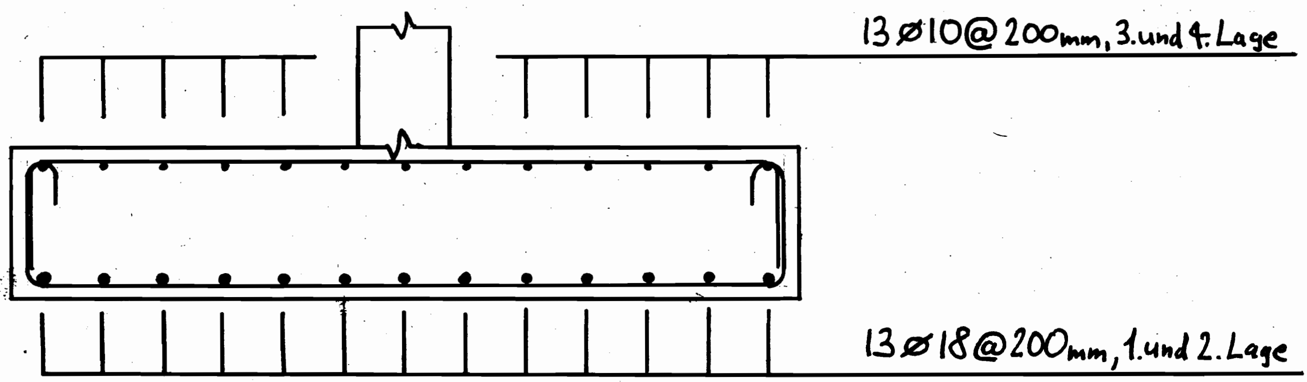
$d_m \simeq h - \ddot{u} - \varnothing = 500 - 30 - 10 = 460\ mm$

$$\omega_{erf} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 67{,}9 \cdot 10^3}{16 \cdot 460^2}} = 0{,}020$$

$$\underline{a_{s,erf}} = \frac{0{,}020 \cdot 10^3 \cdot 460 \cdot 16}{460 \cdot 1} = \underline{324\ mm^2/m'}$$

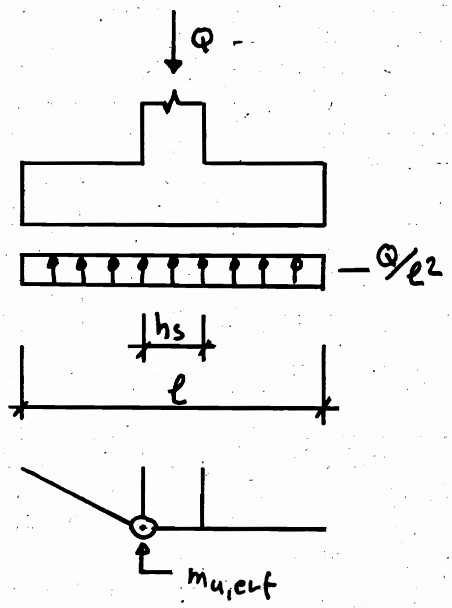
$\Rightarrow$ $\underline{\underline{\text{Wahl: } \varnothing 10 @ 200mm \quad (a_s = 393\ mm^2/m')}}$

Bewehrungsskizze Mst. 1:25



Vergleich der Biegebemessung mit Biegebruchmechanismus (a), bzw. Momentenverteilung (b):

(a) <u>Biegebruchmechanismus</u>

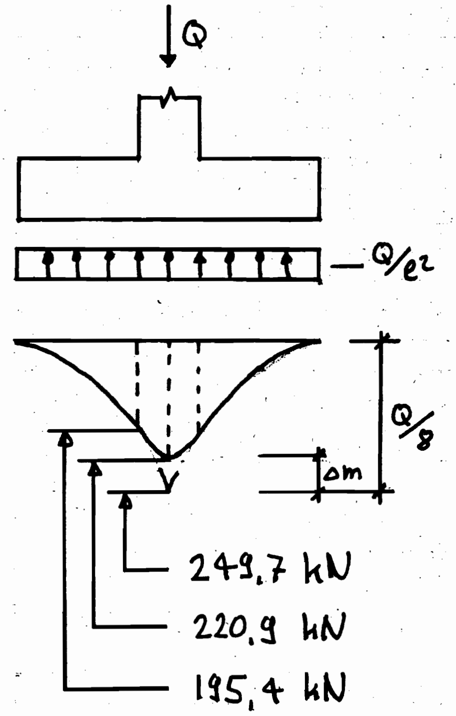


$$m_{u,erf} = \frac{Q}{\ell^2} \cdot \frac{(\ell - h_s)^2}{8}$$

$$m_{u,erf} = \frac{Q}{8}\left(1 - \frac{h_s}{\ell}\right)^2 = \frac{1997{,}7}{8}\left(1 - \frac{0{,}3}{2{,}6}\right)^2$$

$$\underline{m_{u,erf} = 195{,}4 \text{ kNm/m}}$$

(b) <u>Momentenverteilung</u>



$$\Delta m = \frac{Q \cdot h_s}{8 \cdot \ell} = \frac{1997{,}7 \cdot 0{,}3}{8 \cdot 2{,}6} = 28{,}8 \text{ kNm/m'}$$

$$\underline{m_{u,erf}} = \frac{Q}{8} - \Delta m = 249{,}7 - 28{,}8 = \underline{220{,}9 \text{ kNm/m'}}$$

Literatur: [13.1] Marti, Alvarez, Kaufmann, Sigrist, „Tragverhalten von Stahlbeton", IBK Publikation SP-008, September 1999, 301 pp.

[13.2] Nielsen, „Limit Analysis and Concrete Plasticity, Prentice-Hall Series in Civil Engineering, Englewood Cliffs, New Jersey, 1984, 420 pp.

Aufgabe 14

Eine 300 mm dicke Platte weist einen Knick von 30° auf. Über diesen Knick muss ein Biegemoment m_{xd} (pro Längeneinheit, auf Bemessungsniveau) übertragen werden. Dimensioniere die Bewehrung (Betonüberdeckung ü = 30 mm, f_c = 16 MPa, f_y = 460 MPa, γ_R = 1.2) und diskutiere den Kraftfluss im Knickbereich für den Fall m_{xd} = 100 kN (aussen am Knick Zug) sowie m_{xd} = −100 kN (innen am Knick Zug).

Lösung:

Positives Moment m_{xd} = 100 kN

Statische Höhe $d = h - ü - \frac{1}{2}\varnothing = 300 - 30 - \frac{1}{2}\cdot 18 = 261\,mm$

$$\omega_{erf} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2\,m_d \cdot \gamma_R}{f_c \cdot d^2}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 1{,}2}{16 \cdot 261^2}} = 0{,}117$$

$$\underline{a_{s,erf}} = \frac{\omega_{erf} \cdot b \cdot d \cdot f_c}{f_y \cdot b} = \frac{0{,}117 \cdot 10^3 \cdot 261 \cdot 16}{460 \cdot 1} = \underline{1061\ mm^2/m'}$$

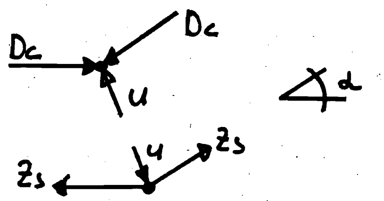
$\Rightarrow$ Wahl: $\varnothing$16 @ 400mm und $\varnothing$18 @ 400mm (a_s = 1139 mm²/m')

Spannungsfeld:

Zugkraft in der Bewehrung $\underline{Z_s} = a_s \cdot f_y = 1139 \cdot 460 = \underline{523{,}9\ kN/m'}$

Druckquerhöhe $\underline{z_{Dc}} = \frac{Z_s}{f_c} = \frac{523{,}9}{16} = \underline{32{,}7\,mm}$

Umlenkkraft im Knick: (Druckkraft)

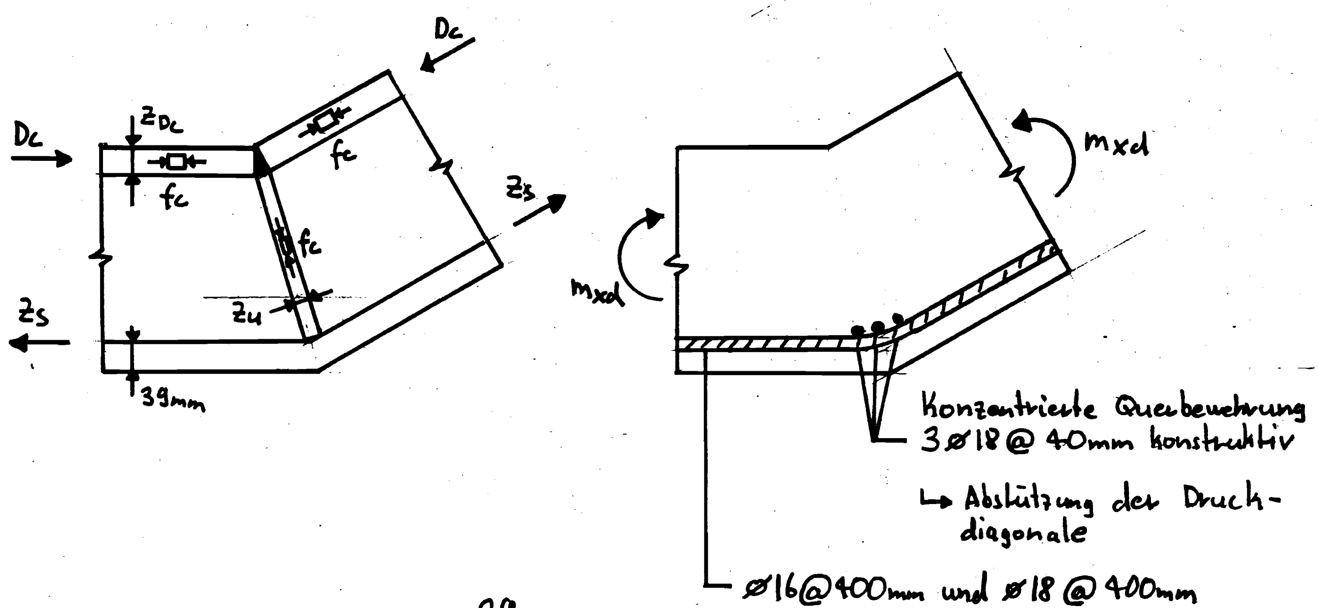


$\alpha = 30°$

$\underline{u} = 2 \cdot Z_s \cdot \sin(\alpha/2) = 2 \cdot 523{,}9 \cdot 0{,}259 = \underline{271{,}2\ kN/m'}$

Dicke der Druckstrebe $\underline{z_u} = \frac{u}{f_c} = \underline{16{,}9\,mm}$

Spannungsfeld und Bewehrungsskizze Mst. 1:10



Negatives Moment $m_{xd} = -100$ kN

Annahme: Der Ueberdeckungsbeton platzt ab, da ausserhalb der Verbügelung die Umlenkkraft nicht mobilisiert werden kann.

Statische Höhe $d = h - 2\ddot{u} - \varnothing_{Bügel} - \frac{1}{2}\varnothing = 300 - 2 \cdot 30 - 10 - \frac{1}{2} \cdot 20 = 220\,mm$

$$\omega_{erf} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 1{,}2}{16 \cdot 220^2}} = 0{,}169$$

$$\underline{a_{s,erf}} = \frac{0{,}169 \cdot 10^3 \cdot 220 \cdot 16}{460 \cdot 1} = \underline{1295\,mm^2/m'}$$

$\Rightarrow$ Wahl: $\varnothing 18$ @ 400 mm und $\varnothing 20$ @ 400 mm $(a_s = 1422\,mm^2/m')$

Spannungsfeld:

Zugkraft in der Bewehrung $Z_s = a_s \cdot f_y = 1422 \cdot 460 = 653{,}9\,kN/m'$

Druckgurthöhe $\underline{z_{Dc}} = \frac{Z_s}{f_c} = \underline{40{,}9\,mm}$

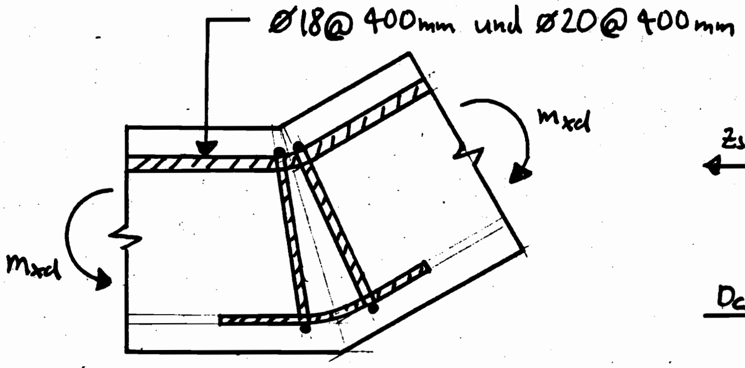
Umlenkkraft im Knick: (Zugkraft)

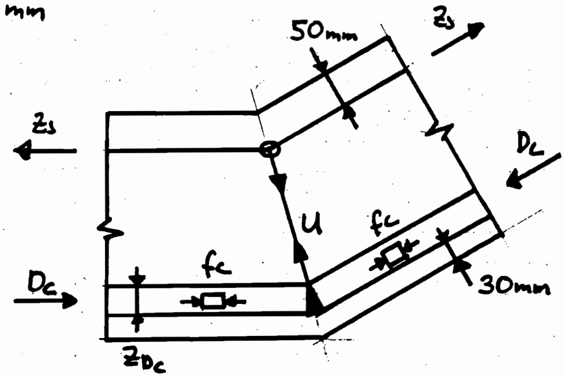
$\underline{u} = 2 \cdot Z_s \cdot \sin(\alpha/2) = 2 \cdot 653{,}9 \cdot 0{,}259 = \underline{338{,}5\,kN/m'}$

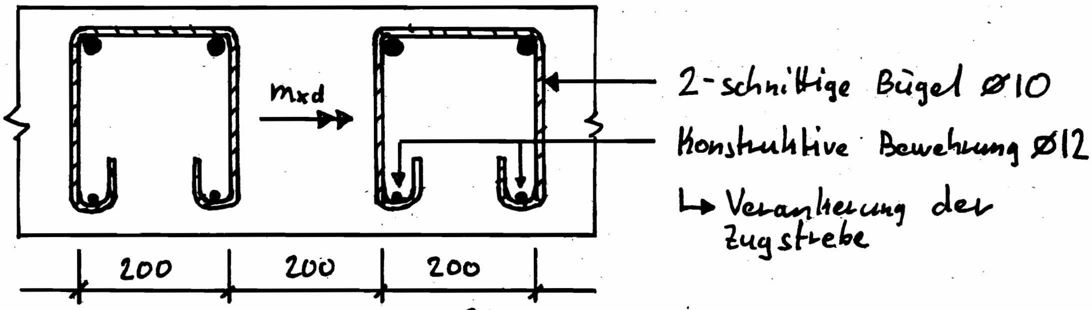
Erforderliche Bügelbewehrung $\underline{a_{sw,erf}} = \frac{u}{f_y} = \frac{338{,}5 \cdot 10^3}{460} = \underline{736\,mm^2/m'}$

$\Rightarrow$ Wahl: 2 Reihen Bügel $\varnothing 10$ @ 200 mm $(a_{sw} = 785\,mm^2/m')$

Spannungsfeld und Bewehrungsskizze Mst. 1:10







Aufgabe 15

Eine 16 m breite, sehr lange Öffnung soll mit einem schlaff bewehrten Plattenbalkenquerschnitt konstanter Höhe als einfacher Balken überspannt werden. Ausser seinem Eigengewicht hat der Plattenbalken eine Nutzlast von 3 kPa aufzunehmen. Wähle die Betonabmessungen (Plattendicke, Stegabstand, -dicke und -höhe) und dimensioniere die Bewehrung unter Voraussetzung von $\gamma_R = 1.2$, $\gamma_g = 1.3$, $\gamma_q = 1.5$, $f_c = 16$ MPa, Betonüberdeckung $ü \geq 30$ mm, $f_y = 460$ MPa.

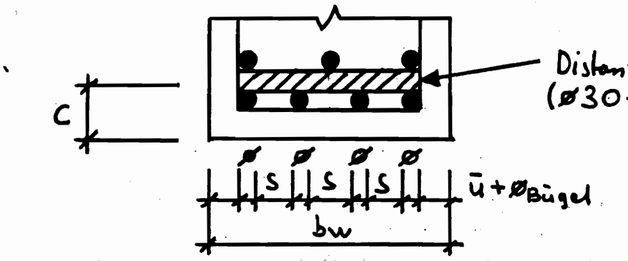
Lösung:

Betonabmessungen:

Stegabstand: $\underline{a = 5{,}0\,m}$

Stegdicke: $b_w = (ü + \varnothing_{Bügel}) \cdot 2 + 4\varnothing + 3s$

$\underline{b_w} = (30 + 10) \cdot 2 + 4 \cdot 30 + 3 \cdot 40 = \underline{320\,mm}$

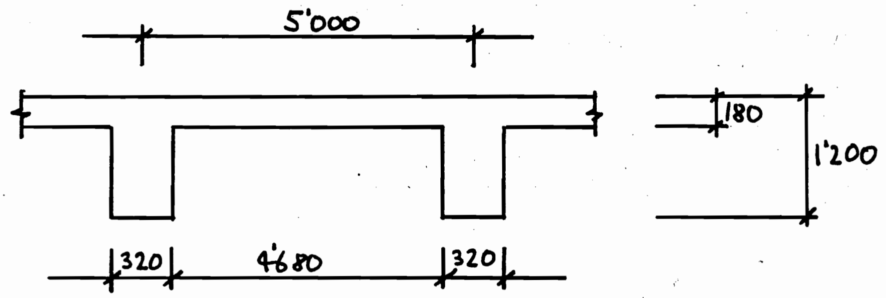


c ÷ Abstand des Betonrandes zum Schwerpunkt der Biegebewehrung.

Plattendicke in Querrichtung: $h_p = \ell/30 = 5000/30 = 167\,mm$

↳ $\underline{\text{Wahl: } h_p = 180\,mm}$

Steghöhe: $\left.\begin{array}{l} \ell/10 = 16'000/10 = 1600\,mm \\ \ell/15 = 16'000/15 = 1067\,mm \end{array}\right\} \longrightarrow$ Wahl: $\underline{h = 1'200\,mm}$



Einwirkungen: – Platte in Querrichtung

$g = 0{,}18 \cdot 25 = 4{,}5\,kPa$

$q = 3{,}0\,kPa$

$\longrightarrow \underline{q_d} = \gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q = 1{,}3 \cdot 4{,}5 + 1{,}5 \cdot 3{,}0 = \underline{10{,}4\,kPa}$

– Plattenbalken

$g = (5{,}0 \cdot 0{,}18 + 0{,}32 \cdot 1{,}02) \cdot 25 = 30{,}7\ kN/m'$

$q = 5{,}0 \cdot 3{,}0 = 15{,}0\ kN/m'$

$\longrightarrow \underline{q_d} = \gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q = 1{,}3 \cdot 30{,}7 + 1{,}5 \cdot 15{,}0 = \underline{62{,}4\ kN/m'}$

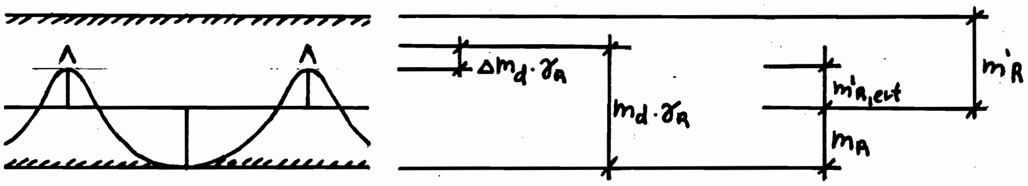
Platte in Querrichtung:

Statische Höhe: $d = h_p - \ddot{u} - \frac{1}{2}\varnothing = 180 - 30 - \frac{1}{2}\cdot 10 = 145\,mm$

Untere Bewehrung: $\varnothing 8 @ 150\,mm$ $(a_s = 335\,mm^2/m')$

$d = 145\,mm$, $\omega = 0{,}066$, $z_c = 12\,mm$, $z = d\,(1 - \omega/2) = 140\,mm$

$m_R = 21{,}6\ kN$



$$\underline{m_d \cdot \gamma_R} = \frac{q_d \cdot a^2}{8} \cdot \gamma_R = \frac{10{,}4 \cdot 5{,}0^2}{8} \cdot 1{,}2 = \underline{39{,}0\ kN}$$

$$\underline{\Delta m_d \cdot \gamma_R} = \frac{b_w \cdot a \cdot q_d}{8} \cdot \gamma_R = \frac{0{,}32 \cdot 5{,}0 \cdot 10{,}4}{8} \cdot 1{,}2 = \underline{2{,}5\ kN}$$

Erforderliche negative, obere Bewehrung $m'_{R,erf}$:

$$\underline{m'_{R,erf}} = (m_d \cdot \gamma_R - \Delta m_d \cdot \gamma_R) - m_R = (39{,}0 - 2{,}5) - 21{,}6 = \underline{14{,}9\ kN}$$

$$\underline{a'_{s,erf}} = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2\, m'_{R,erf}}{b d^2 f_c}}\right) \cdot \frac{b d f_c}{f_y} = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 14{,}9 \cdot 10^3}{145^2 \cdot 16}}\right) \cdot \frac{1000 \cdot 145 \cdot 16}{460} = \underline{229\,mm^2/m'}$$

⇒ Wahl: Untere und obere Bewehrung $\varnothing 8 @ 150\,mm$

$(m_R = m'_R = 21{,}6\ kN)$

Bemerkung: Die Platte kann mit Bewehrungsnetzen (z.B. topar – M) einfach und wirtschaftlich bewehrt werden. Der Schubanschluss der Flanschplatte an den Steg erfordert zusätzliche obere Bewehrung (siehe Bemessung des Plattenbalken).

Kontrolle der nominellen Schubspannungen:

$$\underline{V_d \cdot \gamma_R} = \frac{q_d \cdot (a - b_w)}{2} \cdot \gamma_R = \frac{10{,}4 \cdot (5{,}0 - 0{,}32)}{2} \cdot 1{,}2 = \underline{29{,}2\ kN/m'}$$

Beton B 35/25 ⟶ $f_c = 16\ MPa$, $\tau_c = 0{,}9\ MPa$

$d = 145\,mm < d_0 = 400\,mm$ ⟶ $\tau_{c,red} = \tau_c = 0{,}9\ MPa$

$V_R = \tau_c \cdot d = 0{,}9 \cdot 145 = 130{,}5\ kN/m'$

⇒ Nachweis: $V_R = 130{,}5\ kN/m' \gg V_d \cdot \gamma_R = 29{,}2\ kN/m'$ ⟶ i.O.

Plattenbalken:

Mitwirkende Druckzonenbreite gem. SIA 162 / 3 34 43:

Einfacher Balken $\longrightarrow \alpha = 1{,}0$

$\underline{b_{ef}} = b_w + 0{,}2\,\alpha \cdot \ell = 320 + 0{,}2 \cdot 1{,}0 \cdot 16'000 = \underline{3520\,mm} < a = 5000\,mm$

Statische Höhe:

Annahme: Bügel ø10, 2 Lagen Längsbewehrung ø 30 (4 Stück unten, bzw. 3 Stück oben), Distanzeisen ø 40.

$$\underline{c} = \frac{4 \cdot (30+10+15) + 3 \cdot (30+10+30+40+15)}{7} = \underline{85\,mm}$$

$\underline{d} = h - c = 1200 - 85 = \underline{1115\,mm}$

Erforderliche Biegebewehrung:

$$\underline{M_d \cdot \gamma_R} = \frac{q_d \cdot \ell^2}{8} \cdot \gamma_R = \frac{62{,}4 \cdot 16{,}0^2}{8} \cdot 1{,}2 = \underline{2396{,}2\ kNm}$$

$$\underline{\omega_{erf}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2\,M_d\,\gamma_R}{b_{ef} \cdot d^2 \cdot f_c}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 2396{,}2 \cdot 10^6}{3520 \cdot 1115^2 \cdot 16}} = \underline{0{,}035}$$

$$\underline{A_{s,erf}} = \frac{\omega_{erf} \cdot b_{ef} \cdot d \cdot f_c}{f_y} = \frac{0{,}035 \cdot 3520 \cdot 1115 \cdot 16}{460} = \underline{4754\,mm^2}$$

$\Rightarrow$ Biegebewehrung: 7 ø 30 ($A_s = 4949\,mm^2$) $\longrightarrow$ Annahme i.O.

$$\hookrightarrow \underline{\omega_{eff}} = \frac{A_s \cdot f_y}{b_{ef} \cdot d \cdot f_c} = \frac{4949 \cdot 460}{3520 \cdot 1115 \cdot 16} = \underline{0{,}036}$$

Betondruckzonenhöhe $\underline{z_c} = d \cdot \omega_{eff}/0{,}8 = 1115 \cdot 0{,}036/0{,}8 = \underline{50{,}5\,mm}$

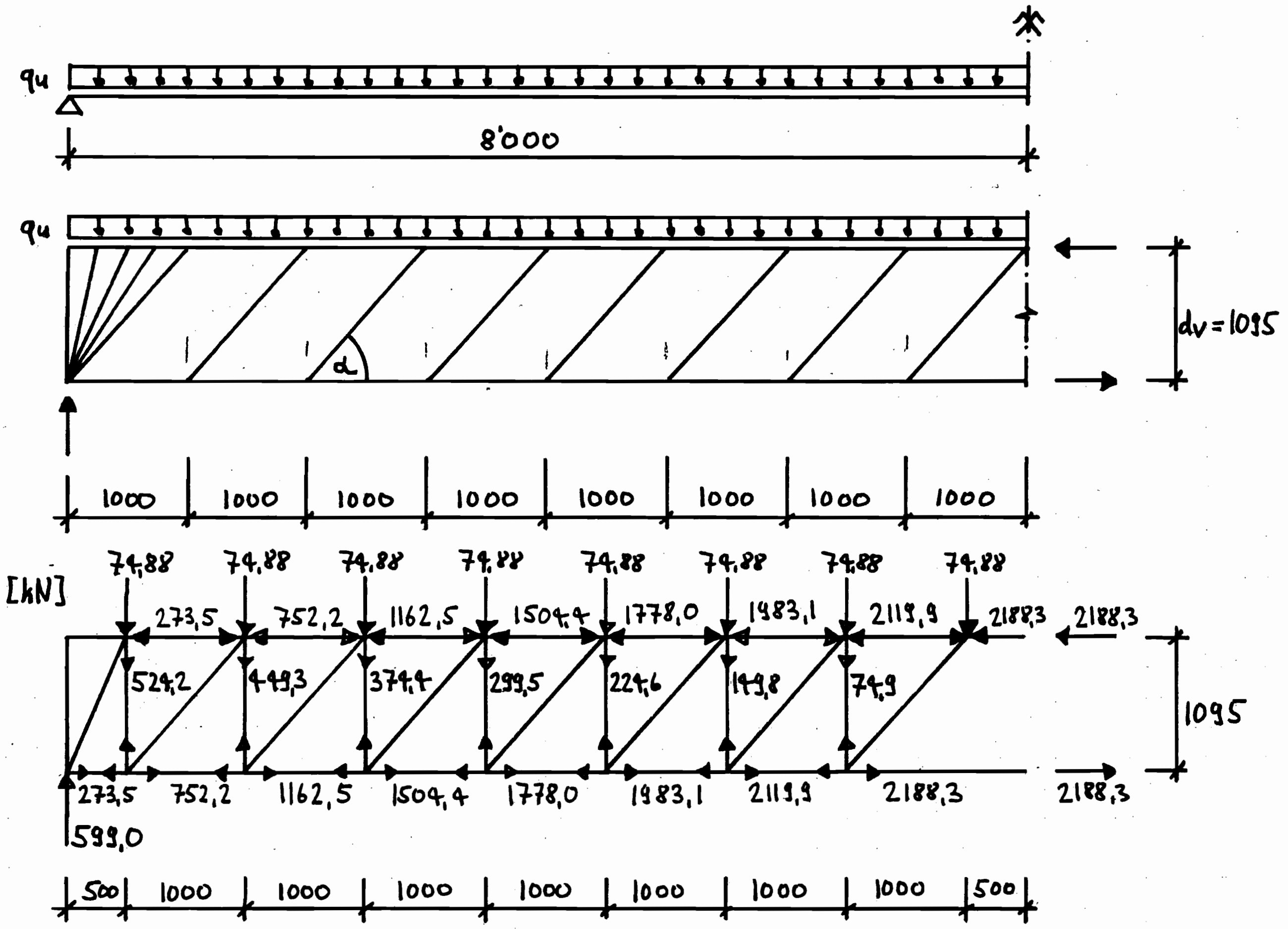
$M_R = f_c \cdot b_{ef} \cdot d^2 \cdot \omega_{eff}\,(1 - \omega_{eff}/2) = 16 \cdot 3520 \cdot 1115^2 \cdot 0{,}036 \cdot (1 - 0{,}036/2)$

$\underline{M_R = 2492{,}3\ kNm}$

Hebelarm der inneren Kräfte: $\underline{d_v} = d\,(1 - \omega_{eff}/2) = 1115 \cdot (1 - 0{,}036/2) = \underline{1095\,mm}$

Querkraftbemessung mit Spannungsfeld, bzw. Fachwerkmodell:

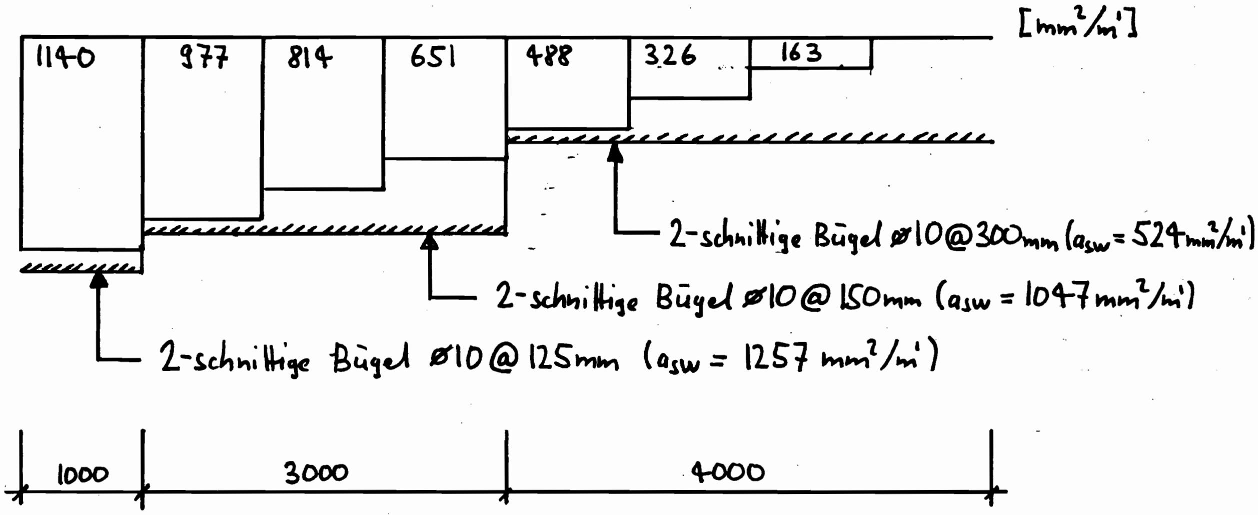
$\underline{q_u} = q_d \cdot \gamma_R = 62{,}4 \cdot 1{,}2 = \underline{74{,}88\ kN/m'}$



Spannungsfeld mit Diagonalneigung $\alpha = 47{,}596°$

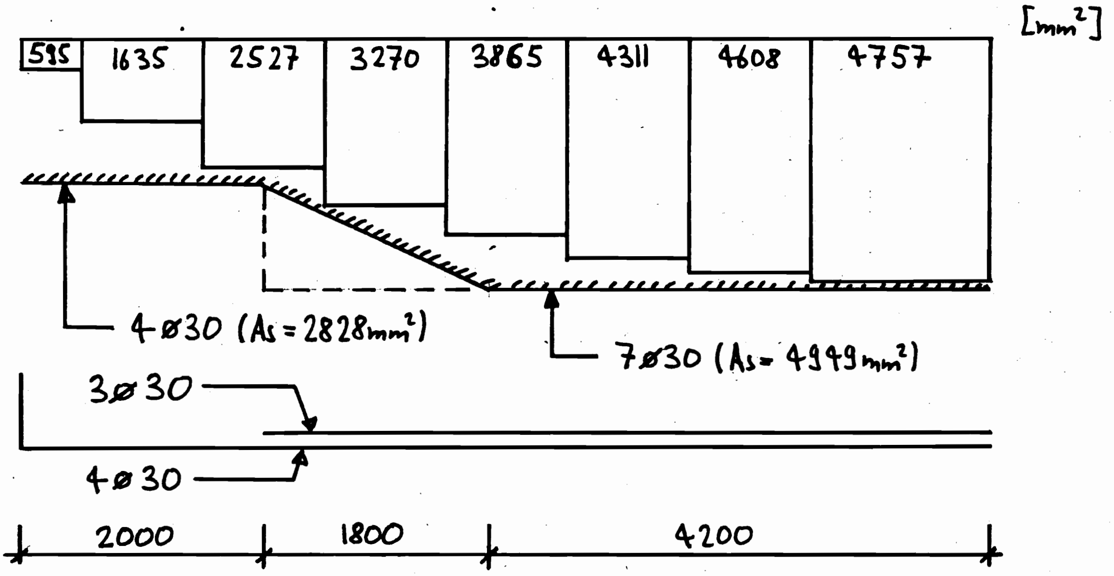
Erforderliche Bügelbewehrung im Steg:

$$a_{sw,erf} = \frac{Z_{sw}}{f_y \cdot d_v \cdot \cot\alpha}$$



Erforderliche Längsbewehrung im Zuggurt (Untergurt):

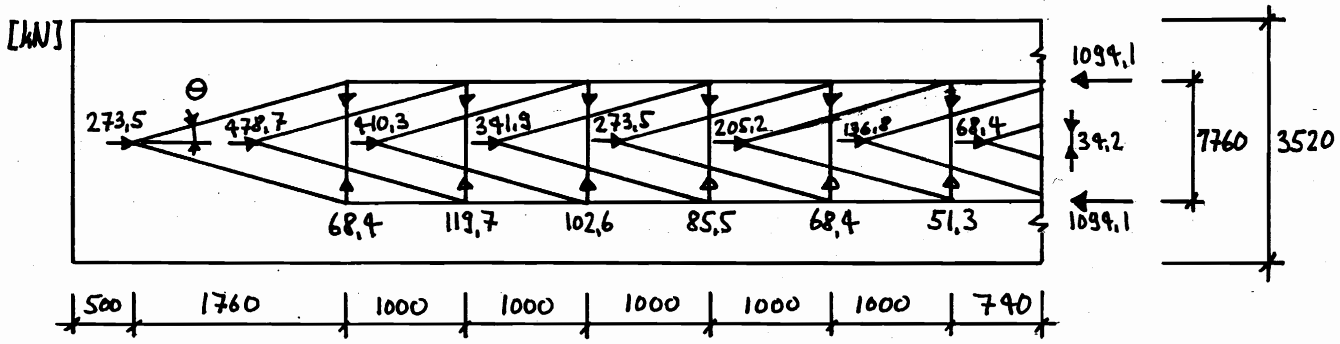
$$A_{s,erf} = \frac{Z_s}{f_y}$$



NB. – Verankerungslänge $\ell_b = 60⌀ = 60 \cdot 30 = 1800\,mm$

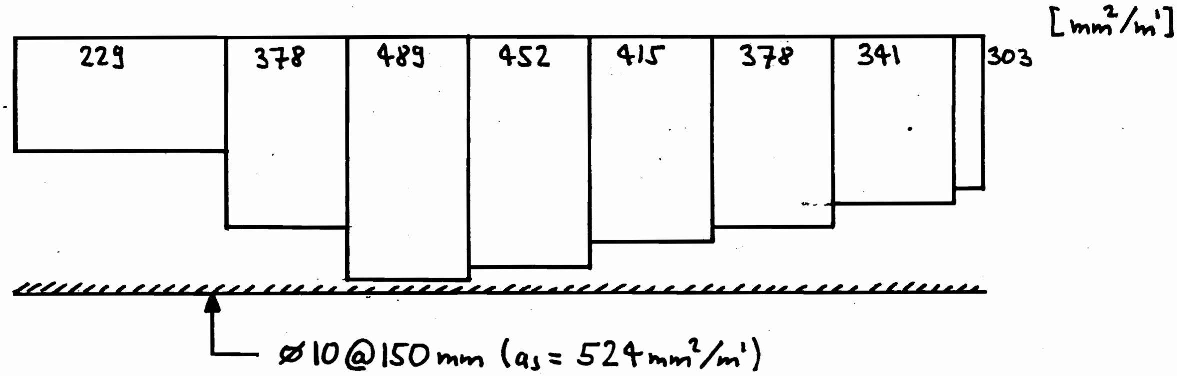
– Die Stäbe in der unteren Lage (4⌀30) werden beim Auflager aufgebogen, so dass eine vollständige Verankerung der Stäbe angenommen werden kann.

Erforderliche Querzugbewehrung im Druckflansch:



Diagonalneigung θ im Druckflansch: $\theta = 26{,}56°$, bzw. $\tan\theta = 0{,}5$

$$a_{sDF,erf} = \frac{Z_{sDF}}{f_y \cdot d_v \cdot \cot\alpha} + a'_{s,erf}$$, wobei $a'_{s,erf}$ = 229 mm²/m' (Querbiegung)



⟹ <u>Obere Bewehrung der Platte in Querrichtung ⌀10 @ 150 mm</u>

Bemerkung: Aufgrund der geringen Betondruckzonenhöhe des Plattenbalkens muss die erforderliche Querzugbewehrung des Flanschanschlusses auf der Plattenoberseite eingelegt werden. Die resultierenden Bewehrungsquerschnitte ergeben sich aus der Superposition der erforderlichen Biegebewehrung der Platte in Querrichtung und der Querzugbewehrung des Flanschanschlusses.

Kontrolle der Betondruckspannung im Steg:

Beton B35/25 $\longrightarrow$ $f_{cw,min} = 25$ MPa

Betonfestigkeit im Steg: $\underline{f_c} \simeq 1{,}6 \cdot f_{cc}^{2/3} = 1{,}6 \cdot (0{,}85 \cdot f_{cw,min})^{2/3} = \underline{12{,}28 \text{ MPa}}$

Betondruckspannung: $-\sigma_c = -\sigma_2 = \dfrac{V_d \cdot \gamma_R}{b_w \cdot d_v}(\tan\alpha + \cot\alpha) = \dfrac{\frac{1}{2} \cdot q_u \cdot \ell}{b_w \cdot d_v}(\tan\alpha + \cot\alpha)$

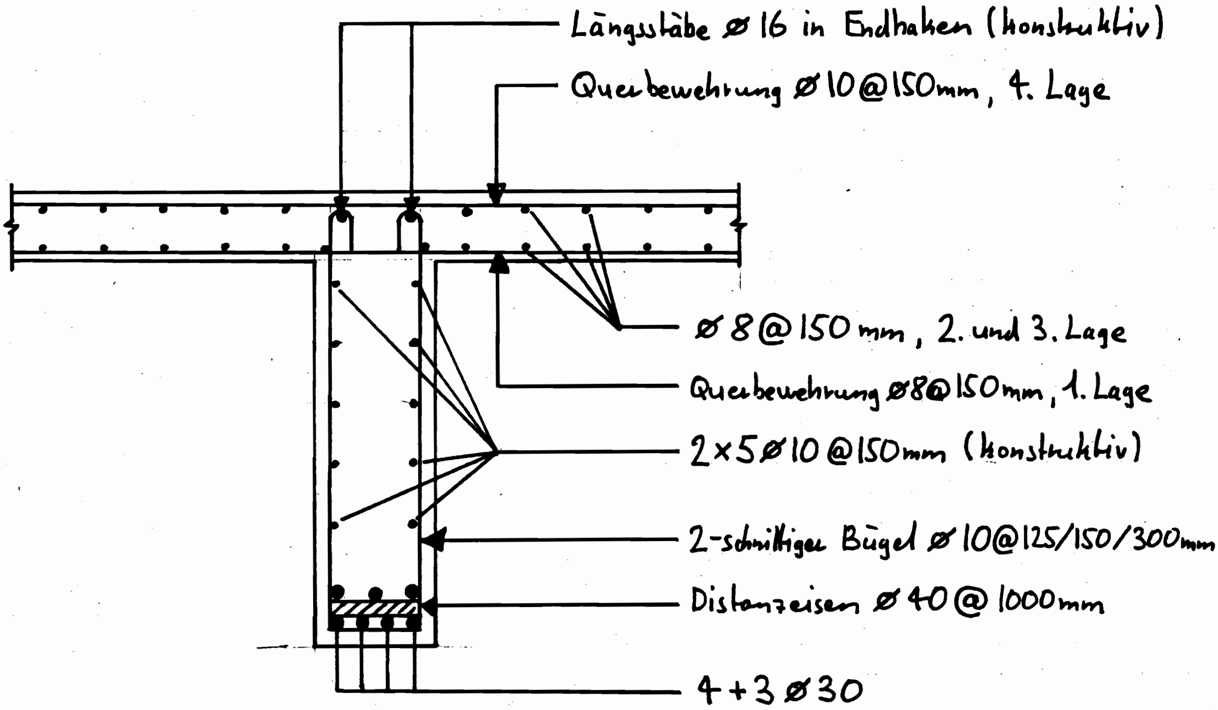
Diagonalneigung $\alpha = 47{,}596°$

$q_u = q_d \cdot \gamma_R = 74{,}88$ kN/m'

$$\underline{-\sigma_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 74{,}88 \cdot 16{,}0 \cdot 10^3}{320 \cdot 1095}(1{,}095 + 0{,}913) = \underline{3{,}43 \text{ MPa}}$$

$\Longrightarrow$ Nachweis: $-\sigma_2 = 3{,}43$ MPa $< f_c = 12{,}28$ MPa $\longrightarrow$ i.O.

Bewehrungsskizze Mst. 1:20



Aufgabe 16

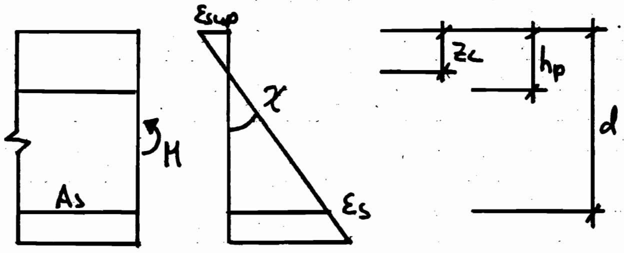
Ermittle näherungsweise die Mittendurchbiegung des in Aufgabe 15 betrachteten Plattenbalkens im Gebrauchszustand. Setze $E_s = 6.75\,E_c = 205$ GPa und $\varphi = 2$.

Lösung:

Annahme: Eigengewicht langfristig / Nutzlast kurzfristig

Gerissene Steifigkeit kurzfristig:

Annahme: $z_c < h_p = 180\,mm$ (Druckzone in Flanschplatte)



$$\left.\begin{aligned} A_s &= 4949\,mm^2 \\ b_{ef} &= 3520\,mm \\ d &= 1115\,mm \end{aligned}\right\} \rho = \frac{A_s}{b_{ef}\cdot d} = 0{,}126\%$$

$h_p = 180\,mm$

$n = n_0 = 6{,}75$

Druckzonenhöhe $\underline{z_c} = d\left(\sqrt{\rho^2 n^2 + 2\rho n} - \rho n\right) = \underline{136\,mm < h_p = 180\,mm \rightarrow i.O.}$

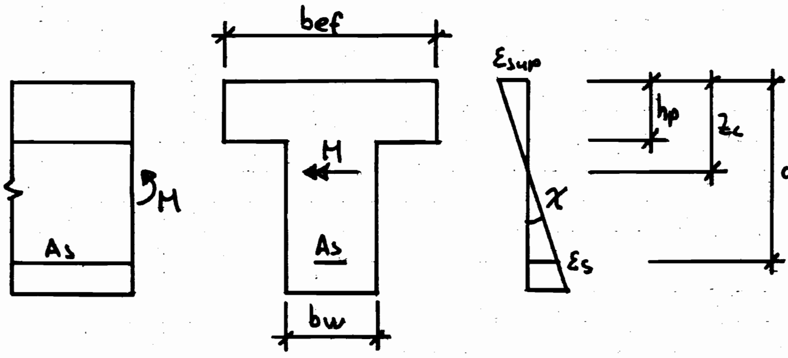
$$I_{id,0}^{II} = A_s \cdot n_0 \cdot (d - z_c)(d - z_c/3) = 4949 \cdot 6{,}75 \cdot (1115 - 136)(1115 - 136/3)$$

$$\underline{I_{id,0}^{II} = 34'968{,}85 \cdot 10^6\,mm^4}$$

$$\underline{E_{c0}\,I_{id,0}^{II}} = E_s/n_0 \cdot I_{id,0}^{II} = 205\cdot 10^3/6{,}75 \cdot 34'968{,}85 \cdot 10^6 = \underline{1'062{,}017 \cdot 10^{12}\,Nmm^2}$$

Gerissene Steifigkeit langfristig:

Annahme: $z_c > h_p = 180\,mm$ (Neutrale Achse im Steg)



$b_{ef} = 3520\,mm$

$b_w = 320\,mm$

$n = (1 + \varphi)\,n_0 = n_\infty = 20{,}25$

$\Sigma N = 0 \longrightarrow S_{id} = 0$

$$S_{id} = 0 = (d - z_c)\cdot n_\infty \cdot A_s - \left(\frac{b_{ef}\cdot z_c^2}{2} - \frac{(b_{ef} - b_w)(z_c - h_p)^2}{2}\right)$$

$\hookrightarrow$ Druckzonenhöhe $\underline{z_c = 229\,mm}$

$$\underline{I_{id,\infty}^{II}} = \left(\frac{b_{ef}\cdot z_c^3 - (b_{ef} - b_w)\cdot(z_c - h_p)^3}{3}\right) + (d - z_c)^2 \cdot n_\infty \cdot A_s = \underline{92'635{,}04 \cdot 10^6\,mm^4}$$

$$\underline{E_{c,\infty}\cdot I_{id,\infty}^{II}} = E_s/n_\infty \cdot I_{id,\infty}^{II} = 205\cdot 10^3/20{,}25 \cdot 92'635{,}04 \cdot 10^6 = \underline{937{,}79 \cdot 10^{12}\,Nmm^2}$$

Mittendurchbiegung:

Annahme: Der Träger ist vollständig gerissen (die ungerissenen Bereiche beim Auflager und die Zugversteifung werden nicht berücksichtigt)

Nutzlast kurzfristig:

$$\underline{w_q} = \frac{5 q \ell^4}{384 \cdot E_{co} \cdot I_{id,o}^{II}} = \frac{5 \cdot 15{,}0 \cdot 16'000^4}{384 \cdot 1'062{,}017 \cdot 10^{12}} = \underline{12{,}1 \text{ mm}}$$

$$\text{Stahlspannung: } \underline{\sigma_s} = \frac{M_q}{I_{id,o}^{II}} \cdot (d - z_c) \cdot n_o = \frac{15{,}0 \cdot 16{,}0^2}{8 \cdot 34'968{,}85} (1115 - 136) \cdot 6{,}75 = \underline{91 \text{ MPa}}$$

Eigengewicht langfristig:

$$\underline{w_g} = \frac{5 g \ell^4}{384 \cdot E_{c\infty} \cdot I_{id,\infty}^{II}} = \frac{5 \cdot 30{,}7 \cdot 16'000^4}{384 \cdot 937{,}79 \cdot 10^{12}} = \underline{27{,}9 \text{ mm}}$$

$$\text{Stahlspannung: } \underline{\sigma_s} = \frac{M_g}{I_{id,\infty}^{II}} (d - z_c) \cdot n_\infty = \frac{30{,}7 \cdot 16{,}0^2}{8 \cdot 92'635{,}04} (1115 - 229) \cdot 20{,}25 = \underline{190 \text{ MPa}}$$

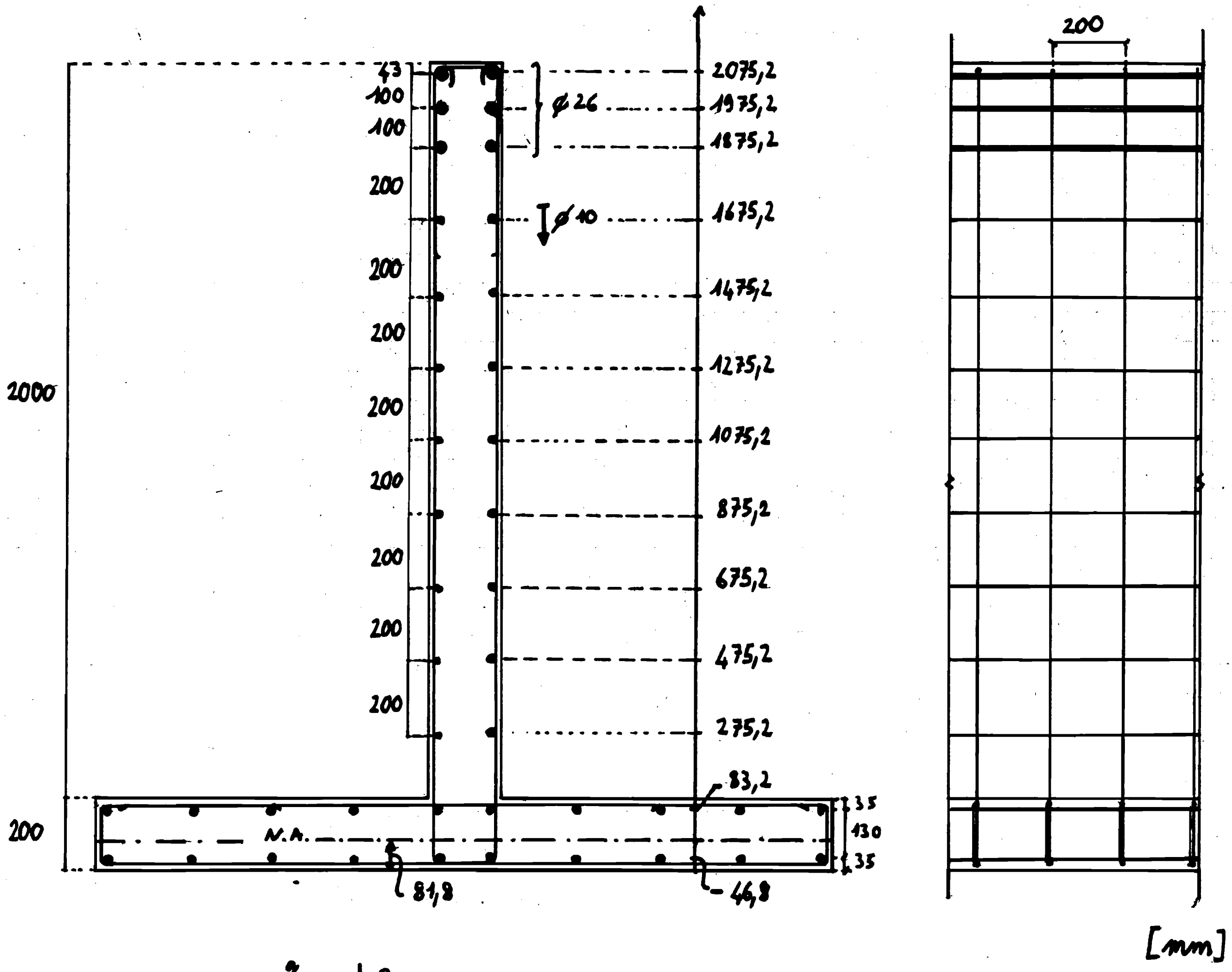
$\Rightarrow$ $\underline{\underline{\text{Mittendurchbiegung } w_m = w_g + w_q = 27{,}9 + 12{,}1 = 40{,}0 \text{ mm}}}$

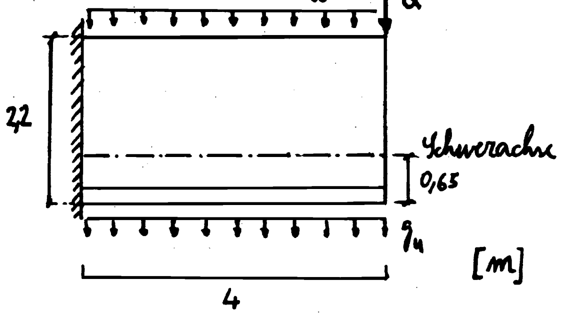
Aufgabe 17

Ein 2 m hoher und 200 mm dicker Steg ist mit einer 2 m breiten und 200 mm dicken Platte zu einem 2.2 m hohen, umgekehrten T-Querschnitt zusammengesetzt (Platte unten). Steg und Platte sind beidseitig orthogonal mit Stäben Ø 10 mm in einem Abstand von 200 mm bewehrt (Betonüberdeckung ü ≥ 20 mm). Zusätzlich sind am oberen Querschnittsrand beidseitig je drei Stäbe Ø 26 mm in einem Abstand von 100 mm angeordnet. Der Querschnitt kragt um 4 m aus und ist zusätzlich zu seinem Eigengewicht durch eine am Kragarmende angreifende Einzellast belastet. Ermittle die nominelle Bruchlast unter Voraussetzung von $f_c = 16$ MPa und $f_y = 460$ MPa. Es darf angenommen werden, dass die Bruchdehnung der Betonstähle nicht massgebend wird (naturharter Stahl).

Lösung:

Querschnitt: $(\bar{u} = 20\,mm)$





$$z_s = \frac{0{,}1 \cdot 2 \cdot 0{,}2 + 1{,}2 \cdot 2 \cdot 0{,}2}{2 \cdot 0{,}2 + 2 \cdot 0{,}2} = 0{,}65\ m$$

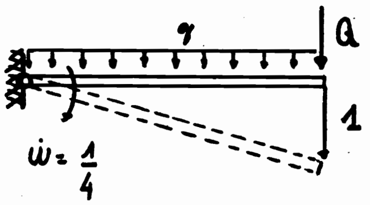
$$g_o = 0{,}2 \cdot 1{,}55 \cdot 25 = 7{,}75\ kN/m$$

$$g_u = (0{,}2 \cdot 0{,}45 + 0{,}2 \cdot 2) \cdot 25 = 12{,}25\ kN/m$$

$$g = g_o + g_u = 20{,}0\ kN/m$$

Bruchaarten a) Kollapsrissmechanismus bei Einspannstelle
b) Biegeschubbruchmechanismus
c) Stegdruckbruchmechanismus

a)



Bestimmung von M_u:

Lage der Neutralachse:

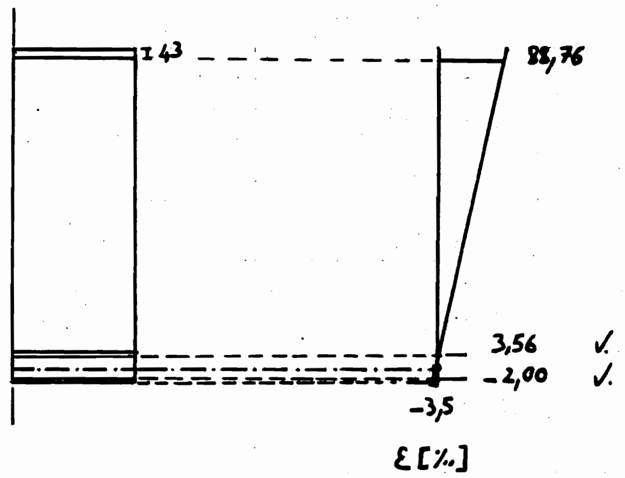
Annahme Druckbewehrung (10 ⌀10) bleibt elastisch ($E_s = 205$ GPa)

$$Z = D \Rightarrow \left(6 \cdot \frac{26^2\pi}{4} + 26 \cdot \frac{10^2\pi}{4}\right) \cdot 460 =$$

$$= \left(0{,}8x \cdot 2000 - 10\,\frac{10^2\pi}{4}\right) \cdot 16 + \frac{x-35}{x} \cdot 3{,}5 \cdot 205 \cdot 10 \cdot \frac{10^2\pi}{4}$$

$$\Rightarrow x = 81{,}8 \text{ mm}$$

Kontrolle:



$$\varepsilon_y = \frac{460}{205} = 2{,}24\,‰$$

$$M_u = (2075{,}2 + 1975{,}2 + 1875{,}2) \cdot 2 \cdot \frac{26^2\pi}{4} \cdot 460 +$$

$$+ (1675{,}2 + 1475{,}2 + 1275{,}2 + 1075{,}2 + 875{,}2 + 675{,}2 + 475{,}2 + 275{,}2) \cdot 2 \cdot \frac{10^2\pi}{4} \cdot 460 +$$

$$+ 83{,}2 \cdot 10 \cdot \frac{10^2\pi}{4} \cdot 460 +$$

$$+ 0{,}8 \cdot 81{,}8 \cdot 2000 \cdot 16 \cdot 0{,}6 \cdot 81{,}8 + 10 \cdot \frac{10^2\pi}{4}\left(\frac{81{,}8-35}{81{,}8} \cdot 3{,}5 \cdot 205 - 16\right) \cdot 46{,}8 =$$

$$= 3605{,}4 \text{ kNm}$$

$$W = \frac{1}{2}\, g\ell^2 \cdot \frac{1}{4} + Q$$

$$D = \frac{1}{4} \cdot M_u$$

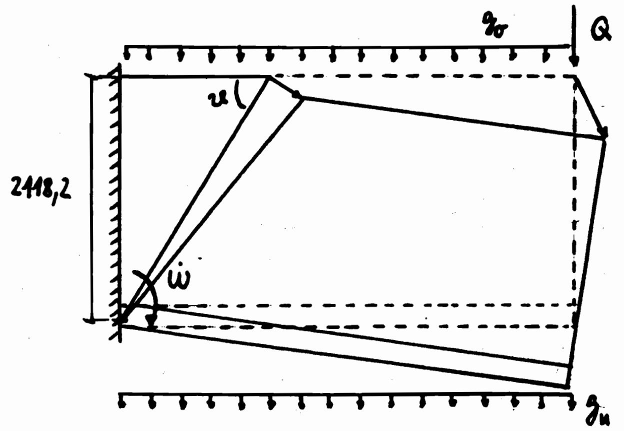
$$Q_u \leq \frac{1}{4} M_u - \frac{1}{8}\, g\ell^2 = \frac{1}{4} \cdot 3605{,}4 - \frac{1}{8} \cdot 20 \cdot 4^2 =$$

$$= 861{,}4 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{Q_u \leq 861{,}4 \text{ kN}}}$$

b) Biegeschubbruchmechanismus:

Vertikalbewehrung $\varnothing 10 \text{ à } 200 \Rightarrow 2 \times 392{,}7 \text{ mm}^2/\text{m}' = 785{,}4 \text{ mm}^2/\text{m}'$



$$W = 7{,}75 \cdot (4 - 2{,}1182 \operatorname{ctg} \vartheta) \cdot \left(4 - \frac{4 - 2{,}1182 \operatorname{ctg} \vartheta}{2}\right) \dot{\omega} + 4Q\,\dot{\omega} + 12{,}25 \cdot 4 \cdot 2\,\dot{\omega}$$

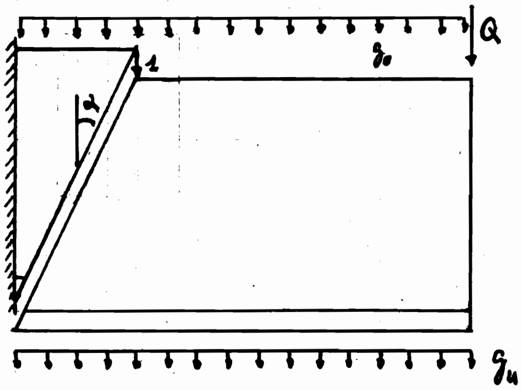
$$D = M_u\,\dot{\omega} + 785{,}4 \cdot 0{,}46 \cdot \frac{1}{2}\left(2{,}1182 \operatorname{ctg} \vartheta\right)^2 \dot{\omega}$$

$$W = D \Rightarrow 3605{,}4 + 785{,}4 \cdot 0{,}46 \cdot \frac{1}{2}\left(2{,}1182 \operatorname{ctg} \vartheta\right)^2 = 7{,}75\left(4 - 2{,}1182 \operatorname{ctg} \vartheta\right)\left(4 - \frac{4 - 2{,}1182 \operatorname{ctg} \vartheta}{2}\right) + 4Q + 98$$

$$\Rightarrow \quad Q = 861{,}4 + 207{,}0 \operatorname{ctg}^2 \vartheta$$

Q_{min} für $\vartheta = 90° \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{Q_u \leq 861{,}4 \text{ kN}}}$

c) Stegdruckbruchmechanismus:



$$d_v \cong 2200 - 143 - \frac{81{,}8}{2} = 2016{,}1 \text{ mm}$$

$$W = 7{,}75\left(4 - 2{,}0161 \cdot \operatorname{tg} \alpha\right) + Q + 4 \cdot 12{,}25$$

$$D = \frac{2{,}0161}{\cos \alpha} \cdot 0{,}2 \; \frac{16 \cdot 10^3}{2}\left(1 - \sin \alpha\right) + 785{,}4 \cdot 0{,}46 \cdot 2{,}0161 \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$W = D \Rightarrow Q = 3225{,}7\left(\frac{1}{\cos \alpha} - \operatorname{tg} \alpha\right) + 728{,}4 \operatorname{tg} \alpha - 80 + 15{,}6 \operatorname{tg} \alpha =$$

$$= \frac{3225{,}7}{\cos \alpha} - 2481{,}7 \operatorname{tg} \alpha - 80$$

$$\frac{dQ}{d\alpha} = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 50{,}3° \quad \Rightarrow \quad Q_{min} = Q(50{,}3°) = 1980{,}7 \text{ kN}$$

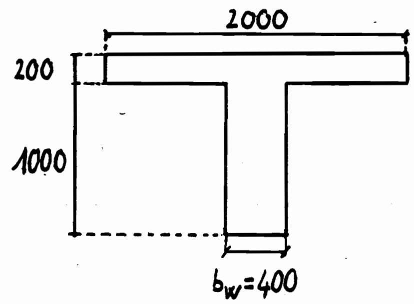
$\Rightarrow \quad \underline{\underline{Q_u \leq 1980{,}7 \text{ kN}}}$

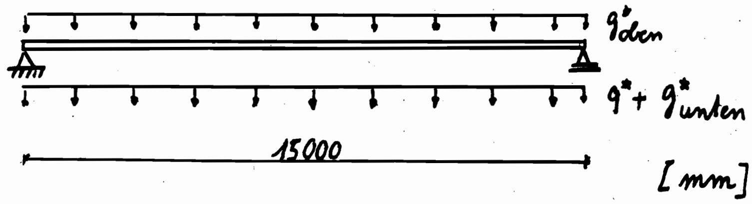
$\Rightarrow$ Kollapsrissmechanismus ist massgebend: $Q_u \leq 861{,}4$ kN.

Aufgabe 18

Ein 1.2 m hoher T-Querschnitt mit einer 2.0 m breiten und 200 mm dicken Platte soll als einfacher Balken über 15 m gespannt werden. Ausser seinem Eigengewicht hat der Träger eine unten am Steg aufgehängte, gleichmässig verteilte Nutzlast von 40 kN/m aufzunehmen. Wähle die Stegdicke und dimensioniere die Längs- und Bügelbewehrung ($\gamma_R = 1.2$, $\gamma_g = 1.3$, $\gamma_q = 1.5$, $f_c = 16$ MPa, Betonüberdeckung ü ≥ 30 mm, $f_y = 460$ MPa).

Lösung:



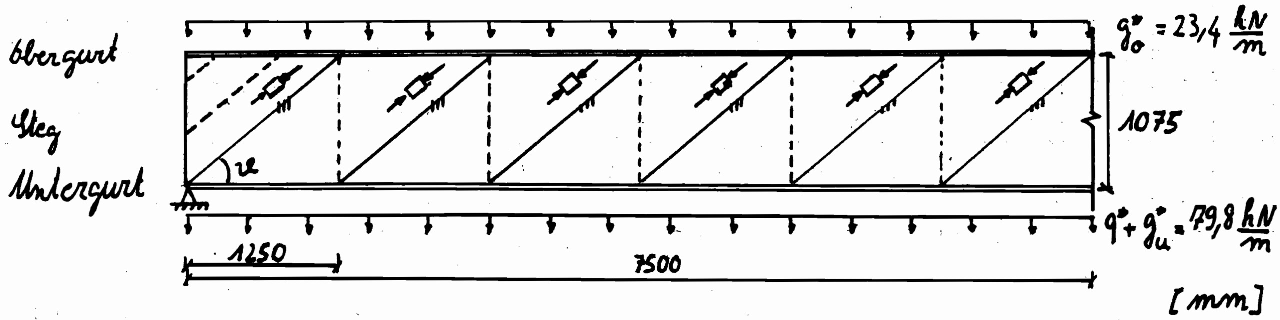


Wahl $b_w = 400$ mm

$q^* = (1{,}5 \cdot 40) \cdot 1{,}2 \ \frac{kN}{m} = 72{,}0$ kN/m

$g^*_{oben} = 1{,}3 \left(2.0{,}2 + 0{,}5 \cdot 0{,}4\right) \cdot 25 \cdot 1{,}2$ kN/m $= 23{,}4$ kN/m

$g^*_{unten} = 1{,}3 \ 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 25 \cdot 1{,}2$ kN/m $= 7{,}8$ kN/m

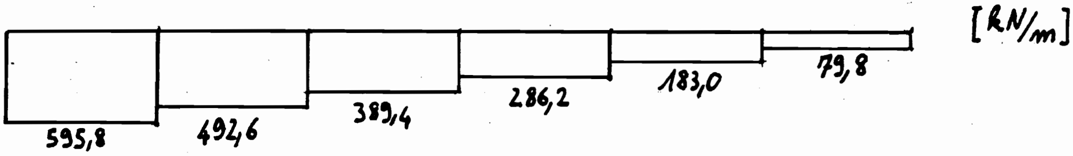


$tg\ \vartheta = 0{,}86$

Steg:

• Bügelbewehrung:

Bügelkraft (k_b):



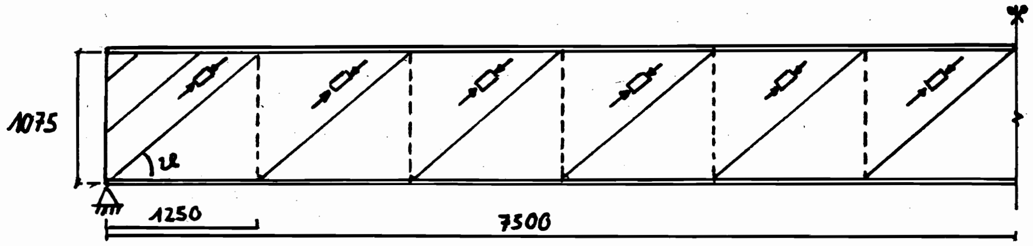
Erforderliche Bügelbewehrung: zweischnittige Bügel $a_{sb} = k_b / 2 f_y$

a_{sb}:	647,6	535,4	423,3	311,1	198,9	86,7	mm²/m'

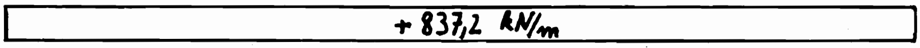
Mindestbewehrung: $a_{sb\,min} \approx 400$ mm²/m' ⇒ ⌀ 12 @ 250 (452 mm²/m' x 2)

Bügelbewehrung:

⌀ 12 @ 125	⌀ 12 @ 250



• Längszugkraft im Steg:

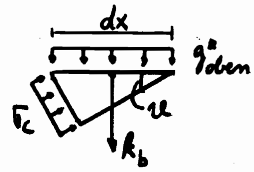


Zweischnittige Bewehrung:

Annahme: ganze Stegbewehrung fliesst im Bruchzustand ($\sigma_s = f_y$)

$$a_s = \frac{837{,}2\ \text{kN/m}}{2 \cdot 460\ \text{N/mm}^2} = 910{,}0\ \text{mm}^2/\text{m}' \quad \Rightarrow \quad 12 \text{ Stäbe } \phi\, 14 \quad (\phi 14 \text{ @ } 150)$$

• Betondruckspannungen: $\sigma_c = \dfrac{q^*_{oben} + k_b}{b \sin^2 \vartheta}$



σ_c [MPa]						
	3,64	3,03	2,43	1,82	1,21	0,61

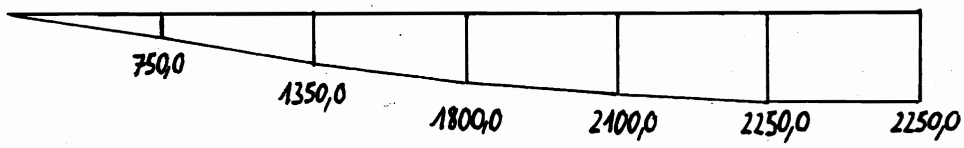
Zulässige Betondruckspannungen:

$f_{c,red} = 1{,}6\ f_c'^{2/3} = 1{,}6\ (0{,}85\ f_{cw,min})^{2/3}$; $f_c' = 16\ \text{MPa} \Rightarrow f_{cw,min} = 25\ \text{MPa}$; $\Rightarrow f_{c,red} = 14{,}3\ \text{MPa}$

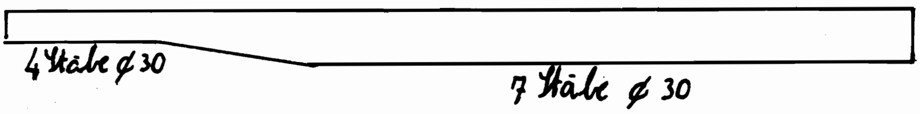
$\sigma_c \leq f_{c,red}$ ✓.

Untergurt:

k_u [kN]:

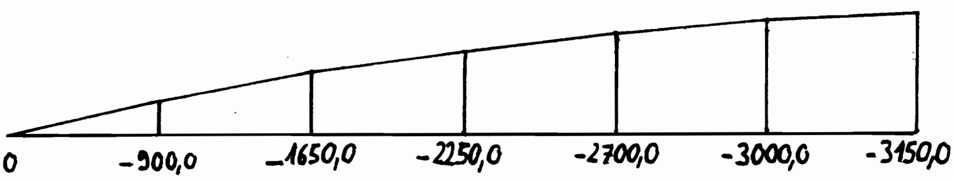


$A_s = \dfrac{k_u}{f_y}$; $A_s = \dfrac{2250\ \text{kN}}{460\ \text{N/mm}^2} = 4891{,}3\ \text{mm}^2$ 7 Stäbe ϕ 30



Obergurt:

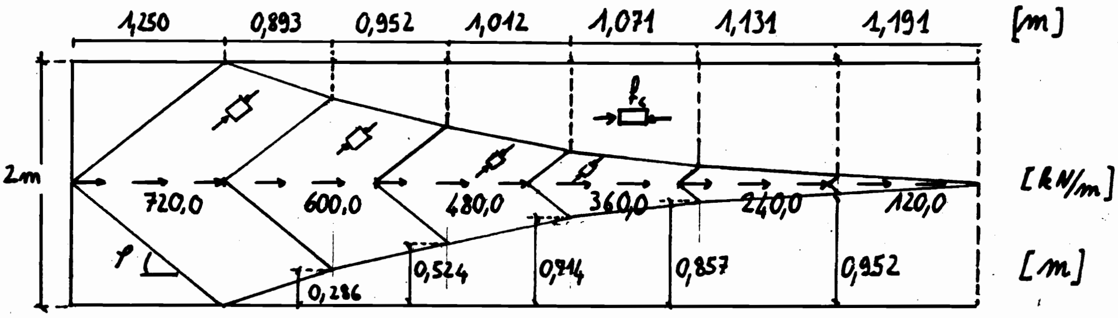
k_o [kN]:



$\sigma_c = f_c' = 16\ \text{MPa}$

Druckzonenhöhe $h = \dfrac{3150\ \text{kN}}{2\text{m}\ 16\ \text{MPa}} = 98{,}4\ \text{mm}$

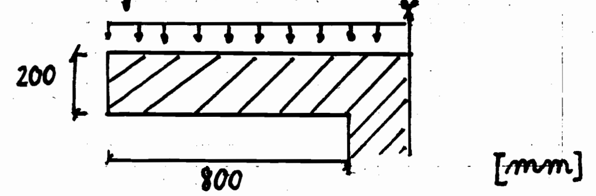
$tg\,\gamma = 0{,}8$



Spreizkräfte [kN/m]		403,2	315,0	237,2	168,0	106,1	50,4
Querbew. infolge Spreizkräfte [mm²/m']		876,5	684,8	515,7	365,2	230,7	109,6

Querbewehrung infolge Querbiegung aus Eigengewicht:

$q^* = 25 \cdot 0{,}2 \cdot 1{,}3 \cdot 1{,}2 = 7{,}8$ kN/m



$d \cong 164\,mm$

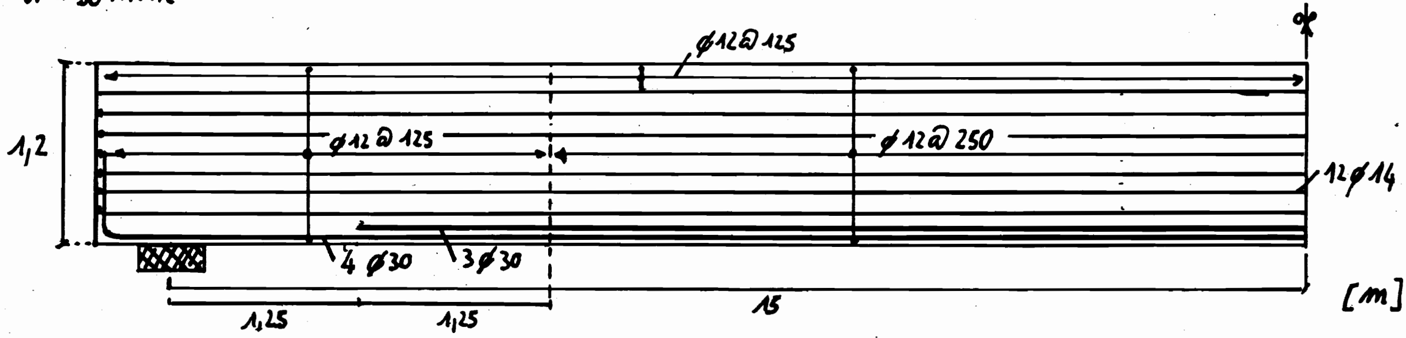
$$a_s \cong \frac{7{,}8 \cdot 0{,}8^2}{2 \cdot 0{,}9 \cdot 164 \cdot 460} = 36{,}8\ mm^2/m'$$

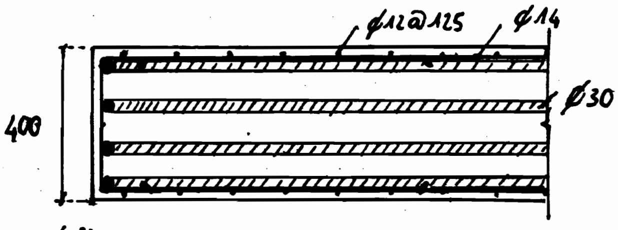
$a_{s\,tot}$ [mm²/m]		913,3	721,6	554,5	402,0	267,5	146,4

Bewehrung. Ø12 @ 125

Bewehrungsskizze:

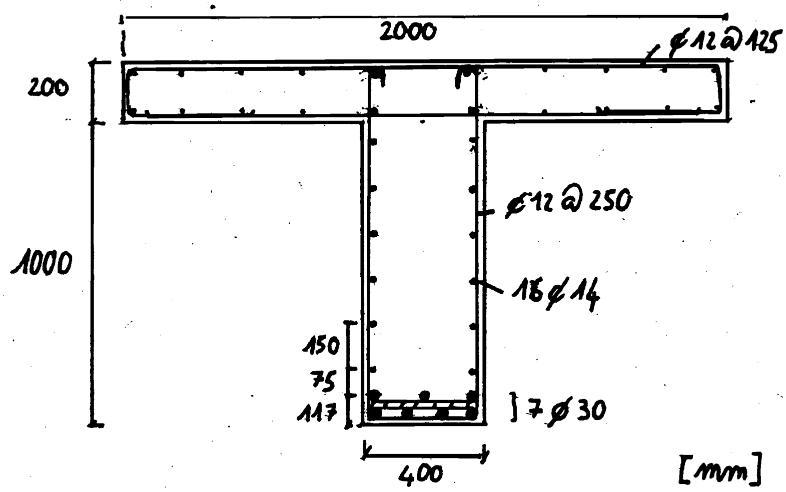
$\bar{u} = 30\,mm$

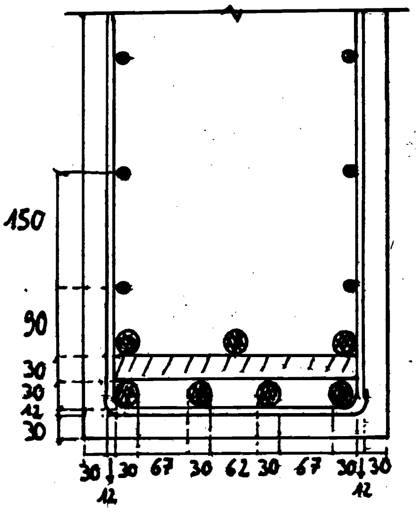




(Stegarmierung)

Querschnitt in Feldmitte:





Kontrollen:

a) Spannungen der Stegbewehrung beim Bruch.

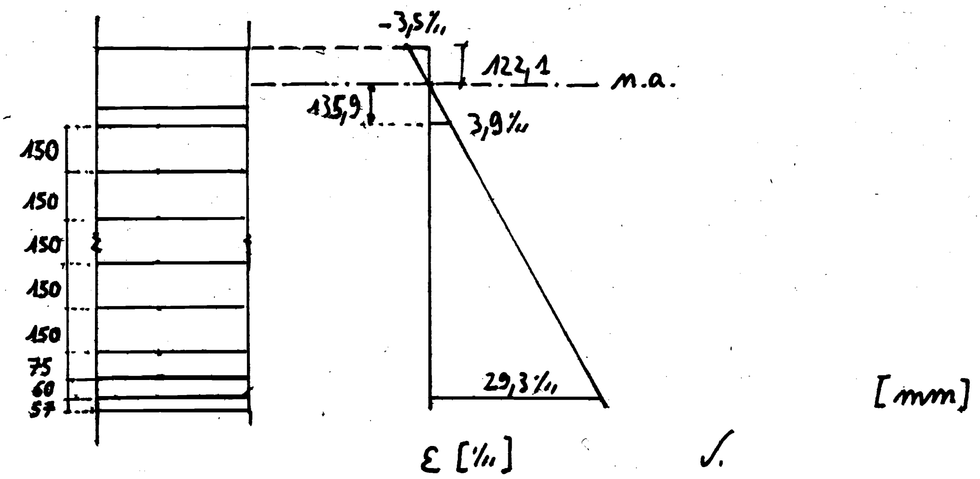
b) Geometrie

a) Annahme alle Bewehrungsstäbe im Steg fliessen

$$Z = \left(12 \cdot \frac{14^2 \pi}{4} + 7 \cdot \frac{30^2 \pi}{4}\right) 460 = 3125{,}8 \text{ kN}$$

$$D = 0{,}8 \times b\, f_c = 0{,}8 \times 2000 \cdot 16 = 3125{,}8 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 122{,}1 \text{ mm}$$

Dehnungsebene:



✓.

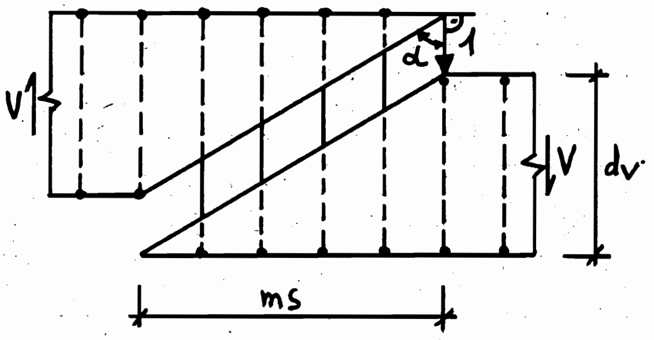
b) Hebelarm:

$$1200 - \frac{122{,}1}{2} - \frac{4 \cdot 57 + 3 \cdot 117}{7} = 1056{,}2 \approx 1075 \text{ mm}$$ ✓.

Aufgabe 19

Ein 2 m hoher, 300 mm dicker Steg ist mit zweischnittigen Bügeln Ø 12 mm in einem Abstand von 300 mm bewehrt. Die Längsbewehrung ist derart stark, dass beim Schubbruch eine vertikale Translationsbewegung entlang einer geneigten Gleitlinie erzwungen wird. Ermittle die Gleitlinienneigung und die erwartete Schubbruchlast unter Voraussetzung einer Zylinderdruckfestigkeit des Betons von 40 MPa sowie einer Fliessgrenze der Bügelbewehrung von 500 MPa.

Lösung:



$d_v = 2000$ mm

$s = 300$ mm

$b_w = 300$ mm

$f_c = 1{,}6 \cdot f_c'^{2/3} = 1{,}6 \cdot 40^{2/3} = \underline{18{,}7 \text{ MPa}}$

$A_w = 2 ⌀ 12 = 226 \text{ mm}^2$

Gleitlinie zwischen Bügelenden (erster und letzter Bügel nicht aktiviert):

$$V_u \leq (m-1)\, A_w \cdot f_y + \frac{f_c \cdot b_w}{2}\left(\sqrt{m^2 s^2 + d_v^2} - ms\right)$$

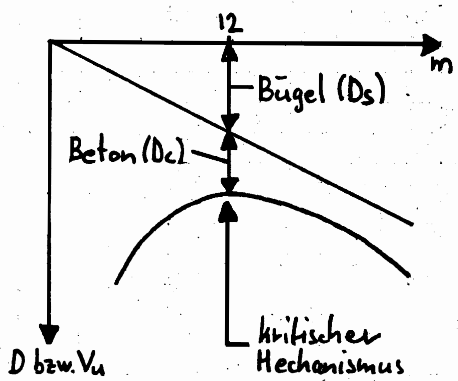
$$\frac{dV_u}{dm} = 0 = A_w \cdot f_y + \frac{f_c \cdot b_w}{2}\left(\frac{m s^2}{\sqrt{m^2 s^2 + d_v^2}} - s\right)$$

$\rightarrow \underline{m_{krit} = 11{,}5}$

$m = 11 \longrightarrow V_u \leq 2698{,}1$ kN, $\alpha = 58{,}8°$

$m = 12 \longrightarrow V_u \leq 2697{,}5$ kN, $\alpha = 60{,}9°$

$m = 13 \longrightarrow V_u \leq 2711{,}3$ kN, $\alpha = 62{,}9°$



Schubbruchlast $V_u = 2697{,}5$ kN

Gleitlinienneigung $\alpha = 60{,}9°$

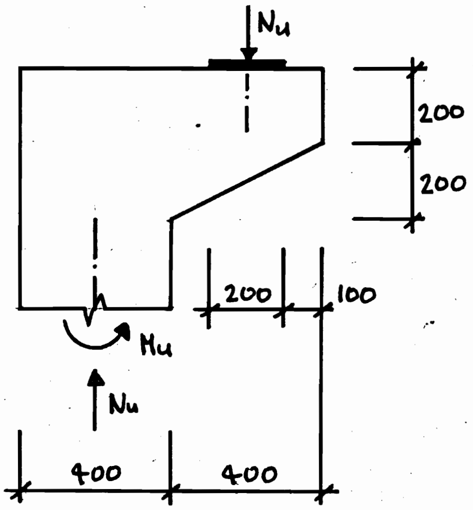
Bemerkung: Beim verwendeten Mechanismus (Gleitlinie zwischen Bügelenden / erster und letzter Bügel nicht aktiviert) wird die Gesamtdissipation minimal.

Aufgabe 20

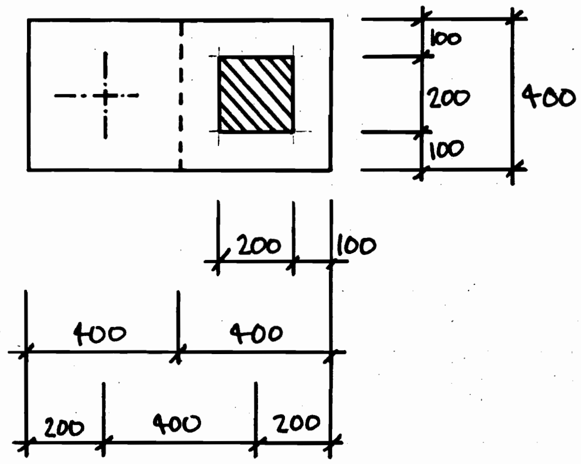
Eine Stahlbetonstütze mit einem quadratischen Querschnitt von 400 mm Seitenlänge hat an ihrem oberen Ende über eine Konsole eine vertikale Einzellast von 250 kN (Nutzlast auf Gebrauchsniveau, belastete Fläche a × a = 200 mm × 200 mm) im Abstand von 400 mm von der Stützenachse aufzunehmen. Dimensioniere die Konsole und den Stützenkopf samt Bewehrung ($\gamma_R = 1.2$, $\gamma_q = 1.5$, $f_c = 16$ MPa, Betonüberdeckung ü ≥ 30 mm, $f_y = 460$ MPa).

Lösung:

Ansicht: Mst. 1:20



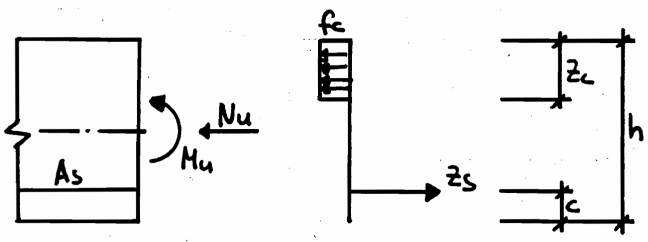
Draufsicht: Mst. 1:20



$\underline{N_u} = N_{ser} \cdot \gamma_q \cdot \gamma_R = 250 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}2 = \underline{450 \text{ kN}}$

$\underline{M_u} = N_u \cdot e = 450 \cdot 0{,}40 = \underline{180 \text{ kNm}}$

Erforderliche Betondruckzonenhöhe (Gurthöhe) in der Stütze:



$h = 400$ mm

$b = 400$ mm

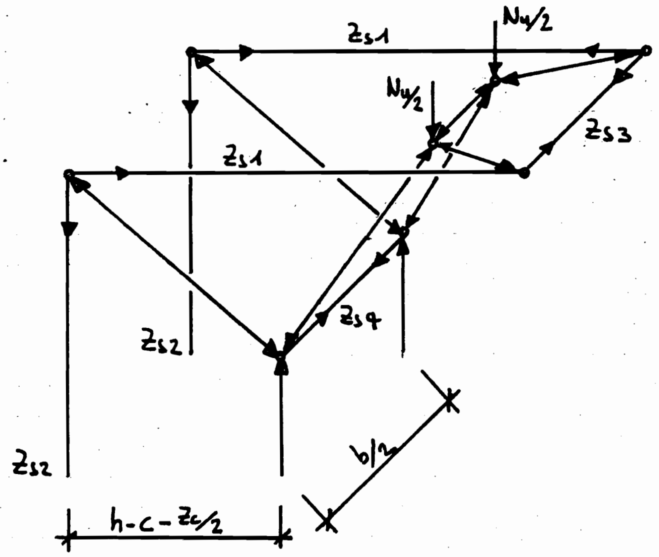
$c = ü + \varnothing_{Bügel} + \frac{1}{2}\varnothing_e = 30 + 10 + \frac{1}{2} \cdot 20$

$c = 50$ mm

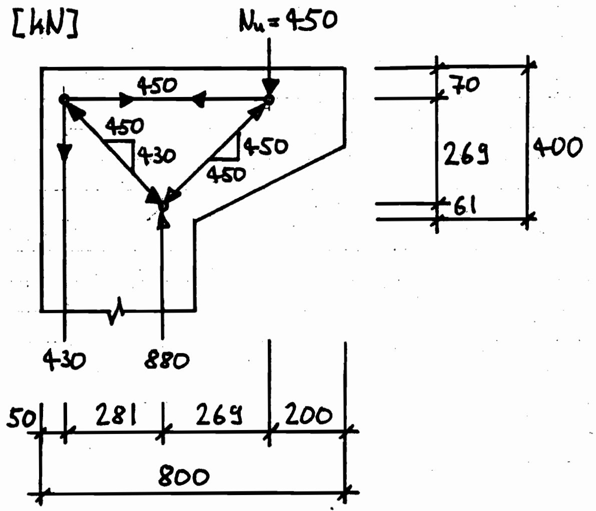
$D_c = f_c \cdot b \cdot z_c$

$$\left.\begin{array}{ll} (1) & D_c - Z_s = f_c \cdot b \cdot z_c - Z_s = N_u \\ (2) & D_c \cdot (h/2 - z_c/2) + Z_s \cdot (h/2 - c) = M_u \end{array}\right\} \longrightarrow \underline{z_c = 137{,}5 \text{ mm}}$$

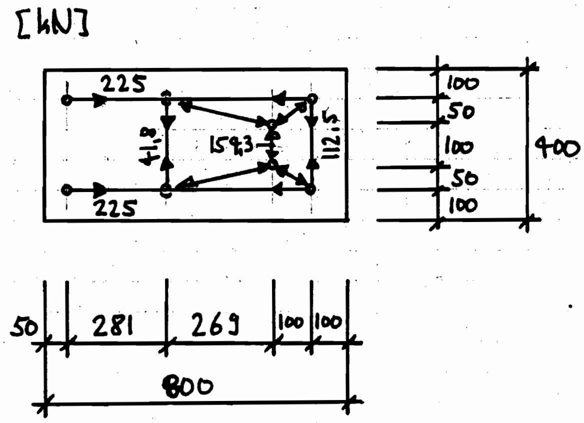
Bemessung mit räumlichem Fachwerkmodell:



Ansicht Mst. 1:20



Draufsicht Mst. 1:20



Resultierende Bewehrungen und Bewehrungskräfte:

- Stabgruppe Z_{s1} : $Z_{s1,total} = 450{,}0$ kN $\longrightarrow$ $A_{s,erf} = 978\ mm^2$

  Wahl: 5 Ø 16 ($A_s = 1005\ mm^2$)

- Stabgruppe Z_{s2} : $Z_{s2,total} = 430{,}0$ kN $\longrightarrow$ $A_{s,erf} = 935\ mm^2$

  Wahl: 5 Ø 16 ($A_s = 1005\ mm^2$)

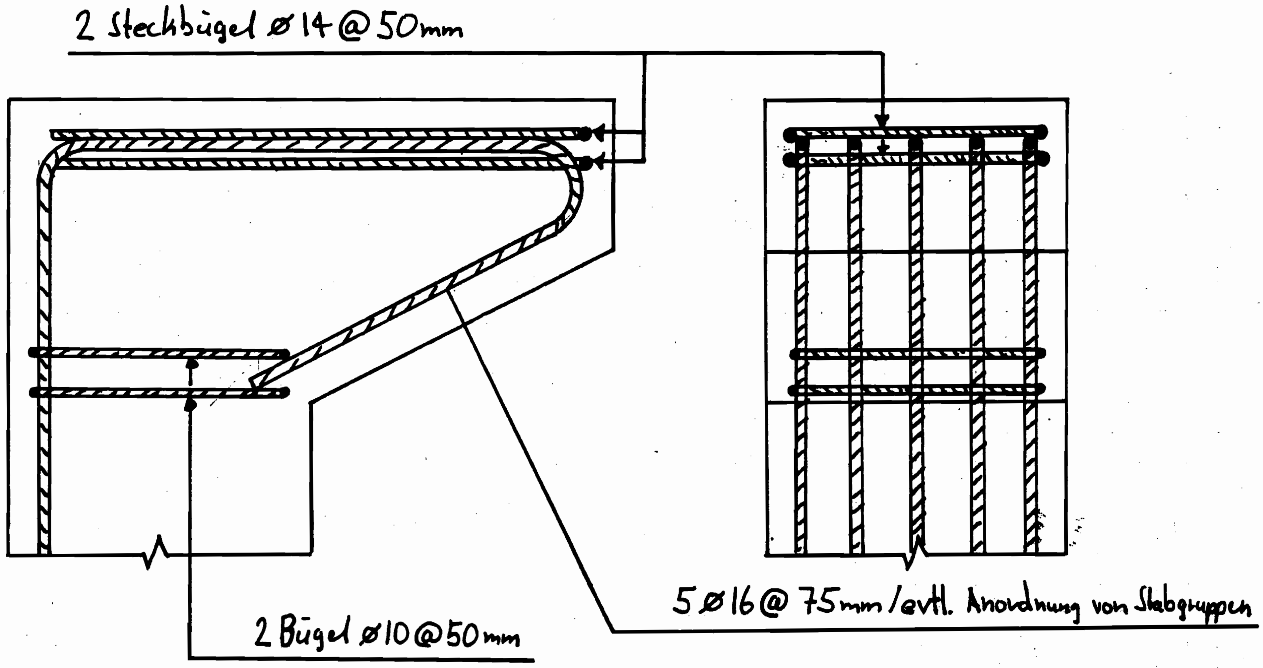
- Stab Z_{s3} : $Z_{s3} = 112{,}5$ kN $\longrightarrow$ $A_{s,erf} = 245\ mm^2$

  Wahl: 2 Ø 14 ($A_s = 308\ mm^2$)

- Stab Z_{s4}: $Z_{s4} = 41{,}8$ kN $\longrightarrow$ $A_{s,erf} = 91\ mm^2$

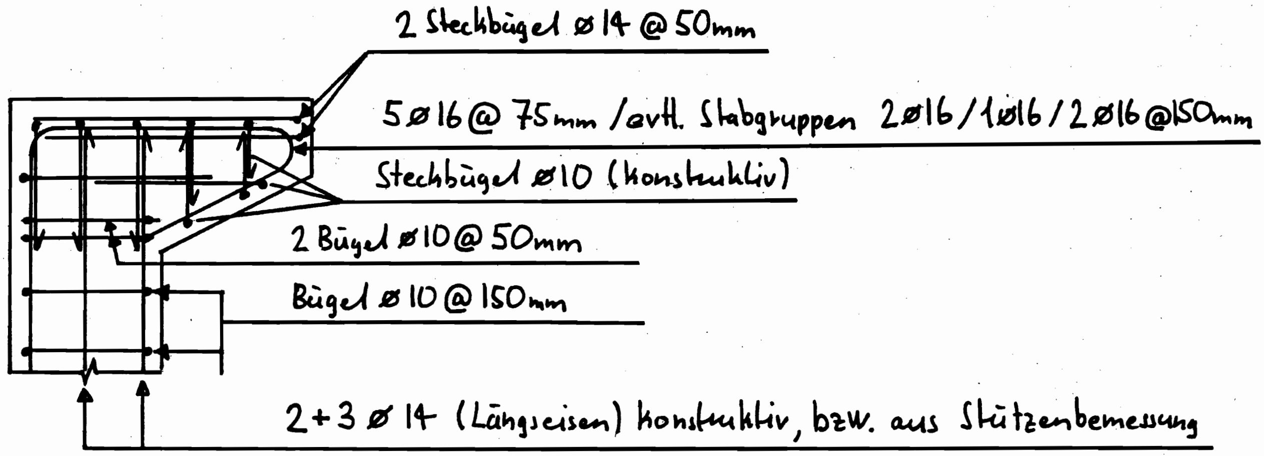
  Wahl: 2 Ø 10 ($A_s = 157\ mm^2$)

Bewehrungsskizze Mst. 1:10



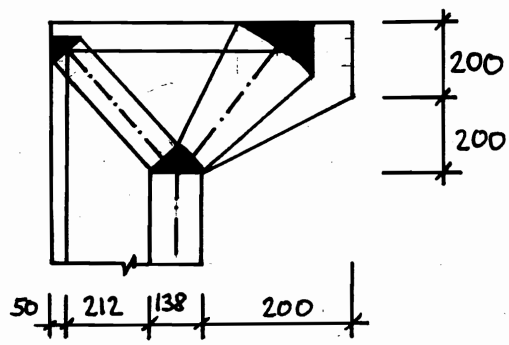
Bemerkung: Die Bewehrungsskizze enthält nur eine mögliche, statisch erforderliche Bewehrung. Die konstruktive Bewehrung ist aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht eingezeichnet.

Vollständige Bewehrungsskizze Mst. 1:20



Bemerkung: Das behandelte Fachwerkmodell ist mit einem Spannungsfeld kompatibel (Kontrolle der Betonabmessungen)

zum Beispiel: Seitenansicht Mst. 1:20

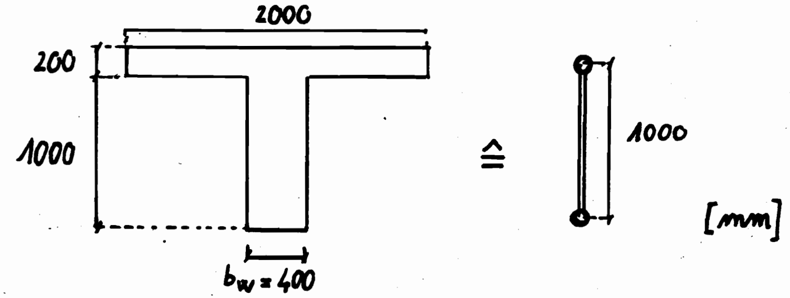


Aufgabe 21

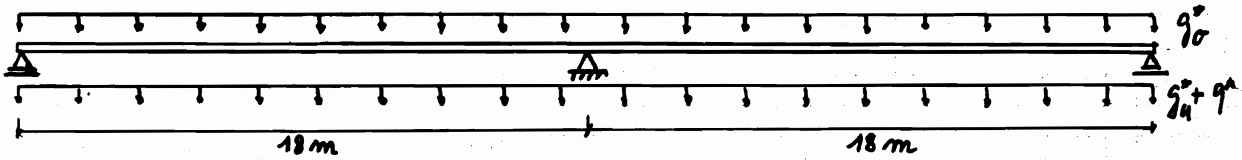
Der in Aufgabe 18 behandelte Träger soll als gleich belasteter Durchlaufträger über zwei Felder von 18 m Spannweite verwendet werden. Passe die Stegdicke und die Längs- und Bügelbewehrung entsprechend an.

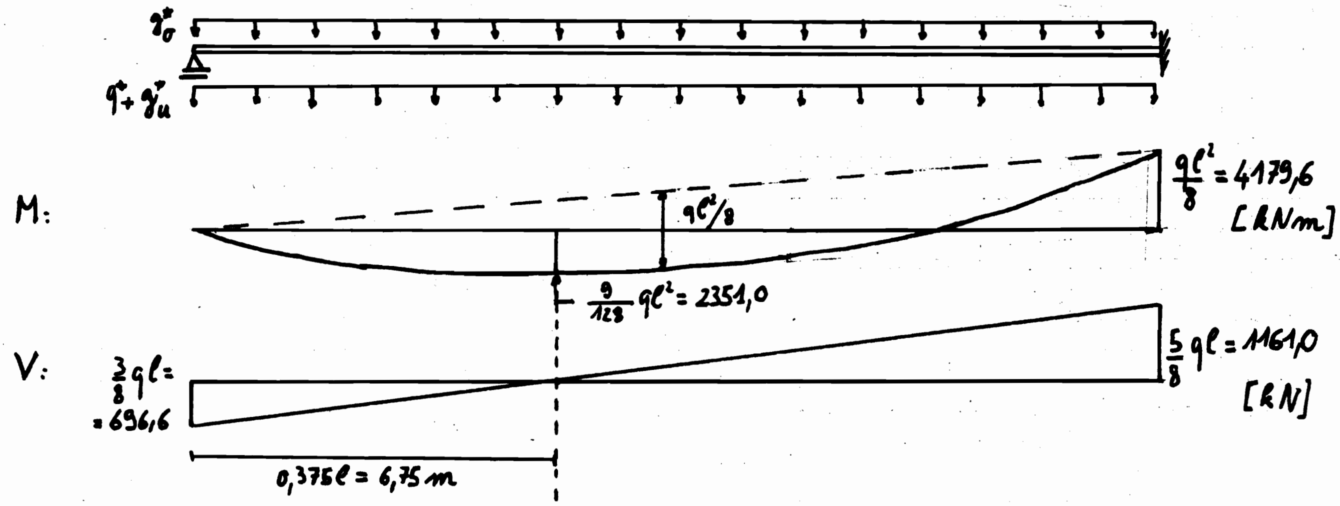
Lösung:

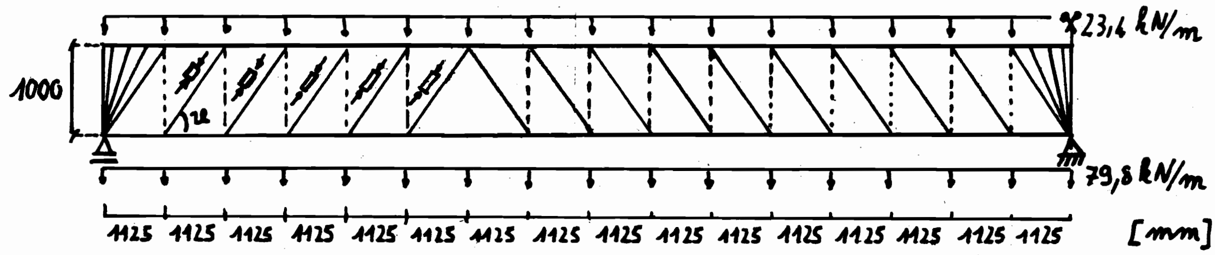
Querschnitt und Belastung: analog zu Aufgabe 18



$$\begin{cases} q^* = 72{,}0 \text{ kN/m} \\ g^*_{oben} = 23{,}4 \text{ kN/m} \\ g^*_{unten} = 7{,}8 \text{ kN/m} \end{cases}$$





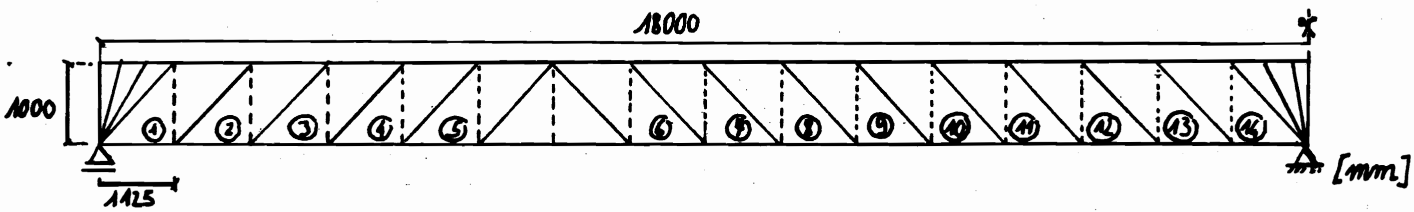


$tg\,\vartheta = \frac{1}{1{,}125} = 0{,}89 \qquad \vartheta = 41{,}6°$

Steg:

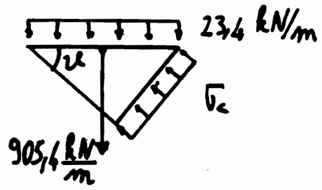
• Bügelbewehrung (zweischnittige Bügel):

k_b kN/m'	595,8	492,6	389,4	286,2	183,0	79,8	79,8	183,0	286,2	389,4	492,6	595,8	699,0	802,2	905,4	1008,6
a_{s_b} mm²/m'	647,6	535,4	423,3	311,1	198,9	86,7	86,7	198,9	311,1	423,3	535,4	647,6	759,8	872,0	984,1	1096,3
	ø12 @ 125			ø12 @ 250						ø12 @ 125						ø12 @ 100



• Betondruckspannungen:

Massgebende Stelle: Parallelfeld 14:



$tg\,\vartheta = 0{,}89 \qquad f_{cw_{min}} = 25\,MPa$

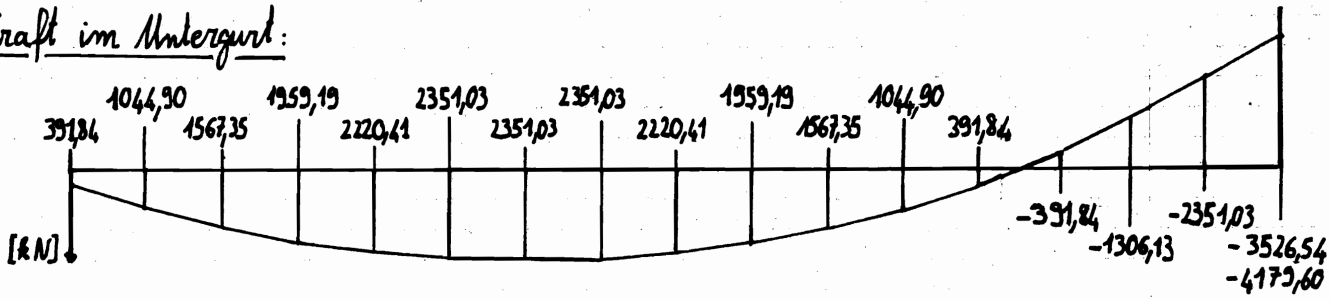
$\sigma_c = \dfrac{(23{,}4 + 905{,}4)\,kN/m}{400\,mm \ \sin^2\vartheta} = 5{,}26\,MPa$

$f_{c,red} = 1{,}6\, f_c'^{\,2/3} = 1{,}6\,(0{,}85\, f_{cw_{min}})^{2/3} = 12{,}3\,MPa$

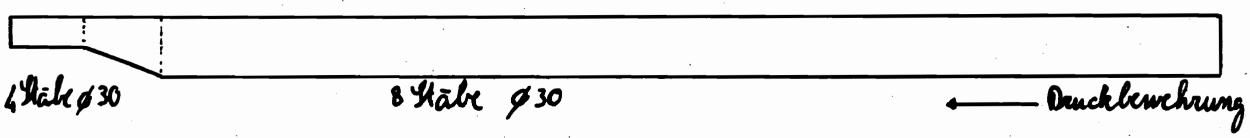
$\sigma_c \leq f_{c,red}$ ✓.

• Längszugkraft im Steg: infolge Endfächer ist keine Längszugkraft im Steg vorhanden ($a_{s\,min}$: Ø 12 @ 250)

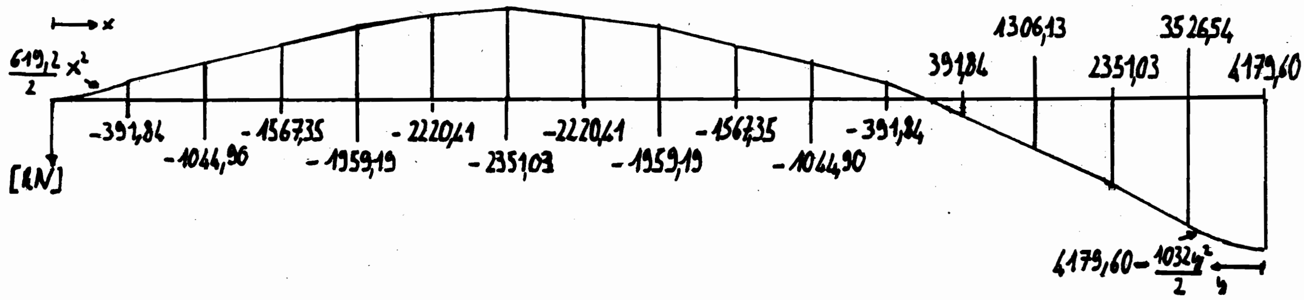
Kraft im Untergurt:



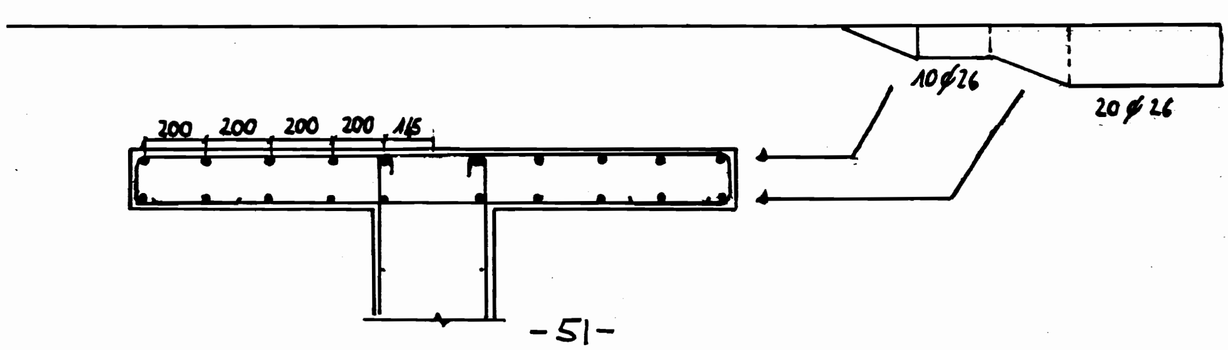
A_s:

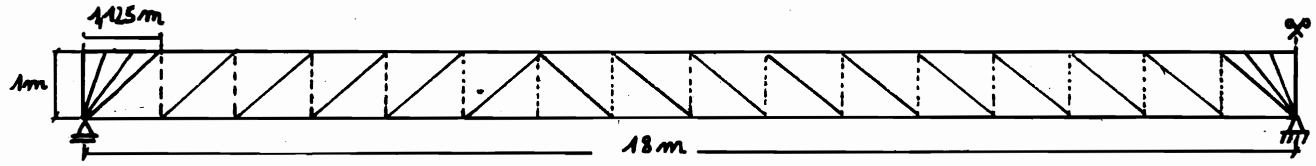


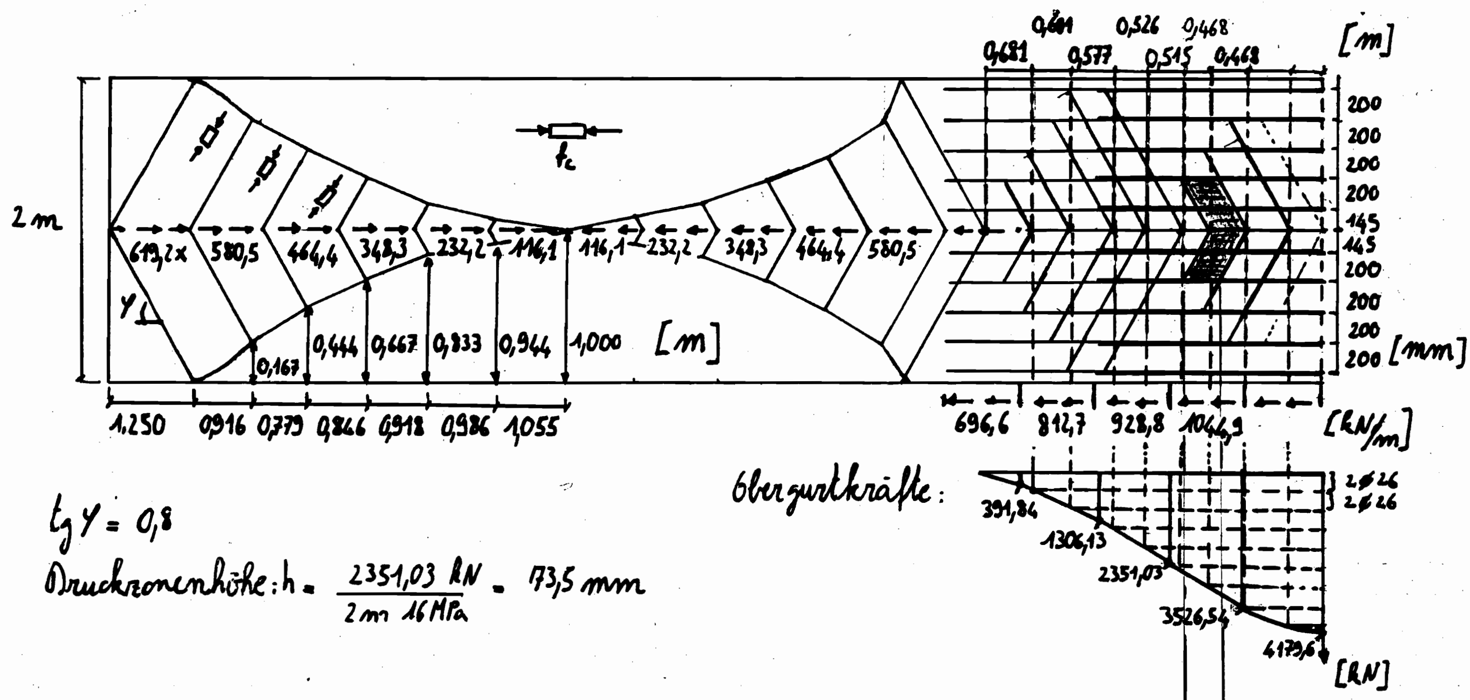
Kraft im Obergurt:



A_s:







$tg\,\gamma = 0{,}8$

Druckzonenhöhe: $h = \dfrac{2351{,}03\ kN}{2m\ 16MPa} = 73{,}5\ mm$

Spreizkräfte [kN/m]

	304,2	335,3	247,0	170,7	106,0	49,5	Massgebende Stelle →	418,0	

Anzahl Schnitte:

← 1 → ← 2 →

Querbewehrung infolge Spreizkräfte: mm²/m'

	661,3	728,9	537,0	371,1	230,4	107,7	← 454,3

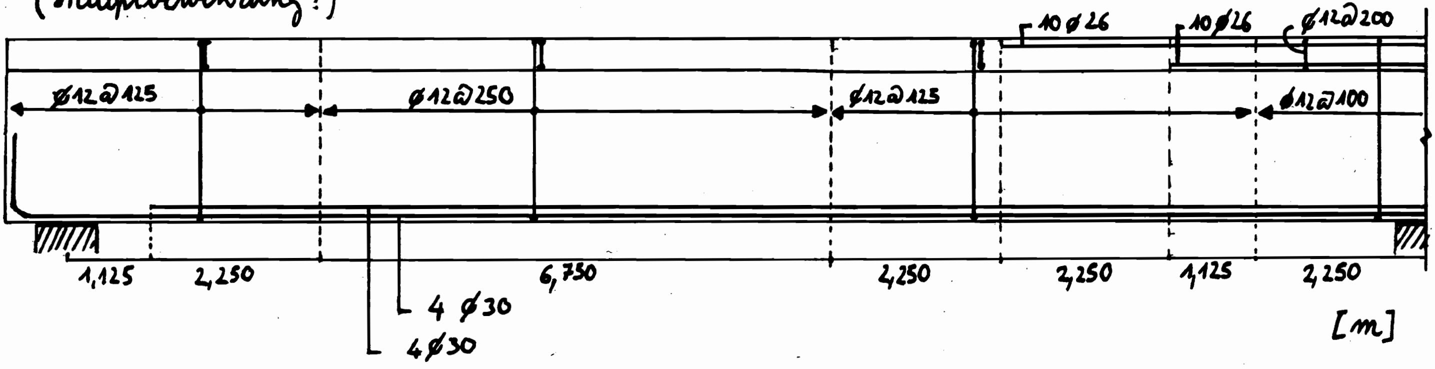
Querbewehrung infolge Querbiegung $a_s = 36{,}8\ mm^2/m'$

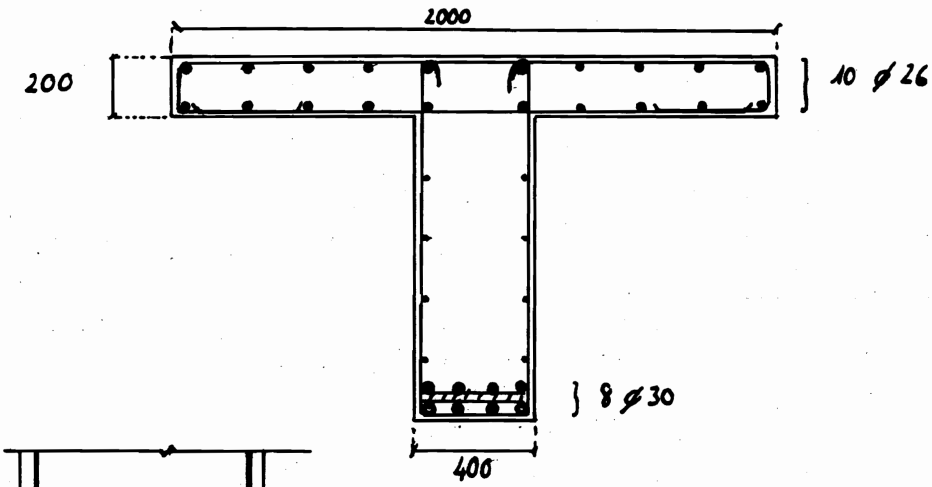
Querbewehrung:

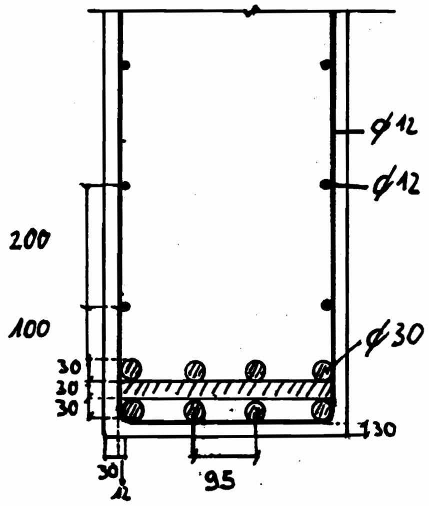
∅12 @ 125	∅12 @ 250	∅12 @ 125	∅12 @ 200

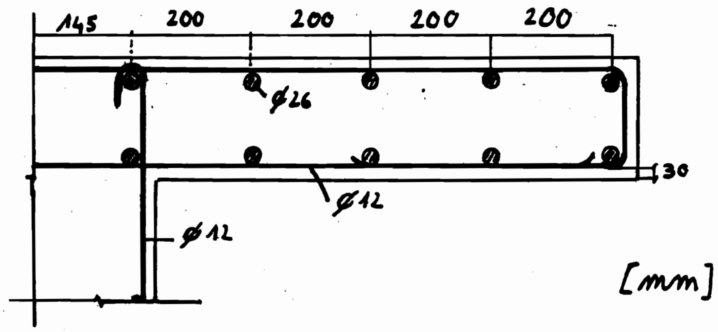
Bewehrungsskizze:

(Hauptbewehrung:)









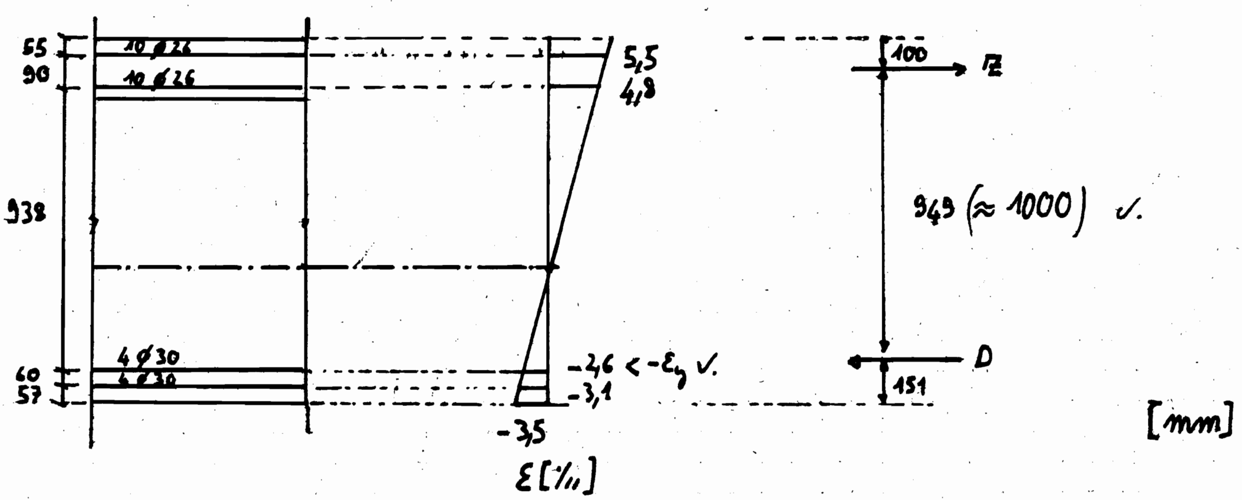
Kontrollen:

- Druckzonehöhe im Stützenbereich

Annahme: Druckbewehrung fließt:

$$Z = D \Rightarrow \quad 20 \cdot \left(\frac{16^2 \pi}{4} \cdot 460 \right) = 8 \, \frac{30^2 \pi}{4} \cdot 460 + 0{,}8 \times \cdot 400 \cdot 16$$

$$\Rightarrow x = 446 \text{ mm}$$



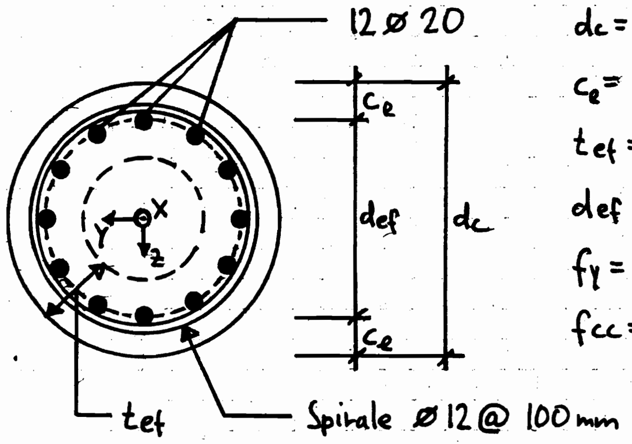
- Analoges Vorgehen im Feld

Aufgabe 22

Der in Aufgabe 1 behandelte Kreisquerschnitt wird einem reinen Torsionsmoment unterworfen. Wie gross ist der Torsionswiderstand?

Lösung:

Berechnung gem. SIA 162/3 24 4:



$d_c = 700\,mm$

$c_e = \ddot{u} + \varnothing_s + \tfrac{1}{2}\varnothing_e = 40 + 12 + \tfrac{1}{2}\cdot 20 = 62\,mm$

$t_{ef} = 2c_e = 2 \cdot 62 = 124\,mm$

$d_{ef} = d_c - 2c_e = 700 - 124 = 576\,mm$

$f_y = 500\ MPa$

$f_{cc} = 25\ MPa$ (Zylinderdruckfestigkeit)

Mitwirkende Querschnittsfläche: $\underline{A_{ef}} = \dfrac{d_{ef}^2\,\pi}{4} = \dfrac{576^2\,\pi}{4} = \underline{260'576\ mm^2}$

a) Ermittlung der Diagonalneigung aufgrund des Kriteriums „Versagen der Betondruckdiagonale" (Optimale Druckdiagonalneigung):

Schubfluss: $\dfrac{T_R}{2A_{ef}} = f_{c,red} \cdot t_{ef} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$

$T_R = A_{ef} \cdot f_{c,red} \cdot t_{ef} \cdot \sin(2\alpha)$

$f_{c,red} = \vartheta \cdot f_{cw,min} = \vartheta \cdot f_{cc}/0{,}85$

↳ $f_{cw,min} = f_{cc}/0{,}85 = 25/0{,}85 = 29{,}4\ MPa$

Der Beton entspricht einem B 40/30

↳ ϑ gem. SIA 162 / Figur 6

$$\vartheta = 0{,}65 - \alpha_o\,[^\circ]\,\frac{0{,}25}{45^\circ} \quad \text{für } \alpha_o \leq 45^\circ$$

$$T_R = A_{ef} \cdot f_{cw,min} \cdot t_{ef} \cdot \left(0{,}65 - \frac{\alpha}{45^\circ} \cdot 0{,}25\right) \cdot \sin(2\alpha)$$

$$\frac{dT_R}{d\alpha} = 0 = 2\cos(2\alpha)\left(0{,}65 - \frac{4\alpha}{\pi} \cdot 0{,}25\right) - \sin(2\alpha)\,\frac{4 \cdot 0{,}25}{\pi}$$

↳ $\underline{\alpha = 0{,}6167\ rad = 35{,}3^\circ} \longrightarrow \underline{\vartheta = 0{,}454,\ \text{bzw. } f_{c,red} = 13{,}3\ MPa}$

$$\underline{T_R} = 260'576 \cdot 29{,}4 \cdot 124 \cdot \left(0{,}65 - \frac{35{,}3}{45} \cdot 0{,}25\right) \cdot 0{,}944 \cdot 10^{-6} = \underline{406{,}7\ kNm}$$

b) Ermittlung der Diagonalneigung aufgrund des Kriteriums „Fliessen der Spiral- und Längsbewehrung":

$$T_R = 2\,A_{ef}\,\frac{A_{sw}\cdot f_y}{s}\cdot\cot\alpha \qquad \text{(Fliessen der Spiralbewehrung)}$$

$$F_{t(T)} = A_s\cdot f_y = T_R\cdot\frac{d_{ef}\cdot\pi}{2\,A_{ef}}\cdot\cot\alpha$$

$$T_R = A_s\cdot f_y\,\frac{2\,A_{ef}}{d_{ef}\cdot\pi}\cdot\tan\alpha \qquad \text{(Fliessen der Längsbewehrung)}$$

$A_{sw} = 113\,mm^2$ (⌀12 @100 mm)

$A_s = 3770\,mm^2$ (12 ⌀20)

$$2\,A_{ef}\,\frac{A_{sw}\cdot f_y}{s}\cdot\cot\alpha = A_s\cdot f_y\,\frac{2\,A_{ef}}{d_{ef}\cdot\pi}\cdot\tan\alpha$$

$$\tan^2\alpha = \frac{A_{sw}}{A_s}\cdot\frac{d_{ef}\cdot\pi}{s} = \frac{113}{3770}\cdot\frac{576\cdot\pi}{100} = 0{,}543 \longrightarrow \underline{\alpha = 36{,}38^\circ}$$

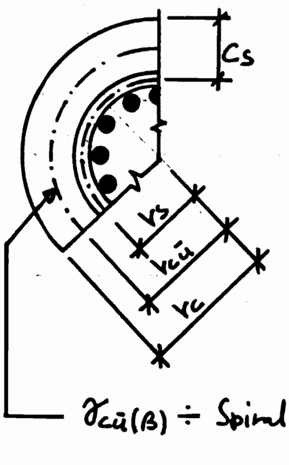
$$\underline{T_R} = 2\cdot 260'576\cdot\frac{113\cdot 500}{100}\cdot 1{,}3578\cdot 10^{-6} = \underline{400{,}0\ kNm}$$

Kontrolle der Betondruckdiagonalen:

$$\underline{T_R} = 260'576\cdot 29{,}4\cdot 124\cdot\left(0{,}65-\frac{36{,}38}{45}\cdot 0{,}25\right)\cdot 0{,}955\cdot 10^{-6} = \underline{406{,}5\ kNm}$$

Querzugspannungen infolge Umlenkung der Betondruckkraft in der Überdeckungszone. Die Betonüberdeckung wird nicht von der Spiralbewehrung gehalten.

Parametrisierung der Spiralkurve der resultierenden Druckkraft in der Betonüberdeckung:



$r_c = \frac{1}{2}\cdot d_c = 350\,mm$

$c_s = ü + \frac{1}{2}⌀_s = 40 + 6 = 46\,mm$

$r_{cü} = r_c - \frac{1}{2}\,c_s = 350 - 23 = 327\,mm$

$r_s = r_c - c_s = 350 - 46 = 304\ mm$

$\gamma_{cü(\beta)}$ ÷ Spiralkurve der resultierenden Druckkraft in der Betonüberdeckung

Schleglänge, bzw. Ganghöhe von $\gamma_{cü}(\beta)$: (Diagonalneigung $\alpha = 36{,}38°$)

$$S_{cü} = \frac{2\, r_{cü} \cdot \pi}{\tan\alpha} = \frac{2 \cdot 327 \cdot \pi}{0{,}7368} = 2789\,\text{mm}$$

$$\gamma_{cü}(\beta) = \begin{pmatrix} r_{cü} \cdot \cos\beta \\ r_{cü} \cdot \sin\beta \\ S_{cü}/(2\pi) \cdot \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ z \\ x \end{pmatrix}$$

Krümmung der Spiralkurve: $\underline{\chi_{cü}} = \dfrac{r_{cü}}{r_{cü}^2 + (S_{cü}/(2\pi))^2} = \dfrac{327}{327^2 + (2789/(2\pi))^2} = \underline{1{,}076 \cdot 10^{-3}\,\text{mm}^{-1}}$

Krümmungsradius der Spiralkurve : $\underline{\chi_{cü}^{-1} = 929\,\text{mm}}$

Betondruckspannung: $\underline{\sigma_c} = \dfrac{T_R}{A_{ef} \cdot t_{ef} \cdot \sin(2\alpha)} = \dfrac{400{,}0 \cdot 10^6}{260'576 \cdot 124 \cdot 0{,}955} = \underline{12{,}96\,\text{MPa}}$

Querzugspannung: $\underline{\sigma_{t,cü}} = \sigma_c \cdot c_s \cdot \chi_{cü} = \dfrac{12{,}96 \cdot 46}{929} = \underline{0{,}64\,\text{MPa}}$

⟶ SIA 162 / 4 37 I: Rechenwert der Beton-Querzugfestigkeit $f_{ct,\Delta} = 0{,}5\,\text{MPa}$

⟹ Nachweis: $\sigma_{t,cü} = 0{,}64\,\text{MPa} > f_{ct,\Delta} = 0{,}5\,\text{MPa}$ ⟶ ??

⟹ Torsionswiderstand gem. SIA 162 : $T_R = 400{,}0\,\text{kNm}$

Bemerkung: Der Torsionswiderstand wird aufgrund der vorhandenen Spiral- und Längsbewehrung begrenzt. Aufgrund der grossen Querzugspannungen im Überdeckungsbeton besteht die Gefahr, dass die Betonüberdeckung abplatzt ?

Berechnung gem. Stahlbeton GZ – Vorlesungsskript :
(Originalliteratur: Thürlimann et al., „Anwendung der Plastizitätstheorie auf Stahlbeton", IBK – ETHZ, 1983, 252 pp.)

Gleichung (5.59): $\dfrac{r_i}{r_s} = \sqrt{\left(1 - \dfrac{\omega_{sw}}{2}\right)^2 - 2\omega_e} - \dfrac{\omega_{sw}}{2}$, $\cos^2\vartheta = \dfrac{\omega_{sw}}{1 - r_i/r_s}$

Gleichung (5.60): $\omega_e = \dfrac{A_s \cdot f_y}{2\pi\, r_s^2 \cdot f_c}$, $\omega_{sw} = \dfrac{A_{sw} \cdot f_y}{s \cdot r_s \cdot f_c}$

Gleichung (5.61): $T_R = \dfrac{2\pi}{3} \cdot f_c \cdot r_s^3 \sqrt{\dfrac{2\,\omega_{sw}\omega_e}{1 + r_i/r_s}} \cdot \left(1 + \dfrac{r_i}{r_s} + \dfrac{r_i^2}{r_s^2}\right)$

N.B. Die Betonüberdeckung wird nicht berücksichtigt.

a) Betonfestigkeit $f_c = 1{,}6 \cdot f_{cc}^{2/3} = 13{,}7$ MPa , $r_s = 304$ mm :

$$\underline{\omega_e} = \frac{3770 \cdot 500}{2\pi \cdot 304^2 \cdot 13{,}7} = \underline{0{,}2373}$$

$$\underline{\omega_{sw}} = \frac{113 \cdot 500}{100 \cdot 304 \cdot 13{,}7} = \underline{0{,}1360}$$

↳ $\underline{r_i = 170{,}2 \text{ mm}}$

↳ $\vartheta = 56{,}2°$ bzw. $\underline{\alpha = 90° - \vartheta = 33{,}8°}$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{T_R = 306{,}7 \text{ kNm}}}$

b) Betonfestigkeit $f_c = f_{cc} = 25$ MPa , $r_s = 304$ mm:

$$\underline{\omega_e} = \frac{3770 \cdot 500}{2\pi \cdot 304^2 \cdot 25} = \underline{0{,}1298}$$

$$\underline{\omega_{sw}} = \frac{113 \cdot 500}{100 \cdot 304 \cdot 25} = \underline{0{,}0744}$$

↳ $\underline{r_i = 237{,}0 \text{ mm}}$

↳ $\vartheta = 54{,}5°$ bzw. $\underline{\alpha = 90° - \vartheta = 35{,}5°}$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{T_R = 366{,}0 \text{ kNm}}}$

N.B. Aufgrund der Umschnürungswirkung der Spiralbewehrung ist eine Betonfestigkeit $f_c = f_{cc} = 25$ MPa vernünftig.

Schlussbemerkung:

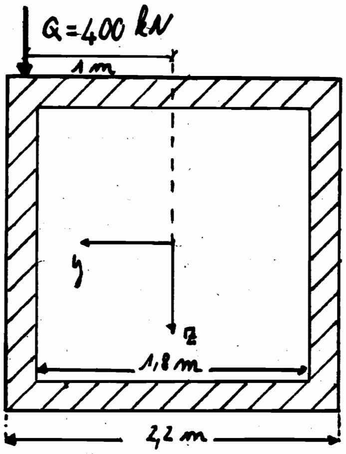
Der Unterschied der beiden Berechnungsmethoden (SIA 162, bzw. Vorlesungsskript) ist darauf zurückzuführen, dass beim Modell gem. Vorlesungsskript die Betonüberdeckung abplatzt, was beim Berechnungsmodell nach SIA 162 nicht der Fall ist.

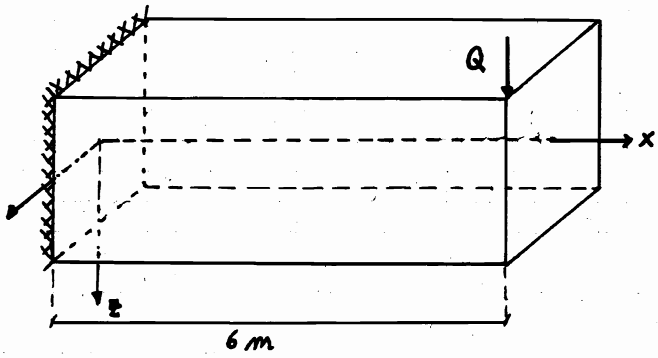
Aufgabe 23

Ein quadratischer Hohlquerschnitt (Aussenabmessungen 2.2 m × 2.2 m, Innenabmessungen 1.8 m × 1.8 m) wird als 6 m langer Kragträger eingesetzt und am freien Ende mit einer um 1 m exzentrisch zur Trägerachse angreifenden vertikalen Einzellast (Nutzlast auf Gebrauchsniveau) von 400 kN belastet. Ermittle die Beanspruchung infolge Eigengewicht und Nutzlast im Einspannquerschnitt auf Bemessungsniveau ($\gamma_g = 1.3$, $\gamma_q = 1.5$), dimensioniere die erforderliche Längs- und Bügelbewehrung ($\gamma_R = 1.2$, $f_y = 460$ MPa) und kontrolliere die Betondruckspannungen ($f_c = 16$ MPa). Am freien Ende des Kragträgers ist eine 200 mm dicke Querscheibe angeordnet.

Lösung:

· Geometrie und Belastung:





$A = (2{,}2^2 - 1{,}8^2)\ m^2 = 1{,}6\ m^2$

$V_{Endscheibe} = 1{,}8^2 \cdot 0{,}2\ m^3 = 0{,}65\ m^3$

Eigengewicht:

$g = 1{,}6 \cdot 25\ kN/m = 40{,}0\ kN/m$ $\qquad G = 0{,}65 \cdot 25\ kN = 16{,}2\ kN$

$g_d = \gamma_g \cdot g = 1{,}3 \cdot 40{,}0 = 52{,}0\ kN/m$ $\qquad G_d = 1{,}3 \cdot 16{,}2 = 21{,}1\ kN$

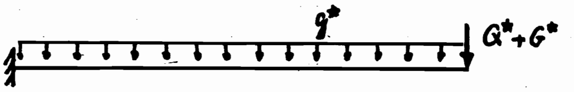
$g^* = \gamma_R\ g_d = 1{,}2 \cdot 52{,}0 = 62{,}4\ kN/m$ $\qquad G^* = 1{,}2 \cdot 21{,}1 = 25{,}3\ kN$

Nutzlast:

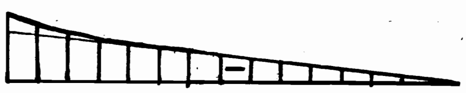
$Q = 400{,}0\ kN$; $Q_d = \gamma_Q\ Q = 1{,}5 \cdot 400{,}0 = 600{,}0\ kN$

$Q^* = \gamma_R\ Q_d = 1{,}2 \cdot 600{,}0 = 720{,}0\ kN$

· Schnittkräfte:

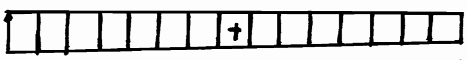


M*



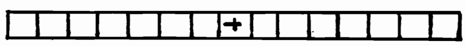
$M^*_{max} = Q^* \cdot \ell + G^* \cdot \ell + \frac{1}{2} g^* \ell^2 = 5594{,}8\ kNm$

V*



$V^*_{max} = Q^* + G^* + g^* \ell = 1119{,}7\ kN$

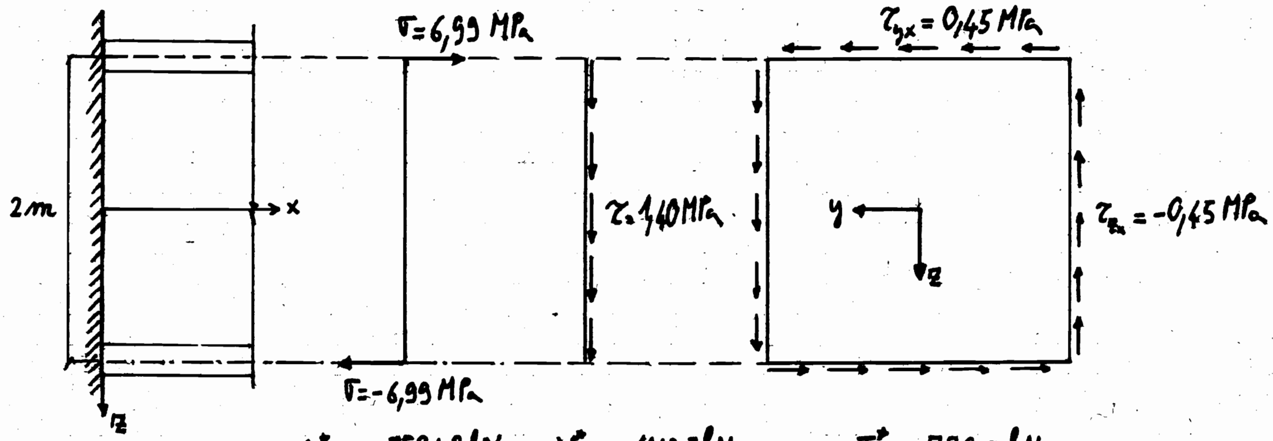
T*



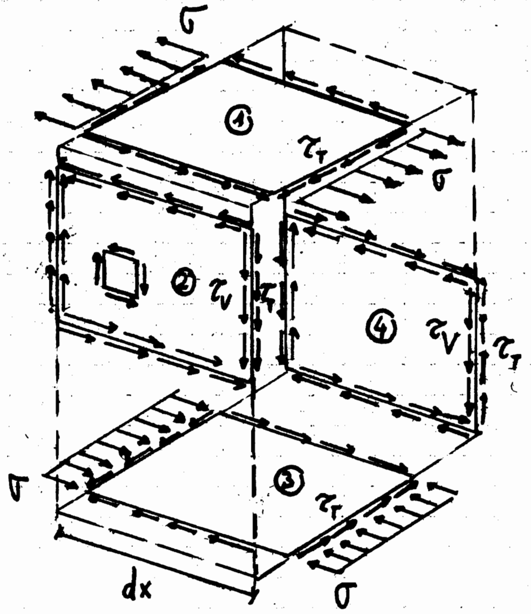
$T^* = Q^* \cdot 1\ m = 720\ kNm$

· Bemessung:

Zulässiger Spannungszustand bei $x=0$:

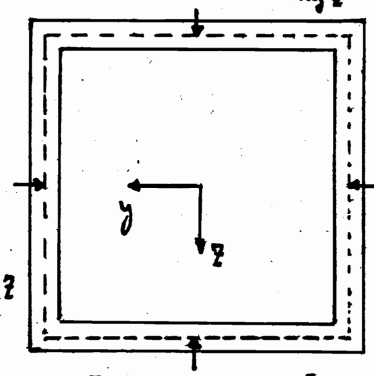


$M^{*}_{max} = 5594{,}8\ kNm$; $V^{*}_{max} = 1119{,}7\ kN$; $T^{*} = 720{,}0\ kNm$



$$\underline{\underline{\sigma}}_{①} = \begin{bmatrix} 6{,}99 & 0{,}45 & 0 \\ 0{,}45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{xyz}$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_{②} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1{,}85 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1{,}85 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{xyz}$$



$$\underline{\underline{\sigma}}_{④} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0{,}95 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0{,}95 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{xyz}$$

[MPa]

$$\underline{\underline{\sigma}}_{③} = \begin{bmatrix} -6{,}99 & -0{,}45 & 0 \\ -0{,}45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{xyz}$$

Regime 1: Wahl $K = 1$ $\quad \rho = \frac{A_s}{A_c}$

Vertikale Scheibe:

$$\begin{cases} \rho_x f_y \geq \sigma_x + K\,|\tau_{xz}| \\ \rho_z f_y \geq \sigma_z + \frac{1}{K}\,|\tau_{xz}| \end{cases}$$

Horizontale Scheibe:

$$\begin{cases} \rho_x f_y \geq \sigma_x + K\,|\tau_{xy}| \\ \rho_y f_y \geq \sigma_y + \frac{1}{K}\,|\tau_{xy}| \end{cases}$$

Erforderliche Bewehrung:

- Scheibe 1: $\begin{cases} \rho_x f_y \geq 7{,}44 \text{ MPa} & \Rightarrow A_{sx} \geq 6473 \text{ mm}^2 \\ \rho_y f_y \geq 0{,}45 \text{ MPa} & \Rightarrow a_{sy} \geq 196 \text{ mm}^2/\text{m}' \end{cases}$
- Scheibe 2: $\begin{cases} \rho_x f_y \geq 1{,}85 \text{ MPa} & \Rightarrow A_{sx} \geq 1608 \text{ mm}^2 \\ \rho_z f_y \geq 1{,}85 \text{ MPa} & \Rightarrow a_{sz} \geq 804 \text{ mm}^2/\text{m}' \end{cases}$
- Scheibe 3: $\begin{cases} \rho_x f_y \geq -6{,}54 \text{ MPa} & \Rightarrow A_{sx} = 0 \\ \rho_y f_y \geq 0{,}45 \text{ MPa} & \Rightarrow a_{sy} \geq 196 \text{ mm}^2/\text{m}' \end{cases}$
- Scheibe 4: $\begin{cases} \rho_x f_y \geq 0{,}95 \text{ MPa} & \Rightarrow A_{sx} \geq 826 \text{ mm}^2 \\ \rho_z f_y \geq 0{,}95 \text{ MPa} & \Rightarrow a_{sz} \geq 413 \text{ mm}^2/\text{m}' \end{cases}$

NB: Querbiegung infolge Eigengewicht und die Aufnahme der Spreizkräfte in der oberen bzw. unteren Platte erfordern einen Bewehrungszuschlag in Querrichtung

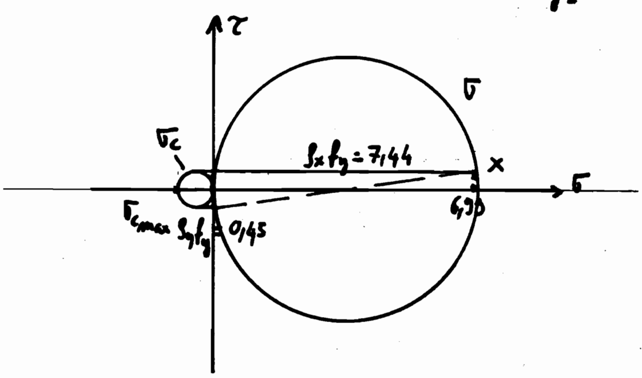
Betondruckspannungen:

Zulässige Betondruckspannungen:

$$f_{ced} = 1{,}6\, f_c'^{\,2/3} = 1{,}6\,(0{,}85\, f_{cwmin})^{2/3}$$

$$f_c = 16 \text{ MPa} \Rightarrow f_{cwmin} = 25 \text{ MPa} \Rightarrow f_{ced} = 14{,}3 \text{ MPa}$$

Scheibe 1: $\underline{\underline{\Sigma}}_{(1)} = \begin{bmatrix} 6{,}99 & 0{,}45 & 0 \\ 0{,}45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{xyz}$; $\rho_x f_y = 7{,}44$ MPa $\quad \rho_y f_y = 0{,}45$ MPa



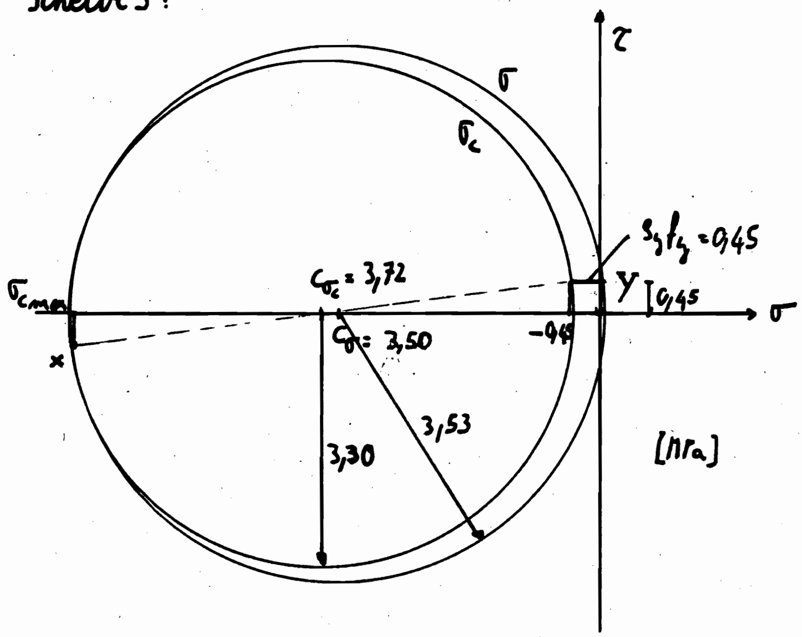
$$\sigma_{c\,max(1)} = -\tau_{xy}\left(K + \frac{1}{K}\right) = -2\tau_{xy}$$
$$= -0{,}9 \text{ MPa}$$

$$|\sigma_{c\,max(1)}| \leq f_{ced} \quad \checkmark$$

Scheibe 2: $\sigma_{c\,max(2)} = -2\tau_{xz} = -3{,}70$ MPa

Scheibe 4: $\sigma_{c\,max(4)} = -2\tau_{xz} = -1{,}90$ MPa

Scheibe 3:



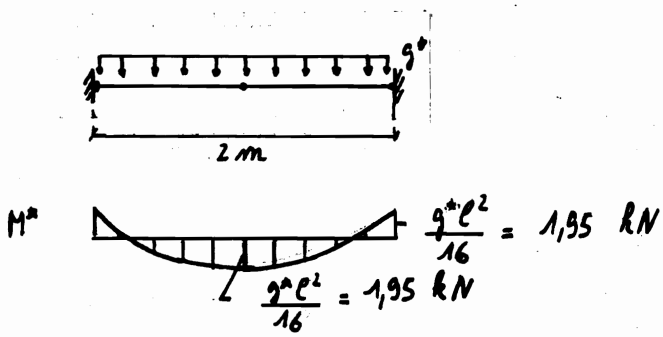
$$\underline{\underline{\sigma}}_{(3)} = \begin{bmatrix} -6{,}99 & -0{,}45 & 0 \\ -0{,}45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{xyz}$$

$\sigma_{c\,max(3)} = -7{,}02$ MPa

Querbiegung infolge Eigengewicht:

$g^* = 0{,}2 \cdot 25 \cdot 1{,}3 \cdot 1{,}2 = 7{,}8$ kN/m²

Obere / Untere Platte:



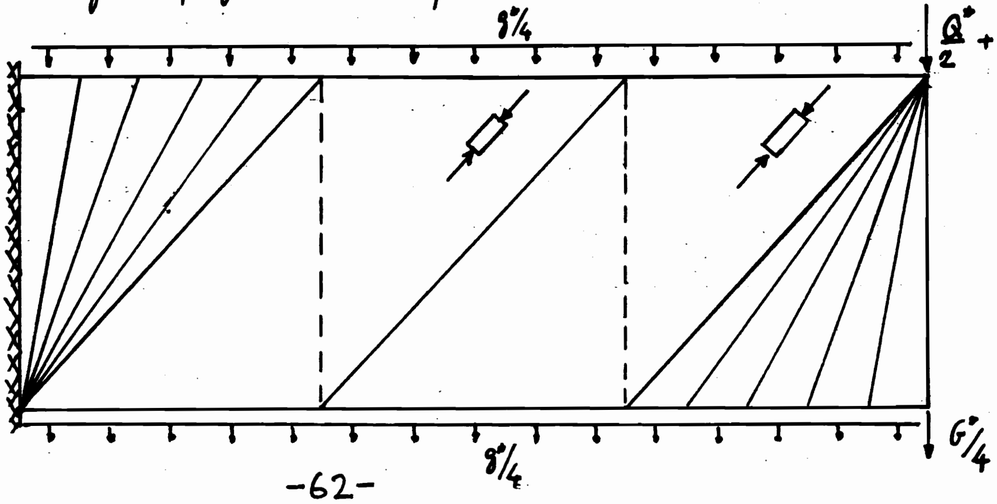
$d_y \cong 200 - 30 - 6 = 164$ mm

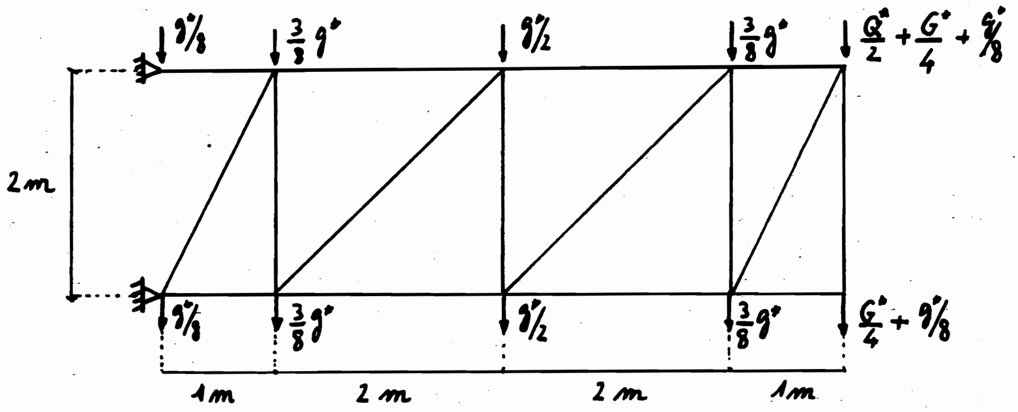
$a_y \cong \dfrac{M^*}{0{,}9\, d_y\, f_y} = 29$ mm²/m'

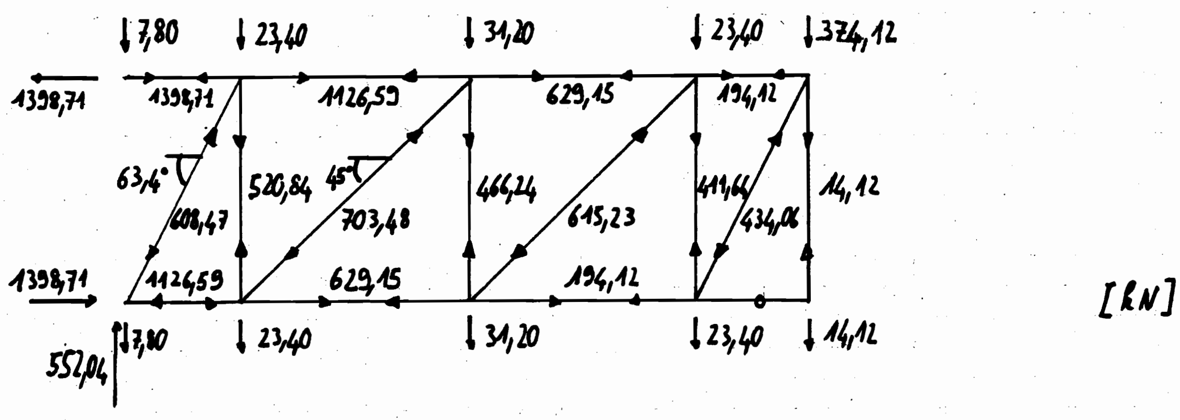
$a_{s\,oben} + a_{s\,unten} = 58$ mm²/m'

Erforderliche Querbewehrung infolge Spreizkräfte:

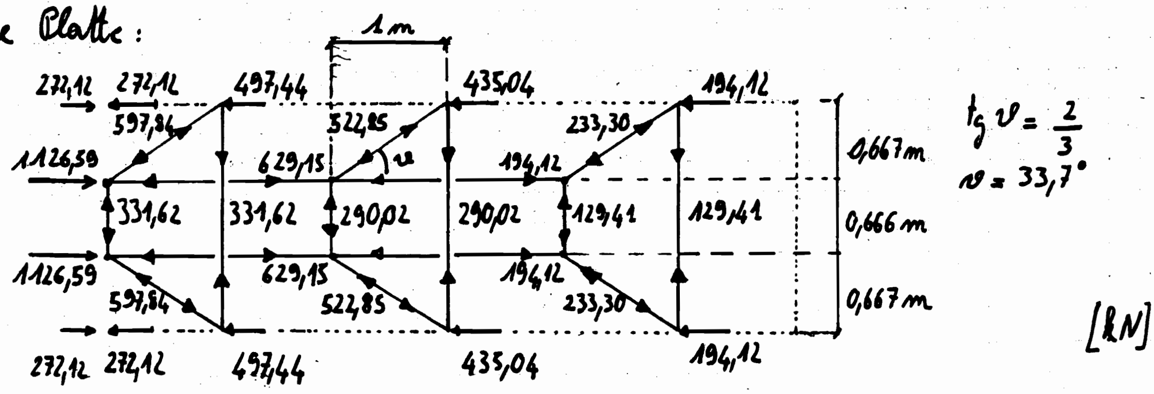
Vertikale Scheibe:





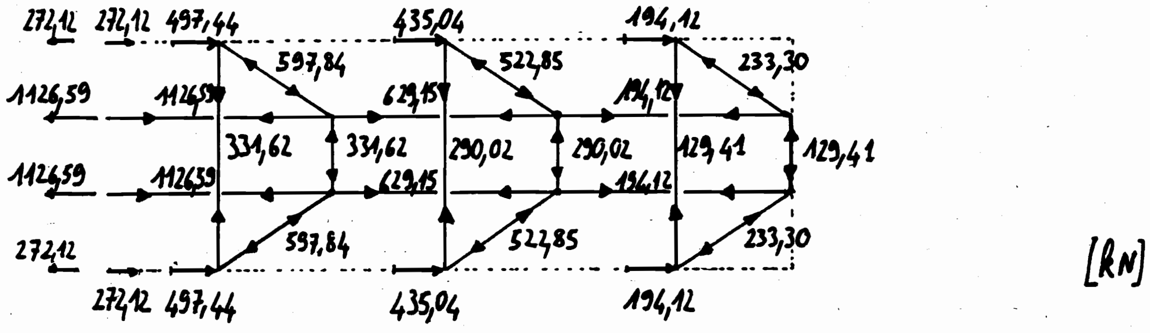


Untere Platte:



↳ Spreizkraft: $\frac{331,62}{1,5} = 221,08\ \frac{kN}{m}$ ⇒ $a_s = 481\ mm^2/m'$

Obere Platte:



↳ Spreizkraft: $\frac{331,62}{1,5} = 221,08\ \frac{kN}{m}$ ⇒ $a_s = 481\ mm^2/m'$

Zusammenfassung:

- Scheibe 1: $A_{sx} = 6473\ mm^2$ ⇒ 20 ϕ 22

  $a_{sy} = \frac{1}{2}(196 + 58 + 481) = 368\ mm^2/m'$ ⇒ ϕ12 @ 250

- Scheibe 2: $A_{sx} = 1608\ mm^2$ ⇒ 16 ϕ 12

  $a_{sz} = \frac{1}{2} \cdot 804 = 402\ mm^2/m'$ ⇒ ϕ12 @ 250

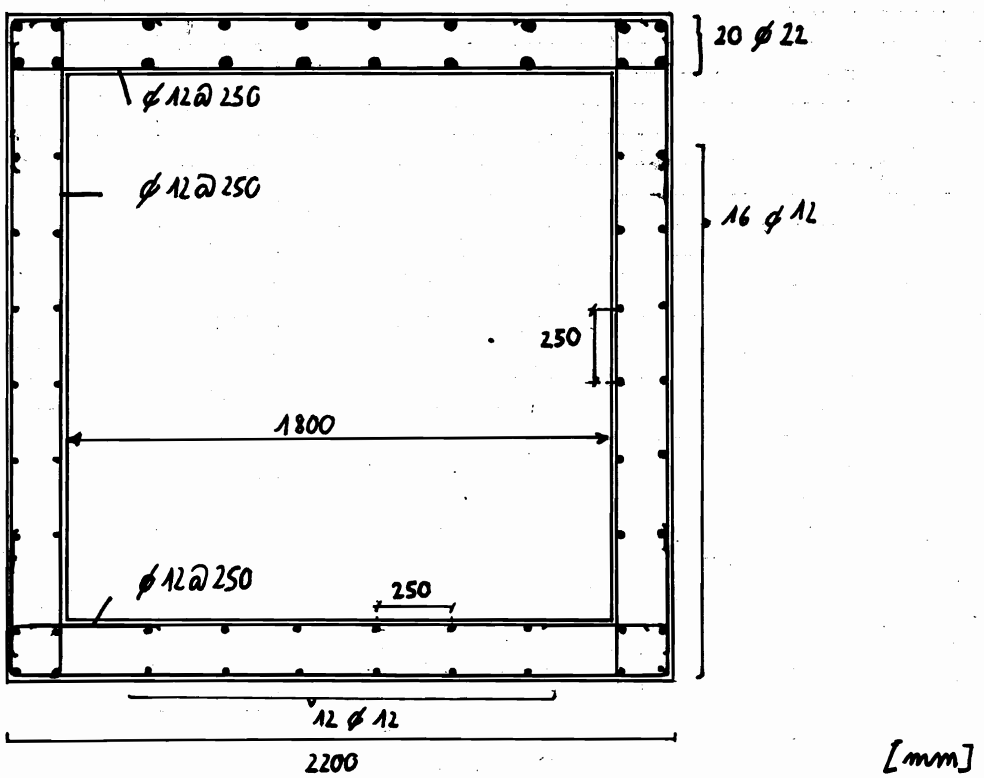
- Scheibe 3: $A_{sx} = 0$: Konstruktive Bewehrung

  $a_{sy} = \frac{1}{2}(196 + 58 + 481) = 368\ mm^2/m'$ ⇒ ϕ12 @ 250

- Scheibe 4: $A_{sx} = 826\ mm^2$ ⇒ 16 ϕ 12

  $a_{sz} = \frac{1}{2}\ 413 = 207\ mm^2/m'$ ⇒ ϕ12 @ 250

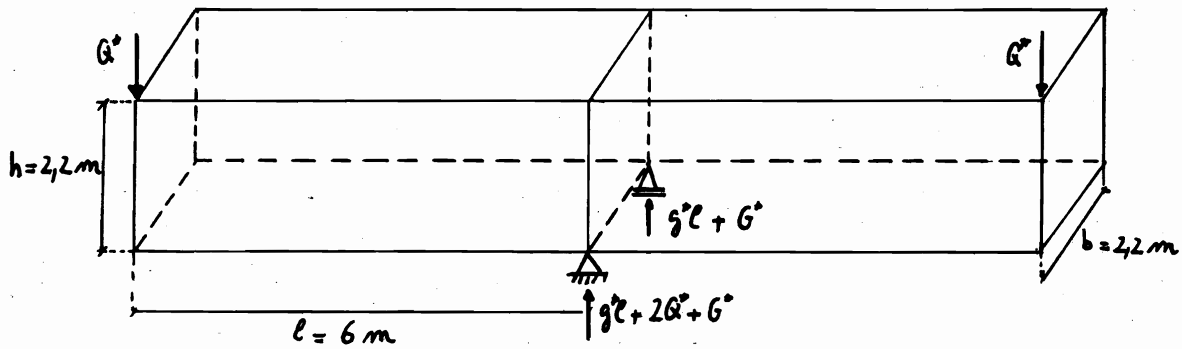
Bewehrungsskizze:



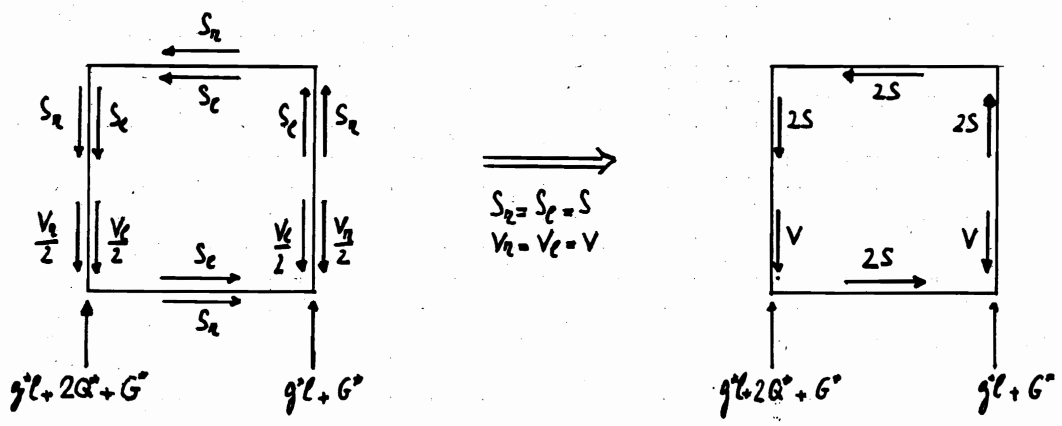
Aufgabe 24

Die aus Aufgabe 23 im Einspannquerschnitt resultierenden Schubflüsse sollen mit einer Auflagerquerscheibe aufgenommen und zu zwei zentrisch unter den beiden Stegen angeordneten Vertikalkraftlagern übertragen werden. Dimensioniere die Auflagerquerscheibe unter der Annahme, dass der 6 m lange Kragträger jenseits der Scheibenebene symmetrisch durch einen gleich ausgebildeten und belasteten Kragträger fortgesetzt wird.

Lösung:



Scheibenbeanspruchung:



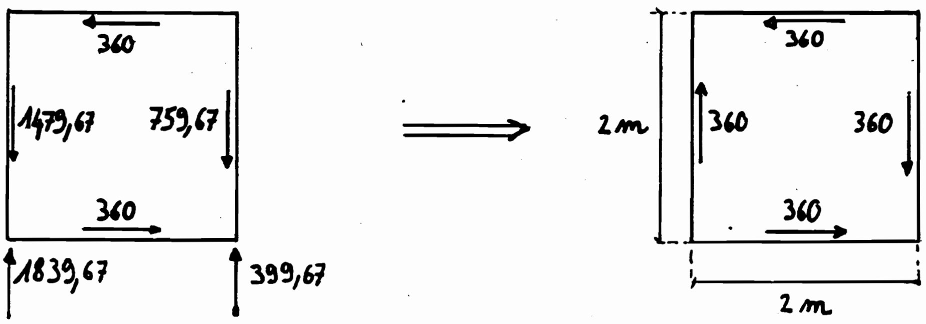
V_l, V_r ... Schubkraft Links/Rechts

S_l, S_r ... Schubkräfte aus Torsion Links/Rechts

Aus Aufgabe 23: $g^* = 62{,}4$ kN/m ; $G^* = 25{,}3$ kN ; $Q^* = 720{,}0$ kN

$V^* = 1119{,}7$ kN ; $T^* = 720{,}0\,\text{kNm} = 2\,\text{m}\; 2S^*$ $\Rightarrow$ $S^* = 180{,}0$ kN

Gesamtbeanspruchung:

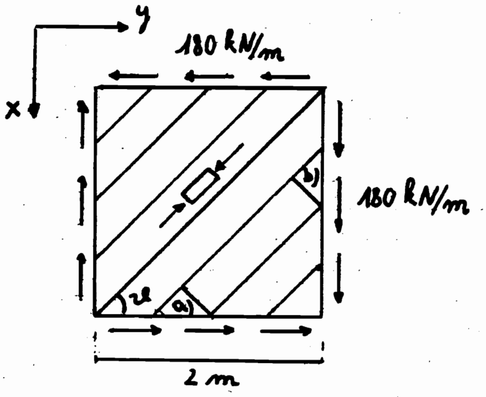


Reiner Schub!

[kN]

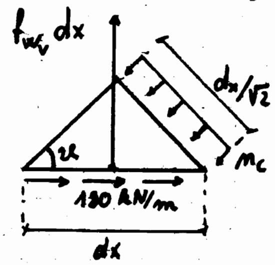
Bemessung:

- Spannungsfelder:



$\vartheta = 45°$

a) Vertikalbewehrung

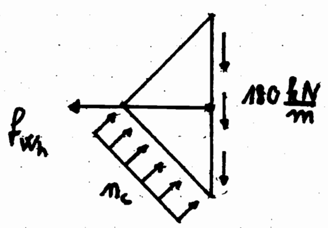


$$\begin{cases} n_c \dfrac{dx}{\sqrt{2}} \dfrac{1}{\sqrt{2}} = 180\ dx & \Rightarrow\ n_c = 360{,}0\ \mathrm{kN/m} \\ f_{wv}\,dx = n_c \dfrac{dx}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2}} & \Rightarrow\ f_{wv} = 180{,}0\ \mathrm{kN/m} \end{cases}$$

Wahl $b = 300\ mm$ $\Rightarrow$ $\sigma_c = \dfrac{360}{0{,}3\ m}\ \mathrm{kN/m} = 1{,}2\ \mathrm{MPa}$

$a_s = \dfrac{f_{wv}}{f_y} = 391{,}3\ \mathrm{mm^2/m'}$ $\Rightarrow$ Mindestbewehrung $\varnothing 10\ @\ 250$

b) Horizontalbewehrung: analoges Vorgehen wie bei Vertikalbewehrung



$$\begin{cases} a_s = 391{,}3\ \mathrm{mm^2/m'} \Rightarrow \text{Mindestbewehrung } \varnothing 10\ @\ 250 \\ \sigma_c = 1{,}2\ \mathrm{MPa} \end{cases}$$

- Fliessbedingung:

Scheibendicke $b = 300\ mm$

$$\begin{cases} \tau = \dfrac{180\ \mathrm{kN/m}}{300\ mm} = 0{,}6\ \mathrm{MPa} \\ \sigma = 0 \end{cases} \quad \text{(Reiner Schub)}$$

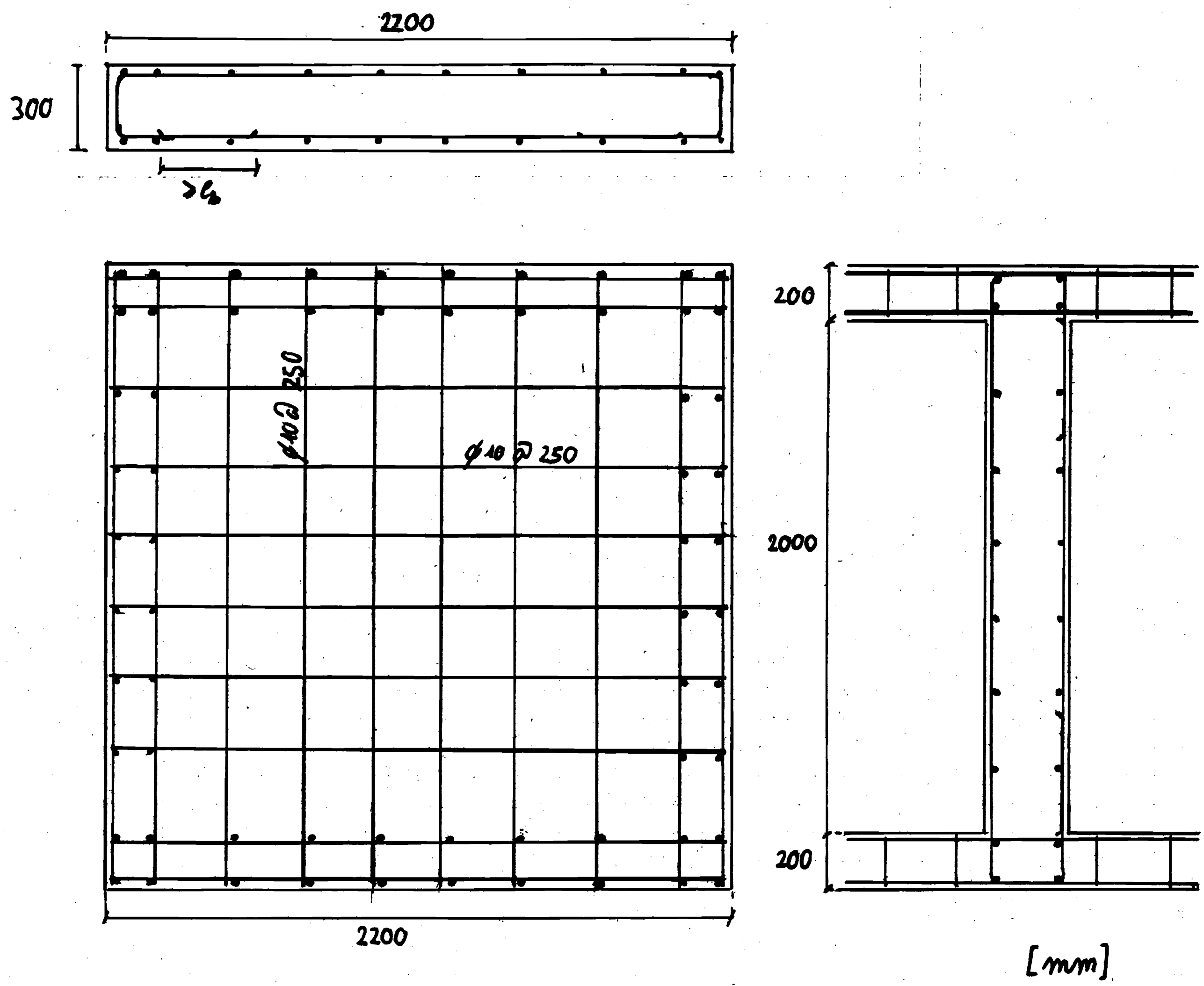
$\vartheta = 45°$ $\Rightarrow$ $K = 1$ (Regime 1)

$$\begin{cases} \rho_x f_y \geq \sigma_x + K\ |\tau_{xy}| \\ \rho_y f_y \geq \sigma_y + \dfrac{1}{K}\ |\tau_{xy}| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{sx} > 391{,}3\ \mathrm{mm^2/m'} \\ a_{sy} > 391{,}3\ \mathrm{mm^2/m'} \end{cases}$$

$\sigma_c = -\tau_{xy}\left(K + \dfrac{1}{K}\right) = -1{,}2\ \mathrm{MPa}$

$\Rightarrow$ Mindestbewehrung $\varnothing 10\ @\ 250$

Bewehrungsskizze :



Aufgabe 25

Eine 4.5 m lange und 3 m hohe Wandscheibe, die auf allen vier Seiten mit kräftigen Flanschplatten verbunden ist, hat in Längsrichtung eine Querkraft von 1 MN (Nutzlast auf Gebrauchsniveau) zu übertragen. Dimensioniere die Wand und ihre Bewehrung unter Voraussetzung von $\gamma_R = 1.2$, $\gamma_q = 1.5$, $f_c = 16$ MPa, $f_y = 460$ MPa. Der Schubanschluss der Flanschplatte und die Weiterleitung der Gurtkräfte in der Flanschplatte sind nicht zu behandeln, und das Eigengewicht darf vernachlässigt werden.

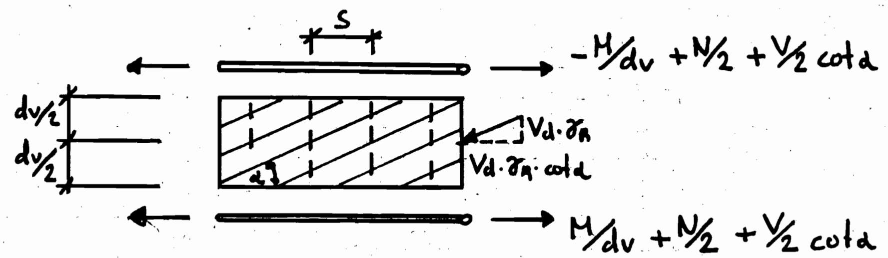
Lösung:

$V_d = \gamma_q \cdot V_{ser} = 1{,}5 \cdot 1{,}0 = 1{,}5$ MN

$\underline{V_d \cdot \gamma_R = 1{,}5 \cdot 1{,}2 = \underline{1{,}8 \text{ MN}}}$

Annahme: Die Wandscheibe wird nur durch die Querkraft belastet

→ Stringer-Querschnitt mit Schubwand.



$d_v = 3000$ mm

Querkraftbemessung gem. SIA 162 / 3 24 2:

Annahme der Diagonalneigung: Wandscheibe ist reine Schubwand → $\alpha = 45°$

Erforderliche Bügelbewehrung: $\underline{A_{sw,erf}} = \dfrac{V_d \cdot \gamma_R \cdot s}{f_y \cdot d_v} = \dfrac{1{,}8 \cdot 10^6}{460 \cdot 300} \cdot s = \underline{1{,}304 \cdot s \text{ mm}^2/\text{mm}}$

$s = 100$ mm, $A_{sw,erf} = 130$ mm² → 2 ⌀ 10, $A_{sw} = 157$ mm²

$s = 150$ mm, $A_{sw,erf} = 195$ mm² → 2 ⌀ 12, $A_{sw} = 226$ mm²

$s = 200$ mm, $A_{sw,erf} = 261$ mm² → 2 ⌀ 14, $A_{sw} = 308$ mm²

$s = 300$ mm, $A_{sw,erf} = 391$ mm² → 2 ⌀ 16, $A_{sw} = 402$ mm²

⇒ **Wahl: z.B. 2-schnittige Bügel ⌀ 14 @ 200mm**

Erforderliche Stegbreite: Versagen der Betondruckdiagonalen

Beton B35/25 → $f_c = 16$ MPa, $f_{cw,min} = 25$ MPa

$f_{c,red} = \zeta \cdot \sin\beta \cdot f_{cw,min}$

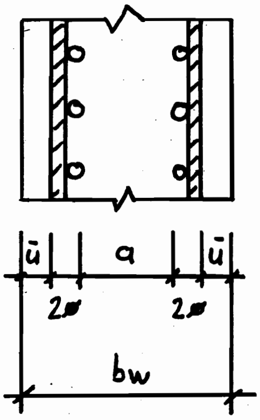
↳ $\beta = 90°$

↳ $\alpha = 45°$, $\zeta = 0{,}65 - \alpha/45° \cdot 0{,}25 = 0{,}4$

$f_{c,red} = 0{,}4 \cdot 25 = 10$ MPa

$$\underline{b_{w,erf}} = \frac{V_d \cdot \gamma_R}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot d_v \cdot f_{c,red}} = \frac{1{,}8 \cdot 10^6}{\sqrt{2}/2 \cdot \sqrt{2}/2 \cdot 3000 \cdot 10} = \underline{120 \text{ mm}}$$

Erforderliche Stegbreite: Konstruktive Minimalabmessung



$\ddot{u} = 30$ mm

$a \simeq 120$ mm (Vibrierlücke)

$\varnothing \simeq 14$ mm (Bewehrung orthogonal)

$\underline{b_{w,erf}} = 2\ddot{u} + 4\varnothing + a = 2 \cdot 30 + 4 \cdot 14 + 120 = \underline{236\,\text{mm}}$

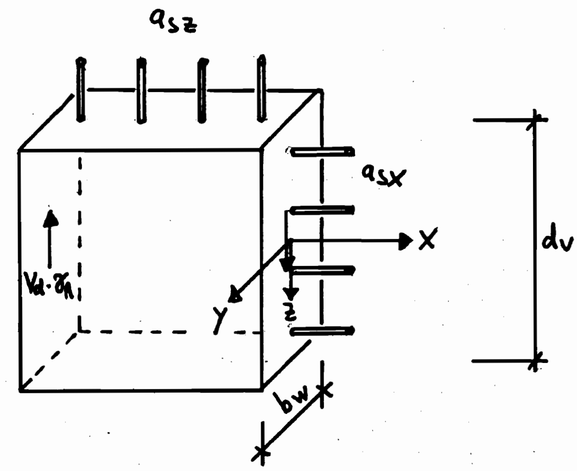
$\Rightarrow$ <u>Wahl: Scheibendicke $b_w = 250$ mm</u>

<u>Aufgabe 26</u>

Die in Aufgabe 25 behandelte Scheibe ist vertikal mit zweischnittigen Bügeln Ø 12 mm in einem Abstand von 300 mm bewehrt. Was für eine Horizontalbewehrung ist erforderlich, und wie dick muss die Scheibe mindestens sein?

Lösung:

Annahme: Die Wandscheibe ist eine reine Schubwand



$V_d \cdot \gamma_R = 1{,}8$ MN

$d_v = 3000$ mm

Beton B 35/25 → $f_c = 16$ MPa

$f_y = 460$ MPa

$a_{sz} = 754$ mm²/m'

(2-schnittige Bügel Ø12 @ 300mm)

Erforderliche Bewehrung a_{sx}:

Regime 1 → Beide Bewehrungen fliessen auf Zug / Beton elastisch

↳ duktiles Verhalten

$$Y_1 = 0 = \tau_{xz}^2 - (\rho_{sx} \cdot f_y - \sigma_x) \cdot (\rho_{sz} \cdot f_y - \sigma_z)$$

$$\underline{\sigma_x = \sigma_y = 0}$$

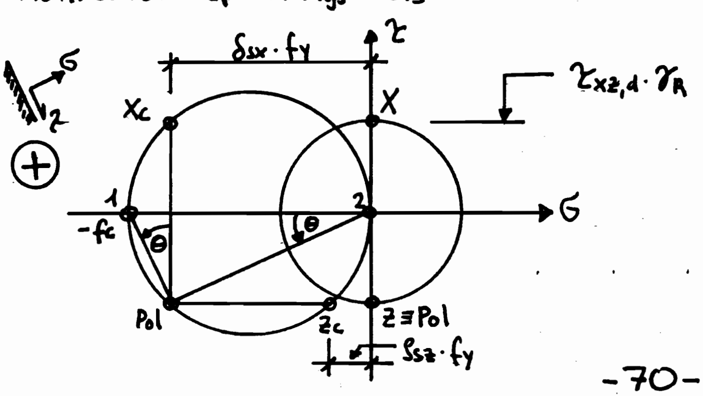
$$\underline{\tau_{xz} = \tau_{xz,d} \cdot \gamma_R = \frac{V_d \cdot \gamma_R}{b_w \cdot d_v}}$$

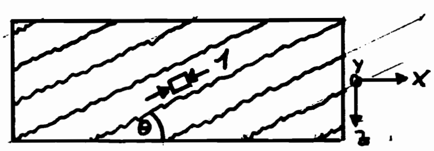
$$Y_1 = 0 = \left(\frac{V_d \cdot \gamma_R}{b_w \cdot d_v}\right)^2 - \left(\frac{a_{sx}}{b_w} \cdot f_y\right)\left(\frac{a_{sz}}{b_w} \cdot f_y\right)$$

$$\underline{a_{sx}} = \left(\frac{V_d \cdot \gamma_R}{d_v \cdot f_y}\right)^2 \cdot \frac{1}{a_{sz}} = \left(\frac{1{,}8 \cdot 10^6}{3000 \cdot 460}\right)^2 \cdot \frac{10^6}{754} = \underline{2256 \text{ mm}^2/\text{m}'}$$

⇒ **Wahl: z.B. Horizontalbewehrung in 2 Lagen Ø12 @ 100mm ($a_{sx} = 2262$ mm²/m')**

Mohrscher Spannungskreis:





Neigung der Betondruckdiagonalen:

$$\tan\Theta = \frac{\tau_{xz}}{\rho_{sx}\cdot f_y} = \frac{\rho_{sz}\cdot f_y}{\tau_{xz}}$$

$$\tan\Theta = \frac{V_d\cdot\gamma_R}{b_w\cdot d_v}\cdot\frac{b_w}{a_{sx}\cdot f_y} = \frac{1{,}8\cdot 10^6}{3000}\cdot\frac{1000}{2256\cdot 460} = 0{,}578$$

$\Rightarrow$ Diagonalneigung $\Theta = 30{,}03°$

Minimale Scheibendicke b_w:

$$f_c = -\sigma_1 = \rho_{sx}\cdot f_y + \rho_{sz}\cdot f_y = \frac{a_{sx}+a_{sz}}{b_w}\cdot f_y$$

$$b_w = \frac{(a_{sx}+a_{sz})\cdot f_y}{f_c} = \frac{(2256+754)\cdot 460}{1000\cdot f_c} = \frac{1384{,}8}{f_c}\left[\frac{MPa\cdot mm}{MPa}\right]$$

effektive Druckfestigkeit der Wandscheibe: $f_c \rightarrow f_{c,eff}$

- Ansatz gem. SIA 162/3 24 211

  $f_{c,red} = -\sigma_1 = (0{,}65 - \alpha/45°\cdot 0{,}25)\cdot\sin\beta\cdot f_{cw,min} = f_{c,eff}$

  $\hookrightarrow \alpha = 30{,}03°$, $\beta = 90°$ (Vertikale Bewehrung)

  $\hookrightarrow$ Beton B 35/25 $\rightarrow f_{cw,min} = 25$ MPa

  $f_{c,red} = (0{,}65 - 30{,}03/45\cdot 0{,}25)\cdot 25 = 12{,}1$ MPa

  $\Rightarrow$ Minimale Scheibendicke $b_w = 114{,}6$ mm

- Ansatz über Zylinderdruckfestigkeit

  $f_{c,red} \simeq 1{,}6\cdot f_{cc}^{2/3} = 1{,}6\cdot(0{,}85\cdot f_{cw,min})^{2/3} = f_{c,eff}$

  $f_{c,red} \simeq 1{,}6\cdot(0{,}85\cdot 25)^{2/3} = 12{,}3$ MPa

  $\Rightarrow$ Minimale Scheibendicke $b_w = 112{,}8$ mm

- Ansatz mit Rechenwert der Druckfestigkeit

  $f_c = 16$ MPa $= f_{c,eff}$

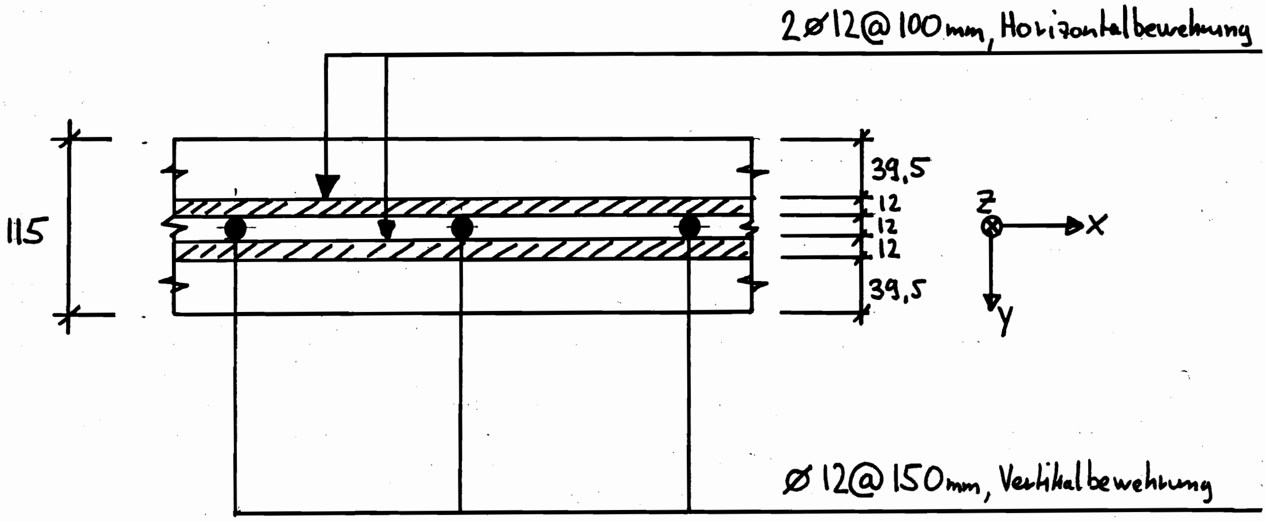
  $\Rightarrow$ Minimale Scheibendicke $b_w = 86{,}5$ mm

N.B. Infolge der positiven Hauptdehnungen quer zur Rissrichtung Θ, wird die Druckfestigkeit in der Wandscheibe reduziert. Der Ansatz mit dem Rechenwert der Druckfestigkeit überschätzt die effektive Druckfestigkeit!

Mögliche Bewehrungsanordnung bei minimaler Scheibendicke und einer Betonüberdeckung ü ≈ 40 mm. Herstellung mit Schalungsvibrator (Vorfabrikation).

⇒ Wahl: Scheibendicke b_w = 115 mm

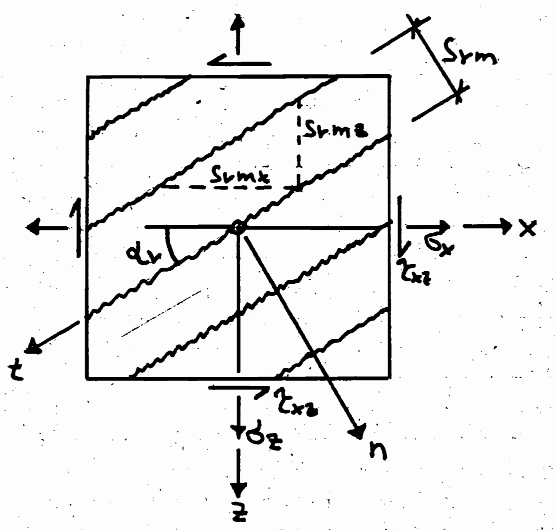
Horizontalschnitt Mst. 1:50



Aufgabe 27

Was für eine Rissrichtung und was für Rissabstände sind für die in Aufgabe 26 behandelte Scheibe (minimale Dicke) im Gebrauchszustand zu erwarten, und wie verändert sich die Hauptdruckrichtung beim Übergang zum Bruchzustand? Rechne mit $E_s = 6.75\,E_c = 205$ GPa sowie $f_{ct} = 2.8$ MPa.

Lösung:



$V_{ser} = 1'000$ kN

$V_d \cdot \gamma_R = 1'800$ kN

$b_w = 115$ mm (Scheibendicke)

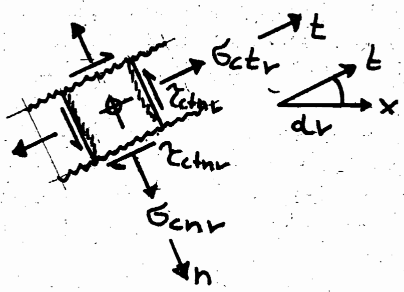
$d_v = 3000$ mm

$a_{sx} = 2262$ mm²/m' (2 ⌀12 @100mm)

$a_{sz} = 754$ mm²/m' (2 ⌀12 @ 300mm)

Gerissenes Scheibenmodell:

Annahme: Risse spannungsfrei → $\sigma_{cnr} = \tau_{ctnr} = 0$



Gleichgewicht am Riss: (1) $\sigma_x = \rho_{sx} \cdot \sigma_{sxr} + \sigma_{ctr} \cdot \cos^2 \alpha_r$

(2) $\sigma_z = \rho_{sz} \cdot \sigma_{szr} + \sigma_{ctr} \cdot \sin^2 \alpha_r$

(3) $\tau_{xz} = -\sigma_{ctr} \cdot \sin\alpha_r \cdot \cos\alpha_r$

↳(1;3) $\sigma_x = \rho_{sx} \cdot \sigma_{sxr} - \tau_{xz} \cdot \cot\alpha_r$

↳(2;3) $\sigma_z = \rho_{sz} \cdot \sigma_{szr} - \tau_{xz} \cdot \tan\alpha_r$

Annahme: Die Wandscheibe ist eine reine Schubwand

$\sigma_x = \sigma_z = 0$

$$\tau_{xz} = \frac{V}{b_w \cdot d_v}$$

A) Ungerissenes Verhalten und Risslast V_r

$f_{ct} = 2{,}8$ MPa, Beitrag der Bewehrung wird vernachlässigt (Rechnung mit reinem Betonquerschnitt)

Reine Schubwand $\longrightarrow$ $\underline{\alpha_r = 45°\,,\quad \sigma_{1r} = f_{ct} = \tau_{xz,r}}$

$\underline{V_r} = \tau_{xz,r} \cdot b_w \cdot d_v = 2{,}8 \cdot 115 \cdot 3000 = \underline{966\ kN}$

B) Gerissen elastisches Verhalten

$n = E_s/E_c = 6{,}75$

$\rho_{sx} = 1{,}967\%$

$\rho_{sz} = 0{,}656\%$

Rissneigung beim Reissen für maximale Rissabstände ($\lambda_x = \lambda_z = 1{,}0$):

$\tau_{xz} = \tau_{xz,r} = f_{ct} = 2{,}8$ MPa

$$\tan^2\alpha_r \cdot \rho_{sx}(1+n\rho_{sz}) + \tan\alpha_r\left(-\frac{f_{ct}}{2\tau_{xz}}(1+n\rho_{sz})\right) = \cot^2\alpha_r \cdot \rho_{sz}(1+n\rho_{sx}) + \cot\alpha_r\left(-\frac{f_{ct}}{2\tau_{xz}}(1+n\rho_{sx})\right)$$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{\text{Rissneigung } \alpha_r = 40{,}212°}}$

Rissabstände ($\lambda_x = \lambda_z = 1{,}0$):

$\tau_{b0} = 2 f_{ct}$

$$\underline{s_{rmx0}} = \frac{\varnothing_x \cdot f_{ct}(1-\rho_{sx})}{2\,\tau_{b0}\,\rho_{sx}} = \frac{12\,(1-0{,}01967)}{4 \cdot 0{,}01967} = \underline{149{,}5\,mm}$$

$$\underline{s_{rmz0}} = \frac{\varnothing_z \cdot f_{ct}(1-\rho_{sz})}{2\,\tau_{b0}\,\rho_{sz}} = \frac{12 \cdot (1-0{,}00656)}{4 \cdot 0{,}00656} = \underline{454{,}6\,mm}$$

$$s_{rm} \le \frac{1}{\frac{\sin\alpha_r}{s_{rmx0}} + \frac{\cos\alpha_r}{s_{rmz0}}} = \left(\frac{0{,}6456}{149{,}5} + \frac{0{,}7637}{454{,}6}\right)^{-1} = 166{,}7\,mm$$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{\text{Maximaler Rissabstand } s_{rm} \le 167\ mm}}$

C) Elastisch - plastische Phase

- Fliessbeginn der schwachen Bewehrung in z - Richtung:

$\sigma_z = 0 = \rho_{sz} \cdot f_y - \tau_{xz,zy} \cdot \tan \alpha_{re}$

$\alpha_{re} = 40{,}212°$

$$\tau_{xz,zy} = \frac{\rho_{sz} \cdot f_y}{\tan \alpha_{re}} = \frac{0{,}00656 \cdot 460}{0{,}8454} = 3{,}57 \text{ MPa}$$

$\underline{V_{zy}} = \tau_{xz,zy} \cdot b_w \cdot d_v = 3{,}57 \cdot 115 \cdot 3000 = \underline{1238{,}8 \text{ kN}}$

Stahlspannung $\sigma_{sx(zy)}$: $\sigma_x = 0 = \rho_{sx} \cdot \sigma_{sx(zy)} - \tau_{xz,zy} \cdot \cot \alpha_{re}$

$\longrightarrow \underline{\sigma_{sx(zy)} = 214{,}5 \text{ MPa}}$

- Bruch: Fliessen beider Bewehrungen

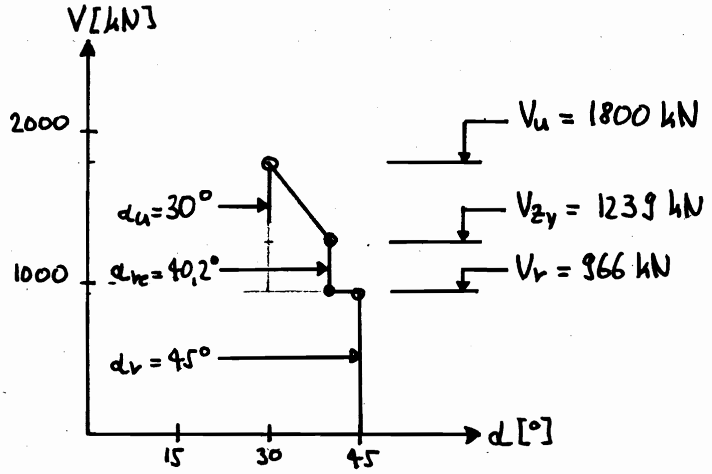
$\sigma_x = 0 = \rho_{sx} \cdot f_y - \tau_{xz,u} \cdot \cot \alpha_u$, bzw. $\sigma_z = 0 = \rho_{sz} \cdot f_y - \tau_{xz,u} \cdot \tan \alpha_u$

$\alpha_u = 30{,}03° \longrightarrow$ Hauptdruckrichtung im Bruchzustand (Klassisches Druckfeldmodell analog Aufgabe 26)

$$\tau_{xz,u} = \frac{\rho_{sx} \cdot f_y}{\cot \alpha_u} = 0{,}01967 \cdot 460 \cdot 0{,}5782 = 5{,}23 \text{ MPa}$$

$\underline{V_u} = \tau_{xz,u} \cdot b_w \cdot d_v = 5{,}23 \cdot 115 \cdot 3000 = 1804{,}4 \text{ kN} \simeq \underline{1800 \text{ kN}}$

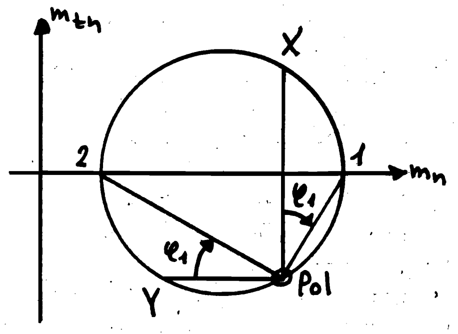
N.B. Die Abweichung beim Bruchwiderstand V_u resultiert daher, da der effektiv eingelegte Bewehrungsgehalt $a_{sx} = 2262 \text{ mm}^2/\text{m}'$ etwas mehr ist als der erforderliche $a_{sx,erf} = 2256 \text{ mm}^2/\text{m}'$ (Siehe auch Aufgabe 26)

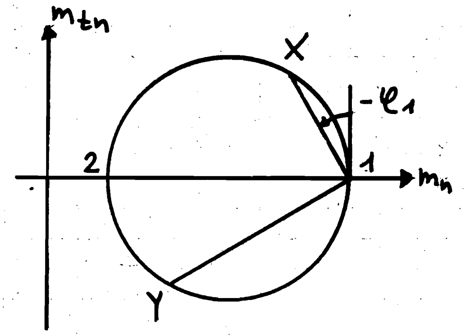


Aufgabe 28

Aus einer Plattenberechnung liegen folgende Hauptbiegemomente pro Längeneinheit auf Bemessungsniveau vor: $m_{1d} = 120$ kN, $m_{2d} = 20$ kN. Die Hauptrichtung 1 schliesst mit der x-Achse einen Winkel von $\varphi_1 = \tan^{-1}(0.5)$ ein. Bemesse die Bewehrung in x- und y-Richtung unter Voraussetzung einer Plattendicke $h = 300$ mm, $\gamma_R = 1.2$, $f_c = 16$ MPa, $f_y = 460$ MPa sowie einer Betonüberdeckung ü ≥ 30 mm.

Lösung:





$\tan(\varphi_1) = 0{,}5 \longrightarrow \varphi_1 = 26{,}565°$

$\underline{m_{xd}} = m_{1d} \cdot \cos^2(-\varphi_1) + m_{2d} \cdot \sin^2(-\varphi_1) = 120 \cdot 0{,}8 + 20 \cdot 0{,}2 = \underline{100 \text{ kNm/m'}}$

$\underline{m_{yd}} = m_{1d} \cdot \sin^2(-\varphi_1) + m_{2d} \cdot \cos^2(-\varphi_1) = 120 \cdot 0{,}2 + 20 \cdot 0{,}8 = \underline{40 \text{ kNm/m'}}$

$\underline{m_{xyd}} = (m_{2d} - m_{1d}) \cdot \sin(-\varphi_1)\cos(-\varphi_1) = (20-120)\cdot(-0{,}447)\cdot 0{,}894 = \underline{40 \text{ kNm/m'}}$

Linearisierte Fliessbedingungen:

$\dfrac{m_{xu}}{\gamma_R} \geq m_{xd} + |m_{xyd}| = \underline{140 \text{ kNm/m'}}$ $\qquad \dfrac{m'_{xu}}{\gamma_R} \geq -m_{xd} + |m_{xyd}| = \underline{-60 \text{ kNm/m'}}$

$\dfrac{m_{yu}}{\gamma_R} \geq m_{yd} + |m_{xyd}| = \underline{80 \text{ kNm/m'}}$ $\qquad \dfrac{m'_{yu}}{\gamma_R} \geq -m_{yd} + |m_{xyd}| = \underline{0}$

$\hookrightarrow$ Es sind keine oberen Biegewiderstände m'_{xu}, bez. m'_{yu} zur Aufnahme der Drillmomente erforderlich ! ($m'_{xu} = m'_{yu} = 0$)

Bemessung: $\rightarrow$ $m_{xu} = 140 \cdot 1{,}2 = 168$ kNm/m'

$\left.\begin{array}{l} \varnothing 20 \text{ @ } 200 \text{ mm} \quad (a_s = 1571 \text{ mm}^2/\text{m'}) \\ d = 300 - 30 - 10 = 260 \text{mm} \end{array}\right\} \quad \omega = \dfrac{1571 \cdot 460}{260 \cdot 1000 \cdot 16} = 0{,}17 < 0{,}4 \rightarrow \text{i.O.}$

$\underline{m_{xR}} = f_c \cdot b \cdot d^2 \omega \cdot (1 - \omega/2) = 16 \cdot 1000 \cdot 260^2 \cdot 0{,}17 \cdot (1 - 0{,}17/2) = \underline{171{,}6 \text{ kNm/m'}}$

$\Rightarrow$ x- Richtung: ⌀20 @200mm, 1. Lage

$\rightarrow$ $m_{yu} = 80 \cdot 1{,}2 = 96$ kNm/m'

$\left.\begin{array}{l} \varnothing 16 \text{ @ } 200 \text{ mm} \quad (a_s = 1005 \text{ mm}^2/\text{m'}) \\ d = 300 - 30 - 20 - 8 = 242 \text{ mm} \end{array}\right\} \quad \omega = \dfrac{1005 \cdot 460}{242 \cdot 1000 \cdot 16} = 0{,}12 < 0{,}4 \rightarrow \text{i.O.}$

$\underline{m_{yR}} = f_c\, b\, d^2 \omega (1 - \omega/2) = 16 \cdot 1000 \cdot 242^2 \cdot 0{,}12 \cdot (1 - 0{,}12/2) = \underline{105{,}2 \text{ kNm/m'}}$

$\Rightarrow$ y- Richtung: ⌀16 @ 200 mm, 2. Lage

Aufgabe 29

Löse Aufgabe 28 für m_{2d} = -30 kN, alle anderen Angaben unverändert.

Lösung:

$\tan(\varphi_1) = 0{,}5 \rightarrow \varphi_1 = 26{,}565°$

$\underline{m_{xd}} = m_{1d} \cdot \cos^2(-\varphi_1) + m_{2d} \cdot \sin^2(-\varphi_1) = 120 \cdot 0{,}8 - 30 \cdot 0{,}2 = \underline{90{,}0 \text{ kNm/m'}}$

$\underline{m_{yd}} = m_{1d} \cdot \sin^2(-\varphi_1) + m_{2d} \cdot \cos^2(-\varphi_1) = 120 \cdot 0{,}2 - 30 \cdot 0{,}8 = \underline{0}$

$\underline{m_{xyd}} = (m_{2d} - m_{1d}) \cdot \sin(-\varphi_1)\cos(-\varphi_1) = (-30-120)(-0{,}447) \cdot 0{,}894 = \underline{60{,}0 \text{ kNm/m'}}$

Linearesierte Fliessbedingungen:

$\frac{m_{xu}}{\gamma_R} \geq m_{xd} + |m_{xyd}| = \underline{150{,}0 \text{ kNm/m'}}$ $\qquad \frac{m'_{xu}}{\gamma_R} \geq -m_{xd} + |m_{xyd}| = \underline{-30{,}0 \text{ kNm/m'}}$

$\frac{m_{yu}}{\gamma_R} \geq m_{yd} + |m_{xyd}| = \underline{60{,}0 \text{ kNm/m'}}$ $\qquad \frac{m'_{yu}}{\gamma_R} \geq -m_{yd} + |m_{xyd}| = \underline{60{,}0 \text{ kNm/m'}}$

↳ in y-Richtung ist zur Aufnahme der Drillmomente eine untere und obere Bewehrung erforderlich! ($m'_{xu} = 0$)

Bemessung: → $m_{xu} = 150{,}0 \cdot 1{,}2 = 180{,}0$ kN

$\left.\begin{array}{l} \varnothing 20 @ 400\text{mm} / \varnothing 22 @ 400\text{mm} \; (a_s = 1735 \text{mm}^2/\text{m'}) \\ d = 300 - 30 - 11 = 259 \text{ mm} \end{array}\right\} \omega = \frac{1735 \cdot 460}{259 \cdot 1000 \cdot 16} = 0{,}19 < 0{,}4 \rightarrow \text{i.O.}$

$\underline{m_{xR}} = f_c \cdot b \cdot d^2 \omega (1 - \omega/2) = 16 \cdot 1000 \cdot 259^2 \cdot 0{,}19 (1 - 0{,}19/2) = \underline{186{,}8 \text{ kN}}$

$\Rightarrow$ x-Richtung: ⌀20 @ 400mm / ⌀22 @ 400mm, 1. Lage
⌀10 @ 200mm, 4. Lage (Konstruktiv)

→ $m_{yu} = m'_{yu} = 60{,}0 \cdot 1{,}2 = 72{,}0$ kN

$\left.\begin{array}{l} \varnothing 14 @ 200 \text{ mm} \; (a_s = 770 \text{ mm}^2/\text{m'}) \\ d = 300 - 30 - 22 - 7 = 241 \text{ mm} \end{array}\right\} \omega = \frac{770 \cdot 460}{241 \cdot 1000 \cdot 16} = 0{,}09 < 0{,}4 \rightarrow \text{i.O.}$

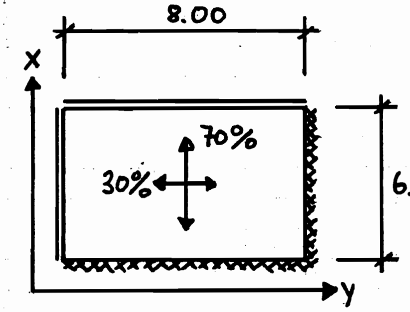
$\underline{m_{yR} = m'_{yR}} = 16 \cdot 1000 \cdot 241^2 \cdot 0{,}09 (1 - 0{,}09/2) = \underline{81{,}4 \text{ kN}}$

$\Rightarrow$ y-Richtung: ⌀14 @ 200mm, 2. und 3. Lage

Aufgabe 30

Eine an zwei angrenzenden Seiten eingespannte und an den gegenüberliegenden Seiten frei drehbar gelagerte Rechteckplatte konstanter Dicke mit Seitenabmessungen von 6 m × 8 m soll neben ihrem Eigengewicht eine Nutzlast von 5 kPa (Gebrauchsniveau) aufnehmen. Wähle die Plattendicke und dimensioniere die Bewehrung unter Voraussetzung von $\gamma_R = 1.2$, $\gamma_g = 1.3$, $\gamma_q = 1.5$, $f_c = 16$ MPa, Betonüberdeckung ü ≥ 20 mm, $f_y = 460$ MPa.

Lösung:



Bemessung nach der Streifenmethode:

Beton B35/25 → $f_c = 16$ MPa, $\tau_c = 0{,}9$ MPa, $f_{ct} = 2{,}5$ MPa

$$\underline{h} \simeq \frac{\ell_x + \ell_y}{60} = \frac{6000 + 8000}{60} = \underline{233\ \text{mm}}$$

↳ N.B. Gültig für Spannweitenverhältnisse $\ell_y/\ell_x \leq 2$

⇒ Wahl: Plattendicke h = 220 mm

Einwirkungen: - Eigengewicht $g = 0{,}22 \cdot 25 = 5{,}5$ kPa

- Nutzlast $q = 5{,}0$ kPa

→ $\underline{q_d} = 1{,}3 \cdot 5{,}5 + 1{,}5 \cdot 5{,}0 = \underline{14{,}7\ \text{kPa}}$

→ $\underline{q_d \cdot \gamma_R} = 1{,}2 \cdot 14{,}7 = \underline{17{,}6\ \text{kPa}}$

Lastaufteilung: 70% in x-Richtung / 30% in y-Richtung / $q_d = q_{dx} + q_{dy}$

$q_{dx} = 0{,}70 \cdot 14{,}7 = 10{,}3$ kPa $q_{dx} \cdot \gamma_R = 12{,}3$ kPa

$q_{dy} = 0{,}30 \cdot 14{,}7 = 4{,}4$ kPa $q_{dy} \cdot \gamma_R = 5{,}3$ kPa

Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissweiten (SIA 162 / 3.33 4)

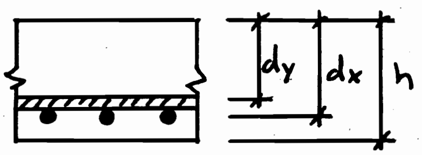
Stababstand s = 150 mm → $\alpha = 1{,}1$, Reine Biegung → $\beta = 0{,}5$

$$\underline{a_{s,min}} = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot f_{ct} \cdot A_{ct}}{f_y} = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot f_{ct} \cdot h/2 \cdot b}{f_y} = \frac{1{,}1 \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 220/2 \cdot 1000}{460} = \underline{329\ \text{mm}^2/\text{m}'}$$

⇒ Wahl: ⌀ 8 @ 150 mm ($a_{sx} = 335$ mm²/m'), 1. Lage in x-Richtung

⌀ 8 @ 150 mm ($a_{sy} = 335$ mm²/m'), 2. Lage in y-Richtung

Untere Biegewiderstände m_{xu} und m_{yu}:



$\underline{d_x} = h - ü - ½⌀ = 220 - 20 - 4 = \underline{196\ \text{mm}}$

$\underline{d_y} = h - ü - 3/2⌀ = 220 - 20 - 12 = \underline{188\ \text{mm}}$

$$\omega_x = \frac{a_{sx} \cdot f_y}{f_c \cdot b \cdot d_x} = \frac{335 \cdot 460}{16 \cdot 1000 \cdot 196} = 0{,}049$$

$$m_{xu} = f_c \cdot b\, d_x^2\, \omega_x \,(1 - \omega_x/2) = 16 \cdot 1000 \cdot 196^2 \cdot 0{,}049 \cdot (1 - 0{,}049/2)$$

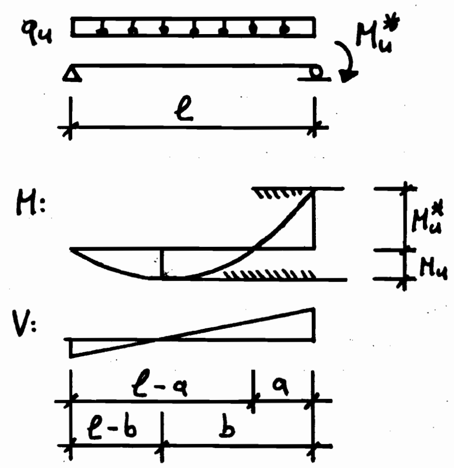
$$\underline{m_{xu} = 29{,}5 \text{ kN}}$$

$$\omega_y = \frac{a_{sy} \cdot f_y}{f_c \cdot b \cdot d_y} = \frac{335 \cdot 460}{16 \cdot 1000 \cdot 188} = 0{,}051$$

$$m_{yu} = f_c \cdot b \cdot d_y^2\, \omega_y \,(1 - \omega_y/2) = 16 \cdot 1000 \cdot 188^2 \cdot 0{,}051 \cdot (1 - 0{,}051/2)$$

$$\underline{m_{yu} = 28{,}2 \text{ kN}}$$

Ermittlung der erforderlichen oberen Biegewiderstände:



$$M_u = \frac{M_u^{*2}}{2 q_u \ell^2} - \frac{M_u^*}{2} + \frac{q_u \ell^2}{8}$$

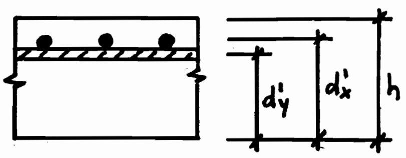
$$\boxed{M_u^* = \frac{q_u \ell^2}{2} - \sqrt{2\, M_u\, q_u\, \ell^2}}$$

$$q_u = \frac{4 M_u + 2 M_u^*}{\ell^2} + \sqrt{\frac{16\, M_u^2 + 16\, M_u M_u^*}{\ell^4}}$$

$$\boxed{a = \ell - \sqrt{\frac{8 M_u}{q_u}} \quad , \quad b = \ell - \sqrt{\frac{2 M_u}{q_u}}}$$

$$\underline{m'_{xu,erf}} = \frac{12{,}3 \cdot 6{,}0^2}{2} - \sqrt{2 \cdot 29{,}5 \cdot 12{,}3 \cdot 6{,}0^2} = \underline{59{,}9 \text{ kN}}$$

$$\underline{m'_{yu,erf}} = \frac{5{,}3 \cdot 8{,}0^2}{2} - \sqrt{2 \cdot 28{,}2 \cdot 5{,}3 \cdot 8{,}0^2} = \underline{30{,}7 \text{ kN}}$$



$$\underline{d'_x} = h - \ddot{u} - ½\,\varnothing_x = 220 - 20 - 6 = \underline{194 \text{ mm}}$$

$$\underline{d'_y} = h - \ddot{u} - \varnothing_x - ½\,\varnothing_y = 220 - 20 - 12 - 5 = \underline{183 \text{ mm}}$$

$$\omega'_{x,erf} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot m'_{xu,erf}}{f_c \cdot b\, d_x'^2}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 59{,}9 \cdot 10^3}{16 \cdot 194^2}} = 0{,}105$$

$$\underline{a'_{sx,erf}} = \frac{\omega'_{x,erf} \cdot b \cdot d'_x \cdot f_c}{f_y} = \frac{0{,}105 \cdot 1000 \cdot 194 \cdot 16}{460} = \underline{709 \text{ mm}^2/\text{m}'} \quad (\text{N.B. } a = 1{,}62\text{m})$$

$\Rightarrow$ Wahl: $\varnothing$ 12 @ 150 mm ($a'_{sx} = 754$ mm²/m'), 4. Lage in x-Richtung

$$\omega'_{y\,erf} = 1-\sqrt{1-\frac{2\cdot m'_{yu,erf}}{f_c\cdot b\, d_y'^2}} = 1-\sqrt{1-\frac{2\cdot 30{,}7\cdot 10^3}{16\cdot 183^2}} = 0{,}059$$

$$\underline{a'_{sy,erf}} = \frac{\omega'_{y,erf}\cdot b\cdot d'_y\cdot f_c}{f_y} = \frac{0{,}059\cdot 1000\cdot 183\cdot 16}{460} = \underline{376\ \mathrm{mm^2/m'}}\ \text{(N.B. } a=1{,}48\,\mathrm{m})$$

$\Rightarrow$ Wahl: $\varnothing 10$ @ 150 mm ($a'_{sy} = 524\ \mathrm{mm^2/m'}$), 3. Lage in y-Richtung

Kontrolle der nominellen Schubspannungen (kritisch = eingespannte Ecke):

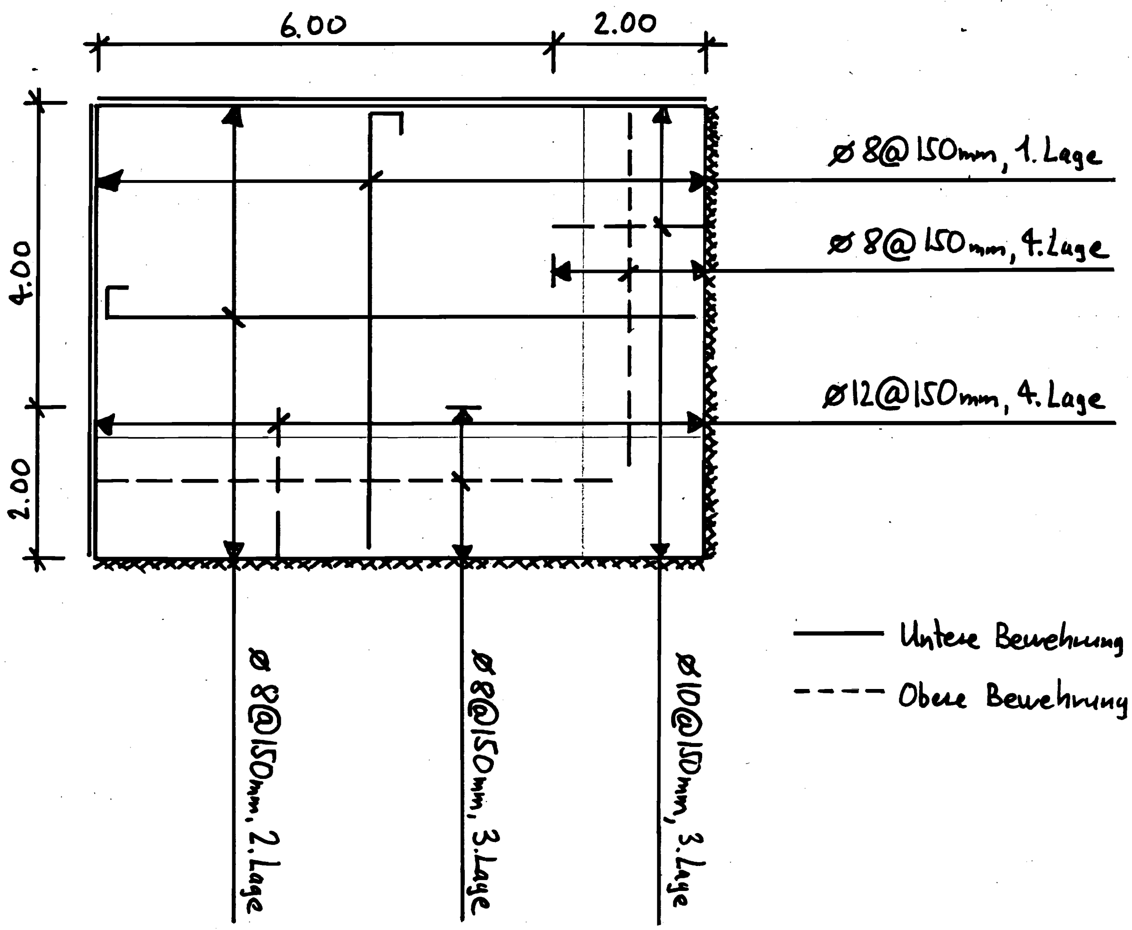
$$V_{dx}\cdot\gamma_R = q_{dx}\cdot\gamma_R\left(\ell_x-\sqrt{\frac{2\,m_{ux}}{q_{dx}\cdot\gamma_R}}\right) = 12{,}3\cdot\left(6{,}0-\sqrt{\frac{2\cdot 29{,}5}{12{,}3}}\right) = 46{,}9\ \mathrm{kN/m'}$$

$$V_{dy}\cdot\gamma_R = q_{dy}\cdot\gamma_R\left(\ell_y-\sqrt{\frac{2\,m_{uy}}{q_{dy}\cdot\gamma_R}}\right) = 5{,}3\cdot\left(8{,}0-\sqrt{\frac{2\cdot 28{,}2}{5{,}3}}\right) = 24{,}9\ \mathrm{kN/m'}$$

Hauptquerkraft $V_{od}\cdot\gamma_R = \gamma_R\cdot\sqrt{V_{dx}^2+V_{dy}^2} = \sqrt{46{,}9^2+24{,}9^2} = 53{,}1\ \mathrm{kN/m'}$

$$\tau_{do}\cdot\gamma_R = \frac{V_{od}\cdot\gamma_R}{\frac{1}{2}(d'_x+d'_y)} = \frac{53{,}1}{\frac{1}{2}(194+183)} = 0{,}28\ \mathrm{MPa} < \tau_c = 0{,}9\ \mathrm{MPa} \rightarrow \text{i.O.}$$

Bewehrungsskizze Mst. 1:100



Aufgabe 31

Eine im Querschnitt kreisförmige Betonstütze mit einem Durchmesser von 600 mm überträgt eine zentrische Druckkraft von 6 MN auf Bemessungsniveau auf eine Fundamentplatte. Wie dick muss diese gewählt werden, um ein Durchstanzversagen auszuschliessen, und was für eine Biegebewehrung ist erforderlich? Eine Bodenpressung von maximal 200 kPa auf Bemessungsniveau darf berücksichtigt werden, $\tau_{c,red} = 1.6\,m\,\tau_c/(1.2\,m + d_m) \le \tau_c = 0.9$ MPa, $\gamma_R = 1.2$, $f_c = 16$ MPa, Betonüberdeckung ü ≥ 40 mm, $f_y = 460$ MPa.

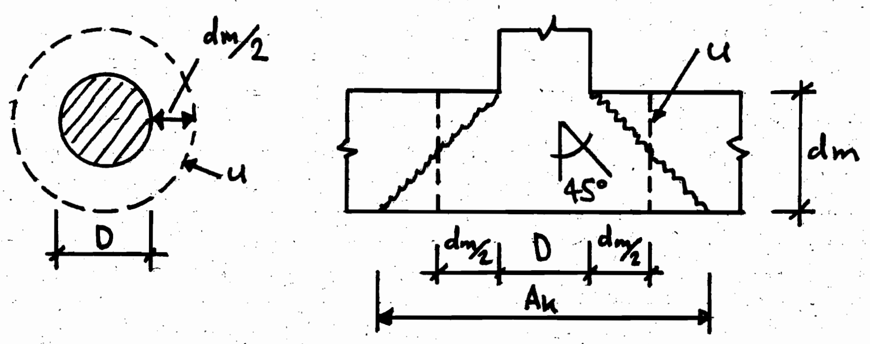
Lösung:

$N_d = -6'000$ kN

Quadratische Fundamentplatte mit Seitenlänge ℓ:

Erforderliche Seitenlänge $\ell_{erf} = \sqrt{\dfrac{-N_d}{\sigma_{b,d}}} = \sqrt{\dfrac{6000}{200}} = \underline{5{,}47\,m}$

Wahl der Fundamentabmessung $\ell \times \ell = 5{,}5\,m \times 5{,}5\,m$



$D = 600\,mm$

$A_K = \dfrac{(D+2d_m)^2\pi}{4}$

$u = (D+d_m)\pi$

A_K ÷ Fläche innerhalb Durchstanzkegel (Last innerhalb dieser Fläche wird direkt abgetragen → erzeugt kein Schub im nominellen Schnitt)

$$V_{R,erf} = -N_d \cdot \gamma_R - \sigma_b \cdot A_K = -N_d \cdot \gamma_R + \frac{N_d \cdot \gamma_R}{\ell^2} \cdot \frac{(D+2d_m)^2\pi}{4}$$

$$V_R = 1{,}8 \cdot \tau_{c,red} \cdot u \cdot d_m = 1{,}8 \cdot \tau_c \frac{1600\,mm}{1200\,mm + d_m} (D+d_m)\pi \cdot d_m$$

$$1{,}2\left(6 \cdot 10^6 - \frac{6 \cdot 10^6}{5500^2}\left(\frac{(600+2d_m)^2\pi}{4}\right)\right) = 1{,}8 \cdot 0{,}9 \frac{1600}{1200+d_m}(600+d_m)\pi \cdot d_m$$

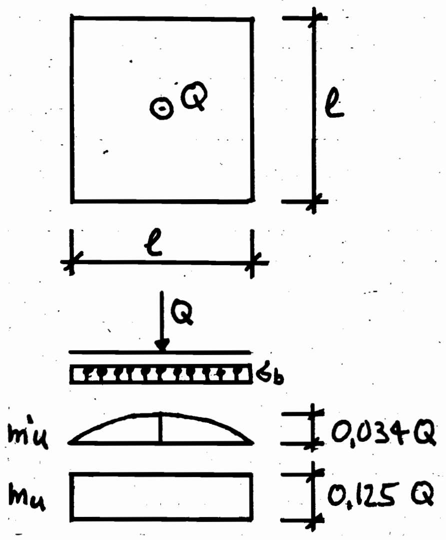
↳ Erforderliche mittlere statische Höhe $d_{m,erf} = 1002\,mm$

↳ Erforderliche Plattenstärke $h = d_{m,erf} + ü + \varnothing = 1002 + 40 + 26 = 1068\,mm$

⇒ Definitive Wahl der Fundamentabmessungen:

$\ell \times \ell \times h = 5{,}5\,m \times 5{,}5\,m \times 1{,}1\,m$

Bemessung der Biegebewehrung gemäss Bemessungsvorschlag von Nielsen:



$Q = -N_d \cdot \gamma_R = 6000 \cdot 1{,}2 = 7200$ kN

Unterer Biegewiderstand:

$\underline{m_u} = 0{,}125\,Q = 0{,}125 \cdot 7200 = \underline{900 \text{ kNm/m'}}$

Oberer Biegewiderstand:

$\underline{m'_u} = 0{,}034 \cdot Q = 0{,}034 \cdot 7200 = \underline{244{,}8 \text{ kNm/m'}}$

Untere Biegebewehrung:

$d_m = h - \ddot{u} - \varnothing = 1100 - 40 - 26 = 1034$ mm

$$\omega_{erf} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2\,m_u}{f_c \cdot d_m^2}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 900 \cdot 10^3}{16 \cdot 1034^2}} = 0{,}054$$

$$\underline{a_{s,erf}} = \frac{\omega \cdot b \cdot d \cdot f_c}{f_y \cdot b} = \frac{0{,}054 \cdot 10^3 \cdot 1034 \cdot 16}{460 \cdot 1} = \underline{1945 \text{ mm}^2/\text{m'}}$$

$\Rightarrow$ Wahl: $\varnothing 26$ @ 250 mm ($a_s = 2124$ mm²/m')

$\underline{\underline{22 \varnothing 26 \text{ @ } 250\text{mm, 1. und 2. Lage}}}$

Obere Biegebewehrung:

$d_m \simeq h - \ddot{u} - \varnothing = 1100 - 40 - 16 = 1044$ mm

$$\omega_{erf} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 244{,}8 \cdot 10^3}{16 \cdot 1044^2}} = 0{,}014$$

$$\underline{a_{s,erf}} = \frac{0{,}014 \cdot 10^3 \cdot 1044 \cdot 16}{460 \cdot 1} = \underline{513 \text{ mm}^2/\text{m'}}$$

$\Rightarrow$ Wahl: $\varnothing 14$ @ 250 mm ($a_s = 616$ mm²/m')

$\underline{\underline{22 \varnothing 14 \text{ @ } 250\text{mm, 3. und 4. Lage}}}$

(Bewehrungsanordnung analog Aufgabe 13)

Aufgabe 32

Die Dicke der in Aufgabe 31 behandelten Fundamentplatte soll durch Anordnen einer Durchstanzbewehrung minimalisiert werden. Wie dick muss die Platte im Minimum sein, und was für Durchstanz- und Biegebewehrungen sind erforderlich?

Lösung:

Der Durchstanzwiderstand kann mit einer Durchstanzbewehrung erhöht werden. Die gesamte Durchstanzlast muss im Krafteinleitungsbereich mit einer Durchstanzbewehrung aufgenommen werden.

$$V_{R,erf} = -N_d\cdot\gamma_R - \sigma_b\cdot A_K = -N_d\cdot\gamma_R + \frac{N_d\cdot\gamma_R}{\ell^2}\cdot\frac{(D+2d_m)^2\pi}{4}$$

$$V_{R,max} = 2{,}7\cdot\tau_c\cdot u\cdot d_m = 2{,}7\cdot\tau_c\cdot(d_m+D)\pi\cdot d_m$$

$$1{,}2\left(6\cdot10^6 - \frac{6\cdot10^6}{5500^2}\left(\frac{(600+2d_m)^2\pi}{4}\right)\right) = 2{,}7\cdot0{,}9\cdot(600+d_m)\pi\cdot d_m$$

↳ Erforderliche mittlere statische Höhe $d_{m,erf} = 670$ mm

↳ Erforderliche Plattenstärke $h = d_{m,erf}+\ddot{u}+\varnothing_e+\varnothing_B = 670+40+26+12 = 748$ mm

⇒ Definitive Wahl der Fundamentabmessungen:

$\ell\times\ell\times h = 5{,}5\text{m}\times5{,}5\text{m}\times0{,}75\text{m}$

Äussere Begrenzung des Krafteinleitungsbereiches:

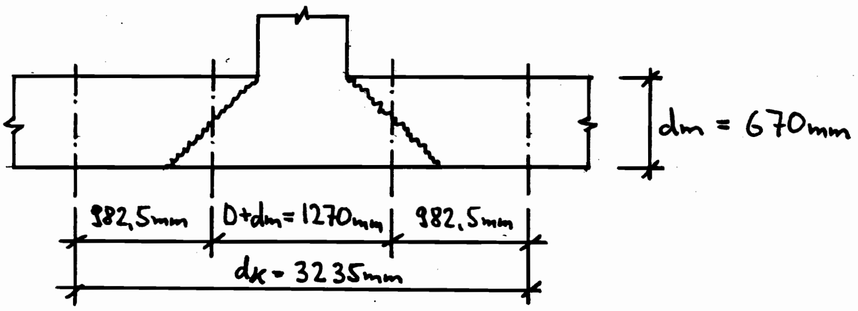
$d_m = 670$ mm

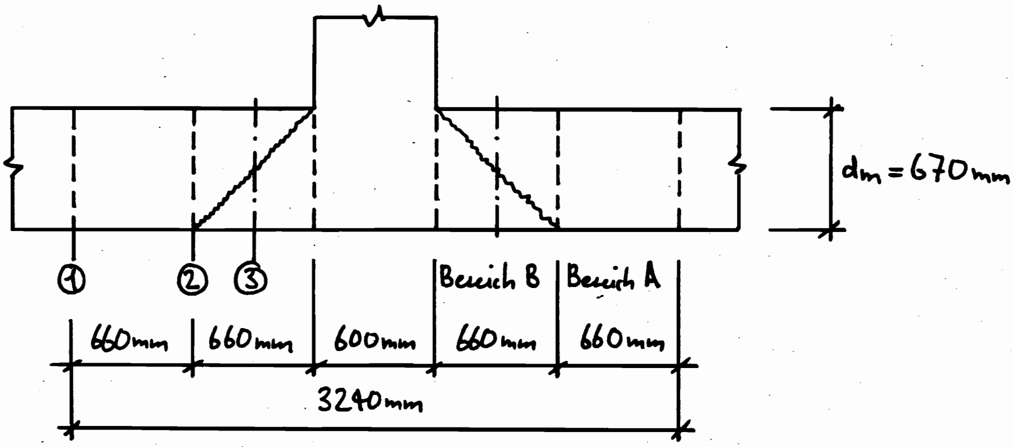
$$V_{R,K} = u_K\cdot d_m\cdot\tau_{c,red} = d_K\cdot\pi\cdot d_m\cdot\tau_{c,red}$$

$$V_{R,K} = -N_d\cdot\gamma_R + \frac{N_d\cdot\gamma_R}{\ell^2}\cdot\frac{d_K^2\pi}{4}$$

$$1{,}2\cdot\left(6\cdot10^6 - \frac{6\cdot10^6}{5500^2}\cdot\frac{d_K^2\pi}{4}\right) = d_K\cdot\pi\cdot670\cdot0{,}9\cdot\frac{1600}{1200+670}$$

↳ Äusserer Durchmesser des Krafteinleitungsbereiches $d_K = 3235$ mm





Bügel im Bereich A:

Bügelkraft $\underline{Z_{wA}} = V_{d①} \cdot \gamma_R = 7200 \cdot \left(1 - \dfrac{3{,}24^2\,\pi}{4 \cdot 5{,}5^2}\right) = \underline{5237{,}6\ \text{kN}}$

$\rightarrow \underline{\rho_{vA}} = \dfrac{5237{,}6 \cdot 10^3}{460} \cdot \dfrac{1}{(3240 - 660) \cdot \pi \cdot 660} = \underline{0{,}213\,\%}$

↳ z.B. ∅12 @ 300mm / 150mm ($\rho_v = 0{,}251\%$)

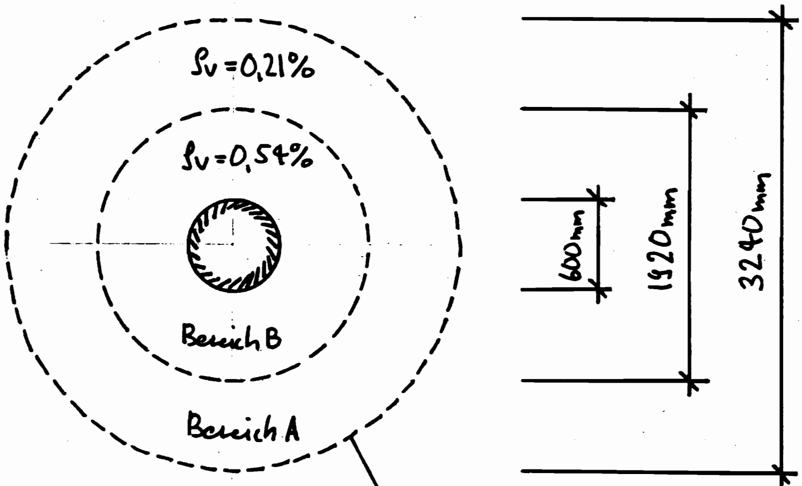
Bügel im Bereich B:

Bügelkraft $\underline{Z_{wB}} = V_{d②} \cdot \gamma_R = 7200 \cdot \left(1 - \dfrac{(3{,}24 - 2 \cdot 0{,}66)^2\,\pi}{4 \cdot 5{,}5^2}\right) = \underline{6510{,}9\ \text{kN}}$

$\rightarrow \underline{\rho_{vB}} = \dfrac{6510{,}9 \cdot 10^3}{460} \cdot \dfrac{1}{(3240 - 3 \cdot 660)\,\pi \cdot 660} = \underline{0{,}542\,\%}$

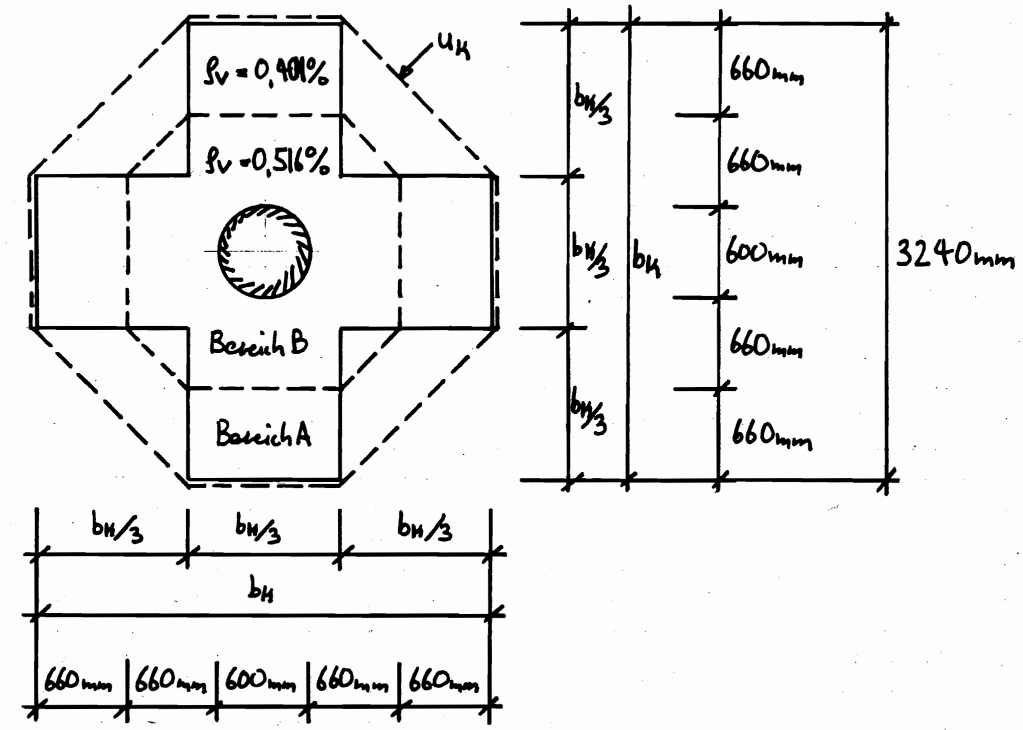
↳ z.B. ∅14 @ 150mm / 150 mm ($\rho_v = 0{,}684\%$)

Bügelanordnung:



$\underline{\tau_d \cdot \gamma_R} = \dfrac{5237{,}6 \cdot 10^3}{3240 \cdot \pi \cdot 670} = \underline{0{,}77\ \text{MPa} = \tau_{c,red}}$

Praktische Bügelanordnung (Kreuzförmige Anordnung):



$A_K = 7/9\, b_K^2$

$u_K = 4/3\, b_K\, (1 + \sqrt{2})$

$V_{R,K} = u_K \cdot d_m \cdot \tau_{c,red} = -N_d \cdot \gamma_R\, (1 - A_K/e^2)$

$\hookrightarrow b_K = 3196\,mm$

Wahl: $b_K = 3240\,mm$

Bereich A: $A_A = A_K = 7/9 \cdot 3{,}24^2 = 8{,}165\,m^2$

$Zw_A = N_d \cdot \gamma_R\, (A_A/e^2 - 1) = 5256{,}6\,kN$

$\rightarrow \rho_{VA} = 5256{,}6 \cdot 10^3 / [460 \cdot (4 \cdot 1080 \cdot 660)] = 0{,}401\,\%$

$\hookrightarrow$ Wahl: $\varnothing 14$ @ 250mm / 150 mm ($\rho_v = 0{,}411\%$)

Bereich B: $A_B = 1{,}92^2 - (1{,}92 - 1{,}08)^2/2 = 3{,}334\,m^2$

$Zw_B = N_d \cdot \gamma_R\, (A_B/e^2 - 1) = 6406{,}5\,kN$

$\rightarrow \rho_{VB} = 6406{,}5 \cdot 10^3 / [460 \cdot ((1080^2 + 4 \cdot 420 \cdot 1080) - (600^2 \pi/4))] = 0{,}516\%$

$\hookrightarrow$ Wahl: $\varnothing 14$ @ 150mm / 150mm ($\rho_v = 0{,}684\%$)

Bemessung der Biegebewehrung gemäss Bemessungsvorschlag von Nielsen:

$Q = -N_d \cdot \gamma_R = 7200 \text{ kN}$

Untere Biegebewehrung: $m_u = 900 \text{ kNm/m'}$

$d_m = h - \ddot{u} - \varnothing_e - \varnothing_B = 750 - 40 - 26 - 14 = 670 \text{ mm}$

$$\omega_{erf} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2\,m_u}{f_c \cdot d_m^2}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 900 \cdot 10^3}{16 \cdot 670^2}} = 0{,}134$$

$$\underline{a_{s,erf}} = \frac{\omega_{erf} \cdot b \cdot d \cdot f_c}{f_y \cdot b} = \frac{0{,}134 \cdot 1000 \cdot 670 \cdot 16}{460 \cdot 1} = \underline{3130 \text{ mm}^2/\text{m'}}$$

$\Rightarrow$ Wahl: $\varnothing 26$ @ 150 mm ($a_s = 3540 \text{ mm}^2/\text{m'}$)

$\underline{\underline{37 \varnothing 26 \text{ @ } 150 \text{ mm, 1. und 2. Lage}}}$

Obere Biegebewehrung: $m_u' = 244{,}8 \text{ kNm/m'}$

$d_m = h - \ddot{u} - \varnothing_e - \varnothing_B = 750 - 40 - 18 - 14 = 678 \text{ mm}$

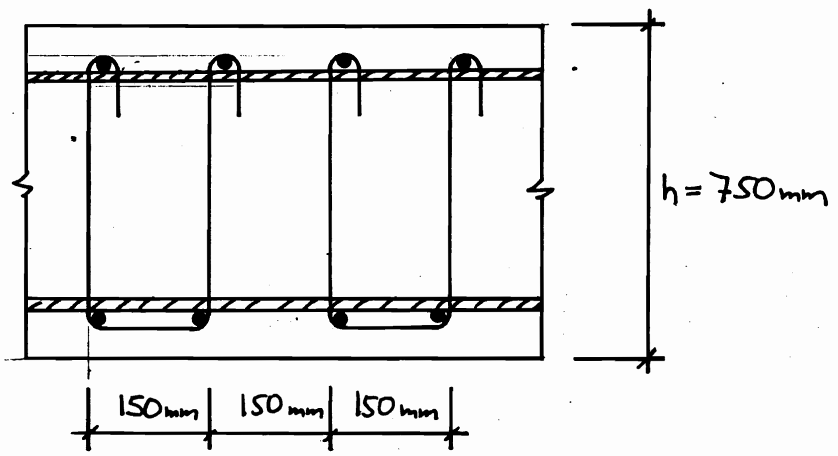
$$\omega_{erf} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 244{,}8 \cdot 10^3}{16 \cdot 678^2}} = 0{,}034$$

$$\underline{a_{s,erf}} = \frac{0{,}034 \cdot 1000 \cdot 678 \cdot 16}{460 \cdot 1} = \underline{798 \text{ mm}^2/\text{m'}}$$

$\Rightarrow$ Wahl: $\varnothing 18$ @ 300 mm ($a_s = 848 \text{ mm}^2/\text{m'}$)

$\underline{\underline{19 \varnothing 18 \text{ @ } 300 \text{ mm, 3. und 4. Lage}}}$

Bügelgeometrie:



Aufgabe 33

Der in Aufgabe 11 behandelte Querschnitt wird zentrisch mit zwei Monolitzen ∅ 0.6″ ($A_p = 2 \times 150 = 300\ mm^2$) vorgespannt und als Zugglied verwendet. Ermittle die Stahl- und Betonspannungen unmittelbar nach dem Spannen unter $\sigma_{p0} = 1239$ MPa und N = 0 unter der Voraussetzung von $E_s = 6.75\ E_c = 205$ GPa und E_p 195 GPa. Wie gross sind die Dekompressionslast N_{dec} und die Bruchlast N_u, wenn der Rechenwert f_{yp} des Vorspannstahls 1590 MPa und die Betonzugfestigkeit $f_{ct} = 2.8$ MPa beträgt? Langzeiteffekte dürfen vernachlässigt werden.

Lösung:

$A_c = 90'000\,mm^2$ (Bruttoquerschnitt)

$A_s = 1256\,mm^2$, $\rho_s = 1{,}396\,\%$, $E_s = 205$ GPa $\rightarrow$ $n_s = 6{,}75$

$A_p = 300\,mm^2$, $\rho_p = 0{,}333\,\%$, $E_p = 195$ GPa $\rightarrow$ $n_p = 6{,}42$

a) Vorspannen ($\sigma_{po} = 1239$ MPa)

$$P_o = A_p \cdot \sigma_{po} = 300 \cdot 1239 = 371{,}7\ kN$$

$$\varepsilon_o = \frac{-\sigma_{po} \cdot \rho_p \cdot n_s}{E_s\,[1 + \rho_s(n_s - 1) - \rho_p]} = \frac{-1239 \cdot 0{,}00333 \cdot 6{,}75}{205\,[1 + 0{,}01396 \cdot (6{,}75 - 1) - 0{,}00333]} = -0{,}126‰$$

$$\underline{\underline{\sigma_{co} = \varepsilon_o \cdot E_c = -0{,}126 \cdot 205/6{,}75 = -3{,}84\ MPa}}$$

$$\underline{\underline{\sigma_{so} = \varepsilon_o \cdot E_s = -0{,}126 \cdot 205 = -25{,}9\ MPa}}$$

b) Dekompressionslast N_{dec} ($\sigma_c = \sigma_s = 0$)

$$N_{dec} = P_o \frac{[1 + \rho_s(n_s - 1) + \rho_p(n_p - 1)]}{[1 + \rho_s(n_s - 1) - \rho_p]} = 371{,}7 \frac{[1 + 0{,}01396 \cdot (6{,}75 - 1) + 0{,}00333 \cdot (6{,}42 - 1)]}{[1 + 0{,}01396 \cdot (6{,}75 - 1) - 0{,}00333]}$$

$$\underline{\underline{N_{dec} = 379{,}1\ kN}}$$

$$\underline{\underline{\sigma_{pdec} = \sigma_{po} - \varepsilon_o E_p = N_{dec}/A_p = 1239 + 0{,}126 \cdot 195 = 1264\ MPa}}$$

c) Risslast N_r (Schwächung des Betonquerschnitts durch Bügel vernachlässigt)

$$N_r = N_{dec} + A_c \cdot f_{ct}\,[1 + \rho_s(n_s - 1) + \rho_p(n_p - 1)]$$

$$N_r = 379'087 + 90'000 \cdot 2{,}8 \cdot [1 + 0{,}01396 \cdot (6{,}75 - 1) + 0{,}00333 \cdot (6{,}42 - 1)]$$

$$\underline{\underline{N_r = 655{,}9\ kN}}$$

Spannungen unmittelbar vor Reissen:

$\sigma_{cro} = f_{ct} = 2{,}8$ MPa

$\sigma_{sro} = n_s \cdot f_{ct} = 18{,}9$ MPa

$\sigma_{pro} = \sigma_{pdec} + n_p \cdot f_{ct} = 1282$ MPa

Spannungen am Riss beim Reissen:

$\sigma_{cr} = 0$

$$\sigma_{sr} = \frac{N_r - N_{dec}}{A_s + A_p \cdot E_p/E_s} = \frac{655'862 - 379'087}{1256 + 300 \cdot 195/205} = 180 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{pr} = \sigma_{pdec} + \frac{N_r - N_{dec}}{A_s \cdot E_s/E_p + A_p} = 1264 + \frac{655'862 - 379'087}{1256 \cdot 205/195 + 300} = 1434 \text{ MPa}$$

N.B. Vordehnung des Spannstahls $\Delta\varepsilon_p = \sigma_{p0}/E_p - \varepsilon_0 = \varepsilon_{pdec} = \sigma_{pdec}/E_p = 6{,}48‰$

d) Bruchlast N_u ($\sigma_s = f_{ys}$, $\sigma_p = f_{yp}$)

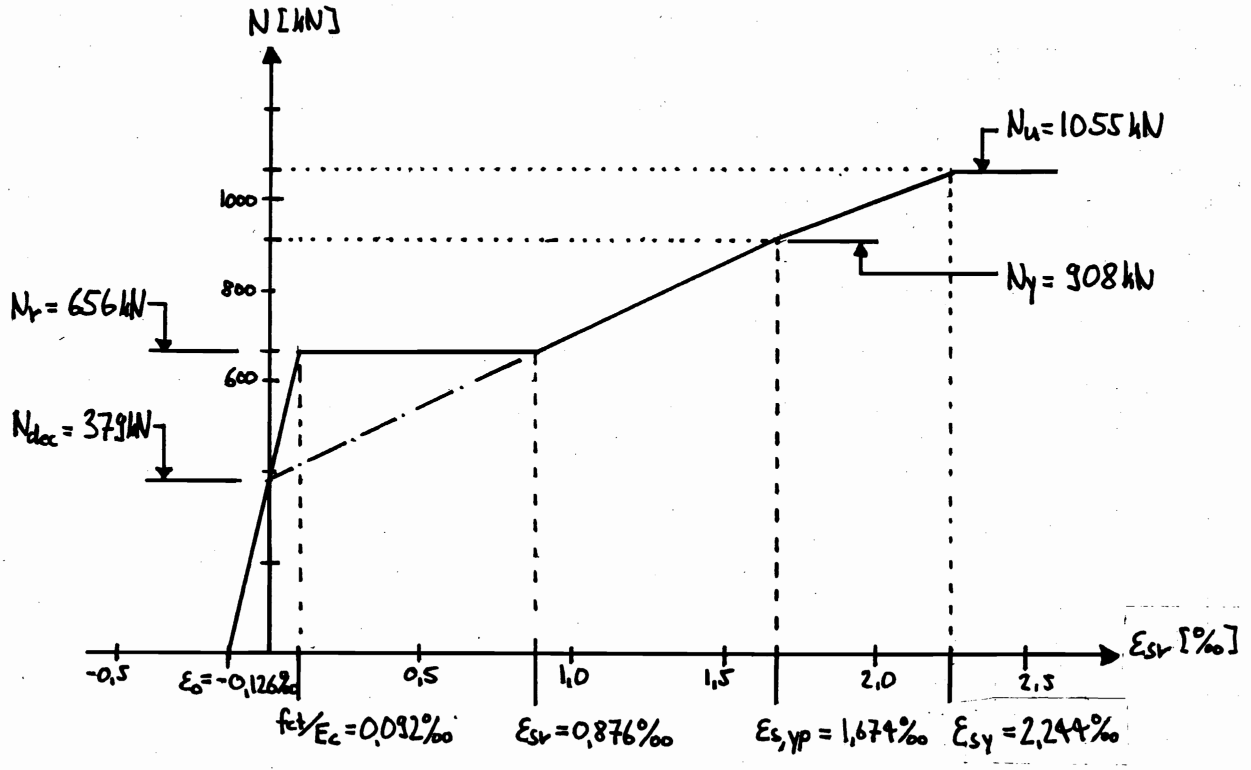
$$N_u = A_s \cdot f_{ys} + A_p \cdot f_{yp} = 1256 \cdot 460 + 300 \cdot 1590 = 1054{,}8 \text{ kN}$$

$$N_u = 1054{,}8 \text{ kN}$$

N.B. Fliesslast der Vorspannung ($\sigma_p = f_{yp}$)

$$\sigma_{sy} = (f_{yp} - \sigma_{pdec}) \cdot E_s/E_p = (1590 - 1264) \cdot 205/195 = 343 \text{ MPa}$$

$$N_y = A_s \cdot \sigma_{sy} + A_p \cdot f_{yp} = 1256 \cdot 343 + 300 \cdot 1590 = 908{,}0 \text{ kN}$$



N.B. $\varepsilon_{s,yp} = \frac{343}{205'000} = 1{,}674‰$

$\varepsilon_{sy} = \frac{460}{205'000} = 2{,}244‰$

Aufgabe 34

Anstatt zweier Monolitzen werden im Beispiel von Aufgabe 33 vier Litzen $\varnothing\ 0.5''$ ($A_p = 4 \times 100 = 400\ mm^2$) in einem Hüllrohr mit einem Durchmesser von 50 mm verwendet, das mit Injektionsmörtel mit einer Würfeldruckfestigkeit $f_{cw} = 40$ MPa verpresst wird. Die Litzen werden auf 1274 MPa vorgespannt, und der Rechenwert ihrer Fliessgrenze f_{yp} beträgt 1640 MPa. Bestimme die Risslast und den erwarteten Rissabstand unter Voraussetzung einer Betonzugfestigkeit f_{ct} von 2.8 MPa. Wie entwickeln sich die Spannungen in der schlaffen Bewehrung und im Spannstahl bis zum Erreichen der Bruchlast?

Lösung:

$A_c = 90'000\ mm^2$ (Bruttoquerschnitt)

$A_s = 1256\ mm^2$, $\rho_s = 1{,}396\%$, $E_s = 205$ GPa $\rightarrow n_s = 6{,}75$

$A_p = 400\ mm^2$, $\rho_p = 0{,}444\%$, $E_p = 195$ GPa $\rightarrow n_p = 6{,}42$

$A_t = 50^2\pi/4 = 1963\ mm^2$, $\rho_t = 2{,}182\%$

a) Vorspannen ($\sigma_{po} = 1274$ MPa)

$$P_o = A_p \cdot \sigma_{po} = 400 \cdot 1274 = 509{,}6\ kN$$

$$\varepsilon_o = \frac{-\sigma_{po} \cdot \rho_p \cdot n_s}{E_s\,[1 + \rho_s(n_s - 1) - \rho_t]} = \frac{-1274 \cdot 0{,}00444 \cdot 6{,}75}{205 \cdot [1 + 0{,}01396 \cdot (6{,}75 - 1) - 0{,}02182]} = -0{,}176‰$$

$$\sigma_{co} = \varepsilon_o \cdot E_c = -0{,}176 \cdot 205/6{,}75 = -5{,}35\ MPa$$

$$\sigma_{so} = \varepsilon_o \cdot E_s = -0{,}176 \cdot 205 = -36{,}1\ MPa$$

b) Dekompressionslast N_{dec} ($\sigma_c = \sigma_s = 0$)

$$N_{dec} = P_o \cdot \frac{[1 + \rho_s(n_s - 1) + \rho_p \cdot n_p - \rho_t]}{[1 + \rho_s(n_s - 1) - \rho_t]} = 509{,}6 \cdot \frac{[1 + 0{,}01396 \cdot (6{,}75 - 1) + 0{,}00444 \cdot 6{,}42 - 0{,}02182]}{[1 + 0{,}01396 \cdot (6{,}75 - 1) - 0{,}02182]}$$

$$N_{dec} = 523{,}3\ kN$$

$$\sigma_{pdec} = \sigma_{po} - \varepsilon_o E_p = N_{dec}/A_p = 1274 + 0{,}176 \cdot 195 = 1308\ MPa$$

c) Risslast N_r (Schwächung des Betonquerschnitts durch Bügel vernachlässigt)

$$N_r = N_{dec} + A_c \cdot f_{ct}\,[1 + \rho_s(n_s - 1) + \rho_p \cdot n_p - \rho_t]$$

$$N_r = 523'339 + 90'000 \cdot 2{,}8 \cdot [1 + 0{,}01396 \cdot (6{,}75 - 1) + 0{,}00444 \cdot 6{,}42 - 0{,}02182]$$

$$N_r = 788{,}4\ kN$$

Spannungen unmittelbar vor Reissen:

$\sigma_{cro} = 2{,}8$ MPa

$\sigma_{sro} = n_s \cdot f_{ct} = 18{,}9$ MPa

$\sigma_{pro} = \sigma_{pdec} + n_p \cdot f_{ct} = 1326$ MPa

Spannungen am Riss beim Reissen (Zustand II):

$\underline{\sigma_{cr} = 0}$

$$\underline{\sigma_{sr}^{II}} = \frac{N_r - N_{dec}}{A_s + A_p \cdot E_p/E_s} = \frac{788'370 - 523'339}{1256 + 400 \cdot 195/205} = \underline{162 \text{ MPa}}$$

$$\underline{\sigma_{pr}^{II}} = \sigma_{pdec} + \frac{N_r - N_{dec}}{A_s \cdot E_s/E_p + A_p} = 1308 + \frac{788'370 - 523'339}{1256 \cdot 205/195 + 400} = \underline{1462 \text{ MPa}}$$

N.B. Vordehnung des Spannstahls $\Delta\varepsilon_p = \sigma_{p0}/E_p - \varepsilon_0 = \varepsilon_{dec} = \sigma_{pdec}/E_p = 6{,}71‰$

Spannungen am Riss beim Reissen (Zuggurtmodell):

$$p_{bp} = 6\left(\pi - 3 + \sqrt{12m - 3}\right)\sqrt{\frac{A_p}{7\pi \cdot m}} = 6\left(\pi - 3 + \sqrt{12 \cdot 4 - 3}\right)\sqrt{\frac{400}{7\pi \cdot 4}} = 87{,}6\,\text{mm}$$

$m \hat{=}$ Anzahl Litzen

$$\tau_{b0p} = 4\sqrt{\frac{f_{cw,m}}{p_{bp}}} = 4\sqrt{\frac{40}{87{,}6}} = 2{,}702\,\text{MPa}$$

$$\tau_{b0s} = 2 f_{ct} = 2 \cdot 2{,}8 = 5{,}6\,\text{MPa}$$

$$\varkappa = \frac{\varnothing \cdot p_{bp} \cdot \tau_{b0p}}{4 \cdot A_p \cdot \tau_{b0s}} = \frac{20 \cdot 87{,}6 \cdot 2{,}702}{4 \cdot 400 \cdot 5{,}6} = 0{,}529$$

$$\Delta\sigma_s = \lambda \frac{f_{ct}(1 - \rho_s - \rho_p)(E_p - \varkappa E_s) \cdot \rho_p}{2(\rho_s E_s + \rho_p E_p)(\rho_s + \varkappa \rho_p)} = \lambda \cdot \frac{2{,}8 \cdot (1 - 0{,}01396 - 0{,}00444) \cdot (195 - 0{,}529 \cdot 205) \cdot 0{,}0444}{2\,(0{,}01396 \cdot 205 + 0{,}00444 \cdot 195) \cdot (0{,}01396 + 0{,}529 \cdot 0{,}0444)}$$

$\underline{\Delta\sigma_s = \lambda \cdot 8{,}7 \text{ MPa}}$

Rissabstand $$s_{rm} = \lambda \cdot s_{rmo} = \lambda \cdot \frac{\varnothing \cdot f_{ct} \cdot (1 - \rho_s - \rho_t)}{2\,\tau_{b0s}\,(\rho_s + \varkappa \rho_p)} = \lambda \cdot \frac{20 \cdot 2{,}8 \cdot (1 - 0{,}01396 - 0{,}02182)}{2 \cdot 5{,}6 \cdot (0{,}01396 + 0{,}529 \cdot 0{,}00444)}$$

Maximaler Rissabstand $\lambda = 1{,}0$:

$\underline{s_{rm} = 296\text{ mm}}$, $\Delta\sigma_s = 8{,}7$ MPa

$\underline{\sigma_{sr}} = \sigma_{sr}^{II} + \Delta\sigma_s = 162{,}0 + 8{,}7 = \underline{171 \text{ MPa}}$

$\underline{\sigma_{pr}} = \sigma_{pr}^{II} - \Delta\sigma_s \cdot A_s/A_p = 1462{,}4 - 8{,}7 \cdot 1256/400 = \underline{1435 \text{ MPa}}$

Minimaler Rissabstand $\lambda = 0{,}5$:

$\underline{s_{rm} = 148\text{ mm}}$, $\Delta\sigma_s = 4{,}4$ MPa

$\underline{\sigma_{sr}} = \sigma_{sr}^{II} + \Delta\sigma_s = 162{,}0 + 4{,}4 = \underline{166 \text{ MPa}}$

$\underline{\sigma_{pr}} = \sigma_{pr}^{II} - \Delta\sigma_s\, A_s/A_p = 1462{,}4 - 4{,}4 \cdot 1256/400 = \underline{1449 \text{ MPa}}$

d) Bruchlast N_u $(\sigma_s = f_{ys},\ \sigma_p = f_{yp})$

$$N_u = A_s \cdot f_{ys} + A_p \cdot f_{yp} = 1256 \cdot 460 + 400 \cdot 1640 = 1233{,}8\ \text{kN}$$

$$\underline{\underline{N_u = 1233{,}8\ \text{kN}}}$$

N.B. Fliesslast der Vorspannung $(\sigma_p = f_{yp})$

a) Zustand II:

$$\underline{\sigma_{sy}^{II}} = (f_{yp} - \sigma_{pdec}) \cdot E_s/E_p = (1640 - 1308) \cdot 205/195 = \underline{349\ \text{MPa}}$$

$$\underline{N_y^{II}} = A_s \cdot \sigma_{sy} + A_p \cdot f_{yp} = 1256 \cdot 349 + 400 \cdot 1640 = \underline{1093{,}9\ \text{kN}}$$

b) Mitwirkung der Betonzugfestigkeit zwischen den Rissen (Zuggurtmodell):

$$\sigma_{sy} = (f_{yp} - \sigma_{pdec} + \Delta\sigma_s \cdot A_s/A_p) \cdot E_s/E_p + \Delta\sigma_s$$

Maximaler Rissabstand $\lambda = 1{,}0$:

$\Delta\sigma_s = 8{,}7\ \text{MPa}$

$$\underline{\sigma_{sy}} = (1640 - 1308 + 8{,}7 \cdot 1256/400) \cdot 205/195 + 8{,}7 = \underline{386\ \text{MPa}}$$

$$\underline{N_y} = A_s \cdot \sigma_{sy} + A_p \cdot f_{yp} = 1256 \cdot 386 + 400 \cdot 1640 = \underline{1140{,}9\ \text{kN}}$$

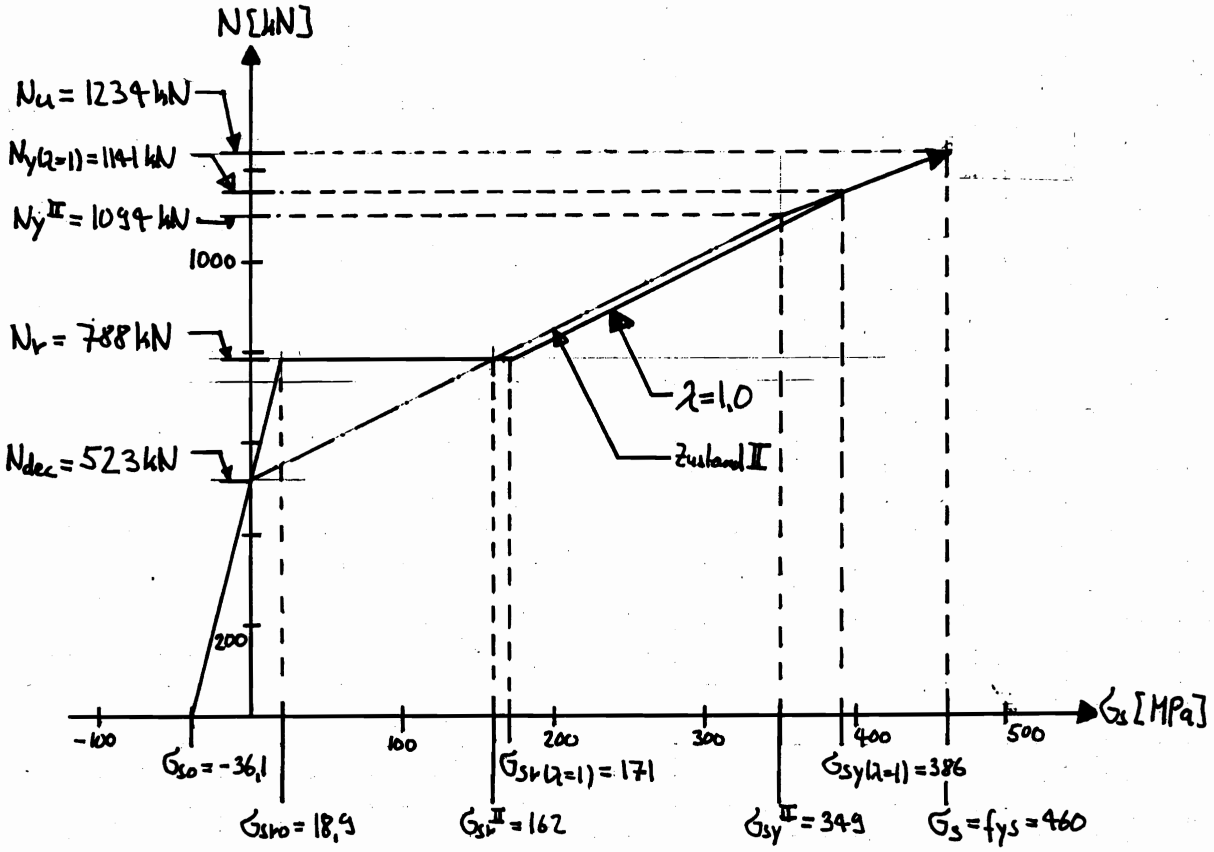
Minimaler Rissabstand $\lambda = 0{,}5$:

$\Delta\sigma_s = 4{,}4\ \text{MPa}$

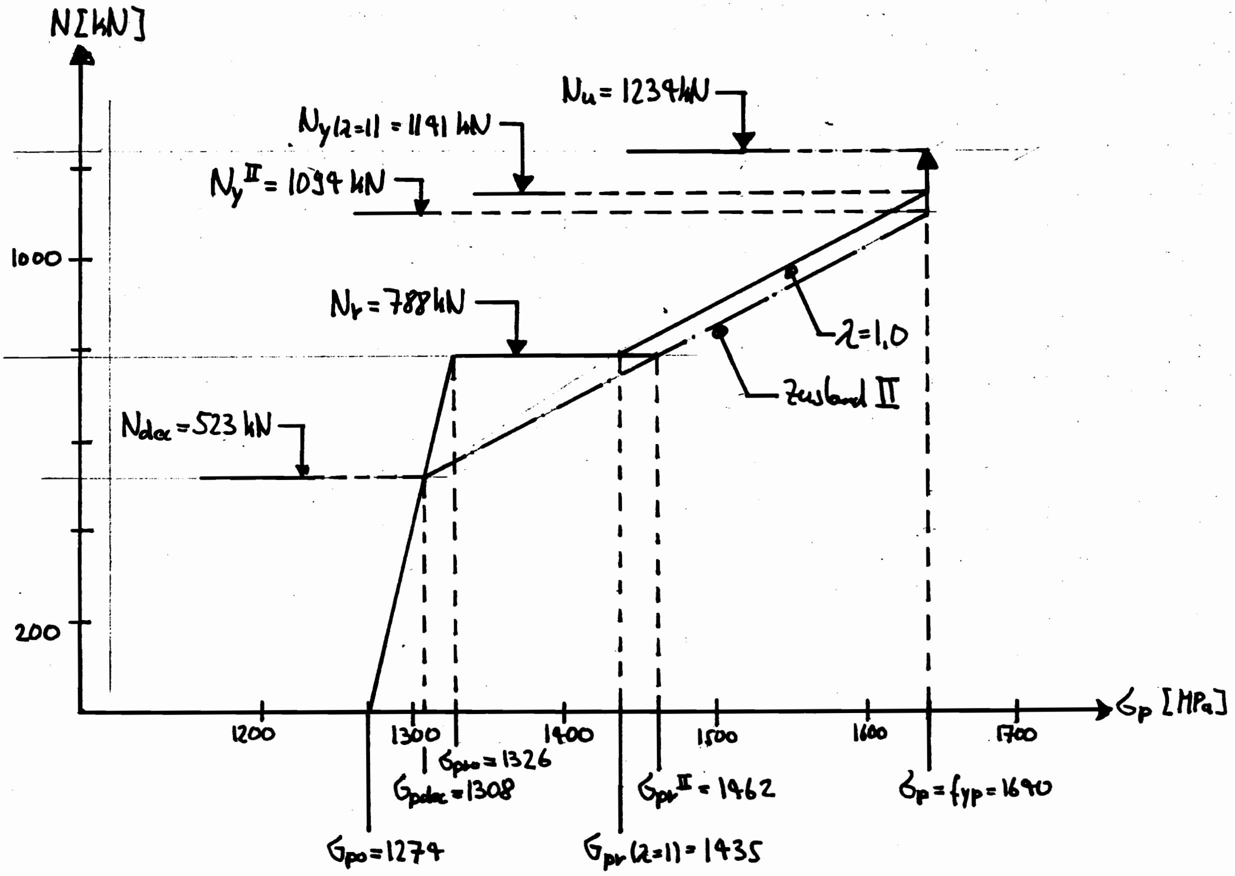
$$\underline{\sigma_{sy}} = (1640 - 1308 + 4{,}4 \cdot 1256/400) \cdot 205/195 + 4{,}4 = \underline{367\ \text{MPa}}$$

$$\underline{N_y} = A_s \cdot \sigma_{sy} + A_p \cdot f_{yp} = 1256 \cdot 367 + 400 \cdot 1640 = \underline{1117{,}4\ \text{kN}}$$

Spannungsentwicklung im schlaffen Stahl:



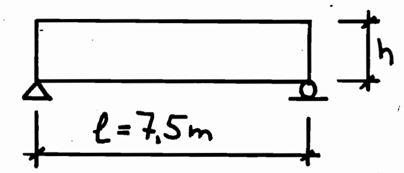
Spannungsentwicklung im Spannstahl



Aufgabe 35

Eine als einfacher Balken über 7.5 m gespannte Platte konstanter Dicke ist teilweise vorzuspannen (Betonüberdeckung ü ≥ 30 mm). Wähle eine zur Aufnahme des Eigengewichts und einer Nutzlast von 8 kPa (Gebrauchsniveau) vernünftige Plattendicke, dimensioniere die Bewehrung ($\gamma_R = 1.2$, $\gamma_g = 1.3$, $\gamma_q = 1.5$, $f_c = 16$ MPa, $f_{ys} = 460$ MPa, Monolitzen Ø 0.5″ mit $f_{yp} = 1640$ MPa, $A_p = 100\ mm^2$, $\sigma_{p0} = 1274$ MPa), schätze die Mittendurchbiegung unter Gebrauchslasten ab und vergleiche das Ergebnis mit jenem der Aufgabe 7 und 8.

Lösung:



B35/25 → $f_c = 16$ MPa, $f_{ct} = 2{,}5$ MPa, $\tau_c = 0{,}9$ MPa

S500 → $f_{ys} = 460$ MPa, $E_s = 205$ GPa

Litze Ø0,5″ → $f_{yp} = 1640$ MPa, $\sigma_{po} = 1274$ MPa, $E_p = 195$ GPa

Plattendicke $h \simeq \ell/30 = 750/30 = 25\ cm$

⇒ Wahl: Plattendicke $h = 250\ mm$ ($g = 6{,}25$ kPa)

$q_d = \gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q = 1{,}3 \cdot 6{,}25 + 1{,}5 \cdot 8 = 20{,}1$ kPa

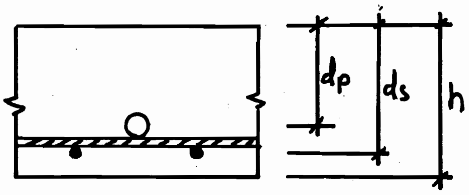
$m_d = \frac{1}{8} q_d \ell^2 = \frac{1}{8} \cdot 20{,}1 \cdot 7{,}5^2 = 141{,}5$ kN

Schlaffe Bewehrung → Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissweiten (SIA 162 / 3 33 4)

$$A_{s,min} = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot f_{ct} \cdot A_{ct}}{f_y} = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot f_{ct} \cdot (h/2 \cdot b)}{f_y} = \frac{1{,}1 \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 250/2 \cdot 1000}{460} = 374\ mm^2/m'$$

(Stababstand $s = 150\ mm$ → $\alpha = 1{,}1$, Reine Biegung → $\beta = 0{,}5$)

⇒ Wahl: Ø10 @ 150 mm ($a_s = 524\ mm^2/m'$), 1. und 2. Lage



Litze Ø0,5″ → Hüllrohrdurchmesser $Ø_{Hüll} = 18\ mm$

$d_s = h - ü - \frac{1}{2} Ø_s = 250 - 30 - 5 = 215\ mm$

$d_p = h - ü - 2Ø_s - \frac{1}{2} Ø_{Hüll} = 250 - 30 - 2 \cdot 10 - 9 = 191\ mm$

⇒ Monolitzen (Vorspannung ohne Verbund) Ø0,5″ @ 150 mm ($a_p = 667\ mm^2/m'$)

Annahmen: Verluste in Vorspannung 20%, Mittendurchbiegung im nominellen Bruchzustand $w_u = \ell/40 = 189\ mm$, Kabellänge $L \simeq \ell = 7{,}5\ m$

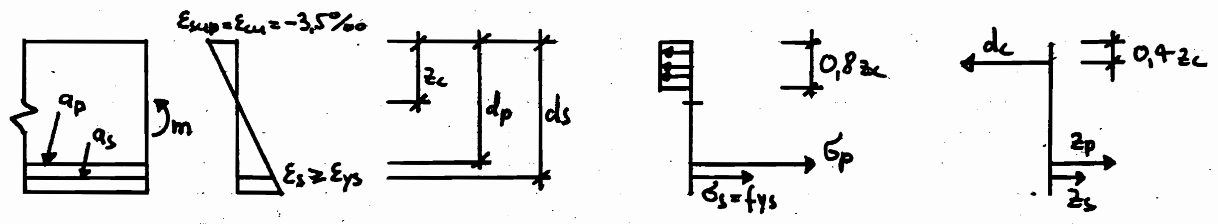
$\sigma_{po} = 1274$ MPa

Spannung im Spannstahl beim Bruchzustand:

$$\sigma_p = \sigma_{p\infty} + \Delta\varepsilon_p \cdot E_p = \sigma_{po} \cdot 0{,}8 + \frac{0{,}075 \cdot d_p}{L} \cdot E_p = 1274 \cdot 0{,}8 + \frac{0{,}075 \cdot 191}{7500} \cdot 195'000$$

$\sigma_p = 1019{,}2 + 372{,}5 = 1392$ MPa $< f_{yp} = 1640$ MPa

Bruchwiderstandsnachweis:



$\Sigma N = 0 = d_c + z_s + z_p$

$0{,}8\, z_c \cdot b \cdot f_c - a_s \cdot f_{ys} - a_p \cdot \sigma_p = 0$

Druckzonenhöhe $\underline{z_c} = \dfrac{a_s \cdot f_{ys} + a_p \cdot \sigma_p}{0{,}8 \cdot b \cdot f_c} = \dfrac{524 \cdot 460 + 667 \cdot 1392}{0{,}8 \cdot 1000 \cdot 16} = \underline{91{,}3\,mm < d_s/2 = 107{,}5\,mm}$

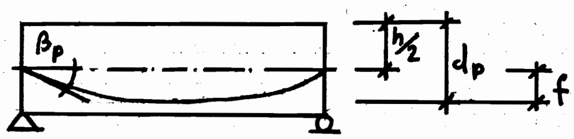
$m_R = a_s \cdot f_{ys} \cdot (d_s - 0{,}4 z_c) + a_p \cdot \sigma_p \cdot (d_p - 0{,}4 z_c) = 524 \cdot 460 \cdot (215 - 0{,}4 \cdot 91{,}3) + 667 \cdot 1392 \cdot (191 - 0{,}4 \cdot 91{,}3)$

$\underline{m_R = 186{,}3\ kN}$

Kontrolle der Stahldehnung: $\varepsilon_s = \frac{-\varepsilon_{cu}}{z_c} \cdot (d_s - z_c) = \frac{3{,}5}{91{,}3} \cdot (215 - 91{,}3) = 4{,}74‰ > \varepsilon_{ys} = 2{,}24‰ \rightarrow$ i.O.

$\Rightarrow$ Nachweis: $\underline{\underline{m_R/\gamma_R = 155{,}3\ kN > m_d = 141{,}5\ kN \rightarrow \text{i.O.}}}$

Schubnachweis:



Die Monolitzen werden parabolisch eingelegt!

Pfeilhöhe der Kabelgeometrie: $f = d_p - \frac{1}{2} h = 191 - \frac{1}{2} \cdot 250 = 66\,mm$

Kabelneigung β_p beim Auflager: $\beta_p = \tan^{-1}(4f/\ell) = \tan^{-1}(4 \cdot 66/7500) = 2{,}016°$

$\underline{\Delta V_R} = a_p \cdot \sigma_{p\infty} \cdot \sin\beta_p = a_p \cdot \sigma_{p0} \cdot 0{,}8 \cdot \sin\beta_p = 1274 \cdot 0{,}8 \cdot 667 \cdot 0{,}0352 = \underline{23{,}9\ kN/m'}$

$\underline{V_R} = d_s \cdot \tau_c = 215 \cdot 0{,}9 = \underline{193{,}5\ kN/m'}$

$\underline{V_R + \Delta V_R} = 193{,}5 + 23{,}9 = \underline{217{,}4\ kN/m'}$

$\underline{V_d} = \frac{1}{2}\, q_d \cdot \ell = \frac{1}{2} \cdot 20{,}1 \cdot 7{,}5 = \underline{75{,}5\ kN/m'}$

$\Rightarrow$ Nachweis: $\underline{\underline{(V_R + \Delta V_R)/\gamma_R = 181{,}2\ kN/m' > V_d = 75{,}5\ kN/m' \rightarrow \text{i.O.}}}$

Bemerkung: Die Annahme der langfristigen Verluste in der Vorspannung von 20% stellt einen konservativen Wert dar. In Wirklichkeit dürfte dieser bei ca. 10 – 15% liegen.

Bemerkung: Bei vorgespannten Platten ohne Verbund kann gemäss SIA 162/4 43 3 die schlaffe Mindestbewehrung reduziert werden ($\rho_{s,min} = 0{,}15\% - \frac{1}{2} \rho_p$).

Abschätzung der Mittendurchbiegung

Langfristige Umlenkkraft $u_{p\infty}$ infolge Vorspannung:

$$\underline{u_{p\infty}} = \frac{8\cdot(a_p\cdot\sigma_{p\infty})\cdot f}{\ell^2} = \frac{8\cdot a_p\cdot\sigma_{po}\cdot 0{,}8\cdot f}{\ell^2} = \frac{8\cdot 667\cdot 1274\cdot 0{,}8\cdot 66}{7500^2} = \underline{6{,}38\ \text{kPa}}$$

↳ Das Eigengewicht $g = 6{,}25$ kPa wird durch die Vorspannung kompensiert.

Rissmoment m_r am reinen Betonquerschnitt (Bewehrung vernachlässigt):

$$m_r = \left(f_{ct} - \frac{n_{ser}}{A_c}\right)\cdot W_c = \left(f_{ct} + \frac{a_p\cdot\sigma_{po}\cdot 0{,}8}{b\,h}\right)\cdot\frac{b h^2}{6} = \left(2{,}5 + \frac{667\cdot 1274\cdot 0{,}8}{1000\cdot 250}\right)\cdot\frac{1000\cdot 250^2}{6}$$

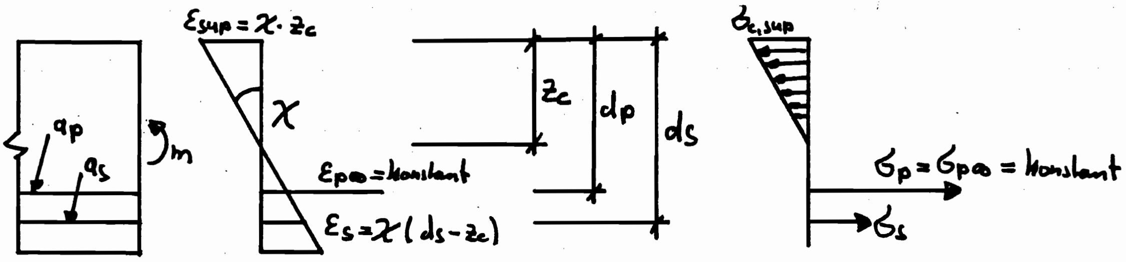
$$\underline{m_r = 54{,}4\ \text{kN}}$$

$$\underline{m_{ser}} = \frac{(g+q-u_{p\infty})\cdot\ell^2}{8} = \frac{(6{,}25+8{,}0-6{,}38)\cdot 7{,}5^2}{8} = \underline{55{,}4\ \text{kN}}$$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{m_{ser} = 55{,}4\ \text{kN} > m_r = 54{,}4\ \text{kN} \longrightarrow \text{Querschnitt im Feld gerissen!}}}$

Gerissener Zustand:

Die Nutzlast wirkt kurzfristig → Die Mittendurchbiegung wird mit dem Kurzzeitwert der gerissenen Biegesteifigkeit (Zustand II) ermittelt.



$E_c = 10\cdot f_{cc}^{1/3} = 10\cdot 28^{1/3} = 30{,}4$ GPa

$E_s = 205$ GPa $\longrightarrow$ $n_s = 6{,}75$

$E_p = 195$ GPa $\longrightarrow$ $n_p = 6{,}42$

a) Normalkraftbedingung $\Sigma N = 0$:

$$\varepsilon_c\cdot E_c\cdot b\cdot z_c/2 - \varepsilon_s\cdot E_s\cdot a_s - \sigma_{p\infty}\cdot a_p = 0$$

$$\chi\cdot E_c\cdot\left[\frac{z_c^2\, b}{2} - n_s\cdot a_s\cdot(d_s - z_c)\right] = \sigma_{po}\cdot 0{,}8\cdot a_p$$

$$\text{(I)}\quad \underline{\chi = \frac{\sigma_{po}\cdot 0{,}8\cdot a_p}{E_c\cdot\left[\frac{z_c^2\cdot b}{2} - n_s\cdot a_s\cdot(d_s - z_c)\right]}}$$

b) Momentenbedingung:

$$M_{ser} = \varepsilon_c \cdot E_c \cdot b \cdot z_c^2/3 + \varepsilon_s \cdot E_s \cdot a_s \cdot (d_s - z_c) + \sigma_{p\infty} \cdot a_p \cdot (d_p - z_c)$$

$$M_{ser} = \chi \cdot E_c \cdot \left[\frac{b z_c^3}{3} + n_s \cdot a_s \cdot (d_s - z_c)^2 \right] + \sigma_{po} \cdot 0{,}8 \cdot a_p \cdot (d_p - z_c)$$

$$(\mathrm{II}) \qquad \chi = \frac{M_{ser} - \sigma_{po} \cdot 0{,}8 \cdot a_p \cdot (d_p - z_c)}{E_c \cdot \left[\frac{b z_c^3}{3} + n_s \cdot a_s \cdot (d_s - z_c)^2 \right]}$$

Bestimmungsgleichung für Druckzonenhöhe z_c ($\mathrm{I} = \mathrm{II}$):

$$\frac{\sigma_{po} \cdot 0{,}8 \cdot a_p}{\left[z_c^2 b/2 - n_s \cdot a_s \cdot (d_s - z_c) \right]} = \frac{M_{ser} - \sigma_{po} \cdot 0{,}8 \cdot a_p \cdot (d_p - z_c)}{\left[z_c^3 b/3 + n_s \cdot a_s \cdot (d_s - z_c)^2 \right]}$$

Betondruckzonenhöhe und Krümmung in Feldmitte:

$$m_{ser} = \frac{(g+q) \cdot \ell^2}{8} = \frac{(6{,}25 + 8) \cdot 7{,}5^2}{8} = \underline{100{,}2 \text{ kN}}$$

$b = 1000 \text{ mm}$, $d_s = 215 \text{ mm}$, $d_p = 191 \text{ mm}$

$\longrightarrow$ $\underline{z_c = 143{,}3 \text{ mm}}$

$\underline{\chi = 2{,}234 \cdot 10^{-6} \text{ rad/mm} = 2{,}234 \text{ mrad/m}}$

Betondruckzonenhöhe und Krümmung in Viertelspunkt:

$$m_{ser} = \frac{3}{4} \cdot \frac{(g+q) \cdot \ell^2}{8} = \frac{3 \cdot (6{,}25+8) \cdot 7{,}5^2}{4 \cdot 8} = \underline{75{,}1 \text{ kN}}$$

$b = 1000 \text{ mm}$, $d_s = 215 \text{ mm}$, $d_p = h/2 + 3/4 \cdot f = 250/2 + 3/4 \cdot 66 = 174{,}5 \text{ mm}$

$\longrightarrow$ $\underline{z_c = 193{,}5 \text{ mm}}$

$\underline{\chi = 1{,}1995 \cdot 10^{-6} \text{ rad/mm} = 1{,}1995 \text{ mrad/m}}$

N.B. In den gerissenen Bereichen der Platte ist die Krümmung nicht direkt proportional zum Biegemoment. Die Betondruckzonenhöhe ist variabel, bzw. eine Funktion des Verhältnisses des äusseren Momentes $m_{ser}(g,q)$ zur Vorspannkraft $P_\infty = \sigma_{p\infty} \cdot a_p$.

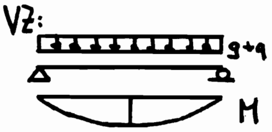
Mittendurchbiegung w_m:

Vereinfachungen für die Berechnung:

- Der Einfluss der ungerissenen Bereiche wird nicht berücksichtigt.
- Der Einfluss der Zugversteifung wird nicht berücksichtigt.
- Die Verformungsberechnung wird einer konstanten Biegesteifigkeit $E_c i_c^{II}$ zugrundegelegt, die im ungünstigsten Querschnitt ermittelt wird.

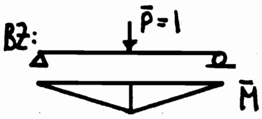
  → Minimale Biegesteifigkeit in Feldmitte (konservatives Modell)

VZ:



$$w_m = \frac{5}{12} \cdot \frac{\bar{M} \cdot M}{EI} \cdot \ell$$

BZ:



$$EI = E_c i_c^{II} = \frac{m_{ser}}{\chi} = \frac{100{,}2 \cdot 10^6}{2{,}234 \cdot 10^{-6}} = 44'846{,}7 \text{ kNm}^2/\text{m}'$$

$$\underline{w_{m(g+q)}} = \frac{5}{12} \cdot \frac{\ell}{4} \cdot \chi \cdot \ell = \frac{5 \cdot \ell^2 \cdot \chi}{48} = \frac{5 \cdot 7500^2 \cdot 2{,}234 \cdot 10^{-6}}{48} = \underline{13{,}1 \text{ mm}}$$

⇒ **Mittendurchbiegung infolge Eigengewicht und Nutzlast: $w_{m(g+q)} = 13{,}1$ mm**

N.B. Mittendurchbiegung am ungerissenen Betonquerschnitt:

$$\underline{w_{m(g+q)}} = \frac{5 \cdot (g+q-u_{p\infty}) \cdot \ell^4}{384 \cdot E_c \cdot (bh^3/12)} = \frac{5 \cdot (6{,}25+8{,}0-6{,}38) \cdot 7500^4}{384 \cdot 30{,}4 \cdot 10^3 \cdot (1000 \cdot 250^3/12)} = \underline{8{,}2 \text{ mm}}$$

Vergleich mit Aufgabe 7 und 8:

Mittendurchbiegung unter Eigengewicht (Kriecheinflüsse berücksichtigt):

$$\underline{w_{m(g)}} = \frac{5 \cdot g \cdot \ell^4}{384 \cdot E_{c,\infty} \cdot i_{cd,\infty}^{II}} = \frac{5 \cdot 7{,}5 \cdot 7500^4}{384 \cdot 12{,}368 \cdot 10^{12}} = \underline{25{,}0 \text{ mm}}$$

Mittendurchbiegung unter Nutzlast (Kurzzeitwert):

$$\underline{w_{m(q)}} = \frac{5 \cdot q \cdot \ell^4}{384 \cdot E_{c,0} \cdot i_{cd,0}^{II}} = \frac{5 \cdot 8{,}0 \cdot 7500^4}{384 \cdot 16{,}133 \cdot 10^{12}} = \underline{20{,}4 \text{ mm}}$$

N.B. Die schlaff bewehrte Platte in Aufgabe 7, bzw. 8 weist eine Plattendicke $h = 300$ mm und eine untere Bewehrung ⌀18@150mm auf.
Die Durchbiegung infolge Eigengewicht kann mit einer Ueberhöhung kompensiert werden.

Aufgabe 36

Entwerfe für die Problemstellung der Aufgabe 15 einen im Spannbett mit Litzen Ø 0.5″ ($A_p = 100\ mm^2$, $f_{yp} = 1640$ MPa, $\sigma_{p0} = 1274$ MPa) vorzuspannenden Doppel-T-Querschnitt aus Beton B 50/40 ($f_c = 26$ MPa, $E_c \approx 34.2$ GPa). Ermittle näherungsweise die Mittendurchbiegung im Gebrauchszustand und vergleiche das Ergebnis mit jenem der Aufgaben 15 und 16.

Lösung:

Nutzlast $q = 3$ kPa

Spannweite $\ell = 16\ m$

Betonabmessungen:

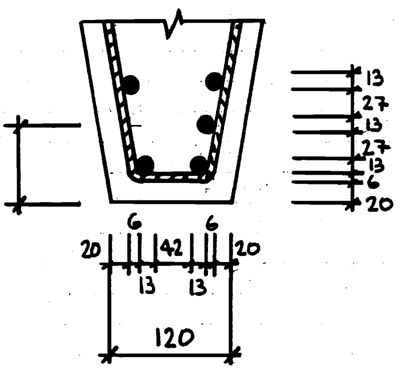
Elementbreite: $b = 2{,}0\ m$

Stegabstand: $a = 1{,}18\ m$

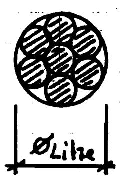
Stegdicke: $b_w = (\ddot{u} + \varnothing_{Bügel} + \varnothing_{Litze}) \cdot 2 + s$

$b_w = (20 + 6 + 13) \cdot 2 + 40 = 118\ mm$

↳ Wahl: $b_w = 120\ mm$



Litzen Ø 0,5″ ⟶ 7 Drähte à $\varnothing_D = 4{,}3\ mm$



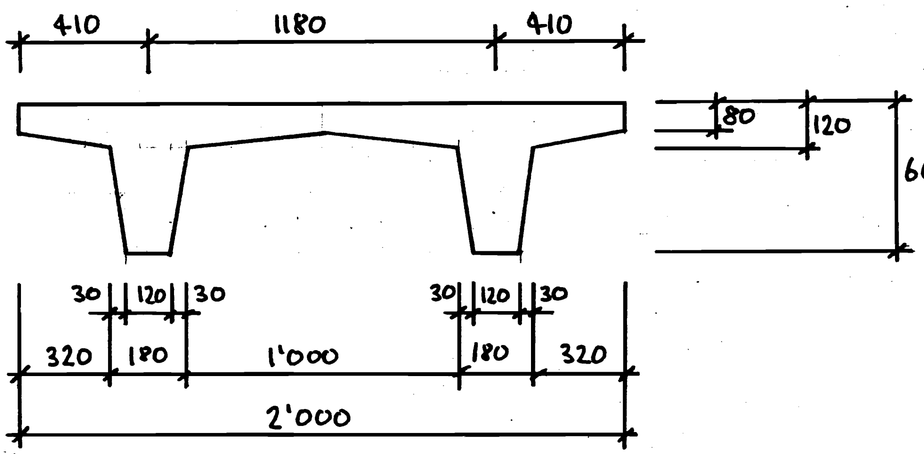
$\varnothing_{Litze} = 13\ mm$

c ÷ Abstand des Betonrandes zum Schwerpunkt der Litzen

Druckgurtplatte: $h_p = 2 \cdot \ddot{u} + 4 \varnothing_e = 2 \cdot 20 + 4 \cdot 6 = 64\ mm$

↳ Wahl: konische Platte mit $h_p = 80\ mm - 120\ mm$, bzw. $h_{pm} = 100\ mm$

Steghöhe: $\ell/25 = 16'000/25 = 640\ mm$, $\ell/30 = 16'000/30 = 533\ mm$ ⟶ Wahl: $h = 600\ mm$



Betonquerschnittsfläche $A_c = 0{,}3512\ m^2$

Einwirkungen: – Platte in Querrichtung

$g = h_{pm} \cdot \gamma_B = 0{,}10 \cdot 25 = 2{,}5$ kPa

$q = 3{,}0$ kPa

$\longrightarrow \underline{q_d} = \gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q = 1{,}3 \cdot 2{,}5 + 1{,}5 \cdot 3{,}0 = \underline{7{,}75 \text{ kPa}}$

– Plattenbalken

$g = A_c \cdot \gamma_B = 0{,}3512 \cdot 25 = 8{,}78$ kN/m'

$q = b \cdot q = 2{,}0 \cdot 3{,}0 = 6{,}0$ kN/m'

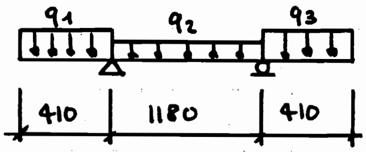
$\longrightarrow \underline{q_d} = \gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q = 1{,}3 \cdot 8{,}78 + 1{,}5 \cdot 6{,}0 = \underline{20{,}41 \text{ kN/m'}}$

Materialkennwerte: – B50/40 $\rightarrow f_c = 26$ MPa, $\tau_c = 1{,}2$ MPa, $f_{ct} = 2{,}5$ MPa, $E_c = 34{,}2$ GPa, $\ddot{u} \geq 20$ mm

– Bewehrungsstahl S500 $\rightarrow f_{ys} = 460$ MPa, $E_s = 205$ GPa

– Vorspannstahl Litze Ø0,5" $\rightarrow f_{yp} = 1640$ MPa, $\sigma_{po} = 1274$ MPa, $E_p = 195$ GPa

<u>Platte in Querrichtung:</u>



Minimales Stützenmoment: (Nutzlast auf Kragarm)

$$\underline{m'_{A,erf}} = \frac{(g \cdot \gamma_g + q \cdot \gamma_q) \cdot (b-a)^2}{8} \cdot \gamma_R = \frac{7{,}75 \cdot (2{,}00 - 1{,}18)^2}{8} \cdot 1{,}2 = \underline{0{,}78 \text{ kN}}$$

Maximales Feldmoment: (Nutzlast auf Mittelfeld / keine Nutzlast auf Kragarm)

$$\underline{m_{A,erf}} = \left(\frac{(g \cdot \gamma_g + q \cdot \gamma_q) \cdot a^2}{8} - \frac{g \cdot \gamma_g \cdot (b-a)^2}{8}\right) \cdot \gamma_R = \frac{(7{,}75 \cdot 1{,}18^2) - (2{,}5 \cdot 1{,}3 \cdot (2{,}0 - 1{,}18)^2)}{8} \cdot 1{,}2 = \underline{1{,}29 \text{ kN}}$$

Erforderliche Feldbewehrung: $m_{A,erf} = 1{,}29$ kN

Plattendicke in Feldmitte: $h_p = 80$ mm

Statische Höhe: $\underline{d} = h_p - \ddot{u} - \tfrac{1}{2}Ø = 80 - 20 - \tfrac{1}{2} \cdot 6 = \underline{57 \text{ mm}}$

$$\underline{a_{s,erf}} = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot m_{A,erf}}{b d^2 f_c}}\right) \cdot \frac{b d f_c}{f_{ys}} = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 1{,}29 \cdot 10^6}{1000 \cdot 57^2 \cdot 26}}\right) \cdot \frac{1000 \cdot 57 \cdot 26}{460} = \underline{50 \text{ mm}^2/\text{m'}}$$

$\Longrightarrow$ <u>Wahl: Untere und obere Bewehrung Ø6 @ 200mm ($a_s = 141$ mm²/m')</u>

N.B. Aus konstruktiven Gründen wird in der Druckplatte eine Bewehrung Ø6 @ 200 mm in allen 4 Lagen eingelegt.

- Plattenbalken:

Statische Höhe: $\underline{c} = \bar{u} + \varnothing_{Bügel} + 3/2\, \varnothing_{Litze} + s = 20 + 6 + 3/2 \cdot 13 + 27 = \underline{72{,}5\ mm}$

$\underline{d} = h - c = 600 - 72{,}5 = \underline{527{,}5\ mm}$

Erforderliche Bewehrung (Vorspannung):

$$\underline{M_d \cdot \gamma_R} = \frac{q_d \cdot \ell^2}{8} \cdot \gamma_R = \frac{20{,}41 \cdot 16{,}0^2}{8} \cdot 1{,}2 = \underline{783{,}9\ kNm}$$

$$\underline{\omega_{erf}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_d \cdot \gamma_R}{b\, d^2 f_c}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 783{,}9 \cdot 10^6}{2000 \cdot 527{,}5^2 \cdot 26}} = \underline{0{,}056}$$

$$\underline{A_{s,erf}} = \frac{\omega_{erf} \cdot b \cdot d \cdot f_c}{f_{yp}} = \frac{0{,}056 \cdot 2000 \cdot 527{,}5 \cdot 26}{1640} = \underline{932\ mm^2}$$

$\Rightarrow$ Biegebewehrung: 2×5 Litzen $\varnothing 0{,}5''$ ($A_p = 1000\ mm^2$)

$$\hookrightarrow \underline{\omega_{eff}} = \frac{A_p \cdot f_{yp}}{b\, d\, f_c} = \frac{1000 \cdot 1640}{2000 \cdot 527{,}5 \cdot 26} = \underline{0{,}0598}$$

Betondruckzonenhöhe $\underline{z_c} = d \cdot \omega_{eff}/0{,}8 = \underline{39{,}4\ mm}$

$M_R = f_c \cdot b \cdot d^2 \cdot \omega_{eff}\,(1 - \omega_{eff}/2) = 26 \cdot 2000 \cdot 527{,}5^2 \cdot 0{,}0598 \cdot (1 - 0{,}0598/2)$

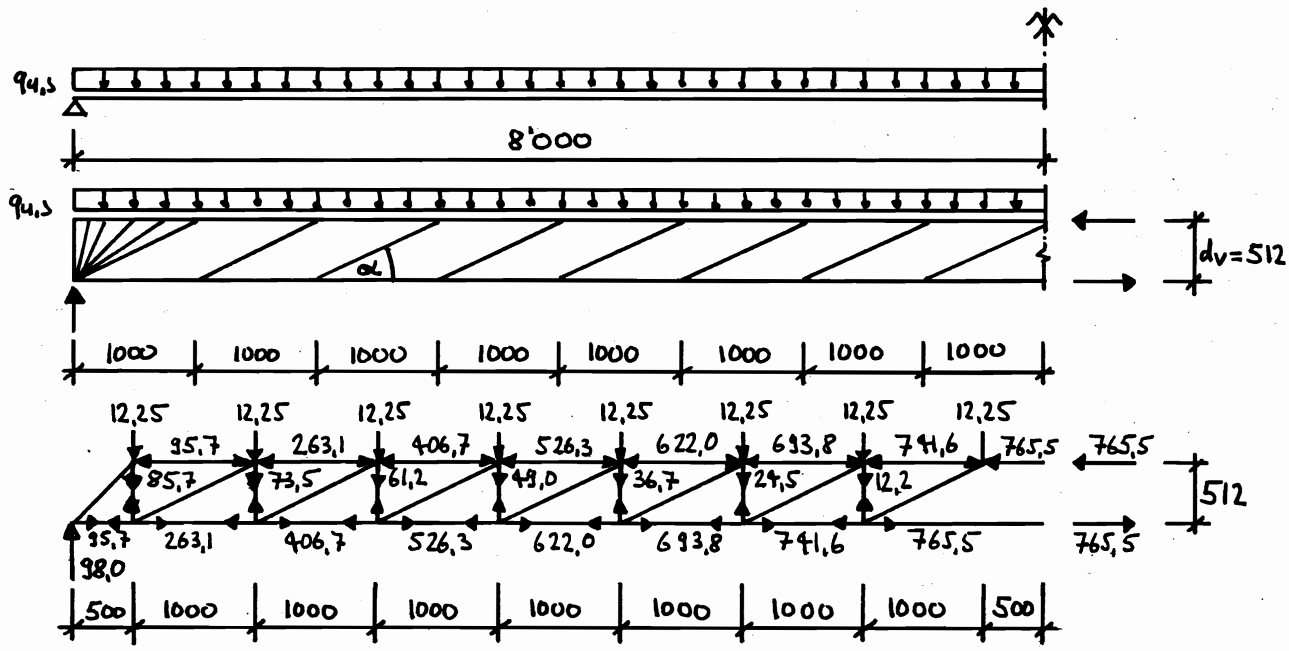
$\underline{M_R = 839{,}2\ kNm}$

Hebelarm der inneren Kräfte: $\underline{d_v} = d\,(1 - \omega_{eff}/2) = 527{,}5\,(1 - 0{,}0598/2) = \underline{512\ mm}$

Querkraftbemessung mit Spannungsfeld, bzw. Fachwerkmodell:

$q_u = q_d \cdot \gamma_R = 20{,}41 \cdot 1{,}2 = 24{,}50\ kN/m'$ pro Element à 2 Stege

$\rightarrow \underline{q_{u,s}} = 1/2\, q_u = 1/2 \cdot 24{,}50 = \underline{12{,}25\ kN/m'\ \text{pro Steg}}$



Spannungsfeld mit Diagonalneigung $\alpha = 27{,}112°$

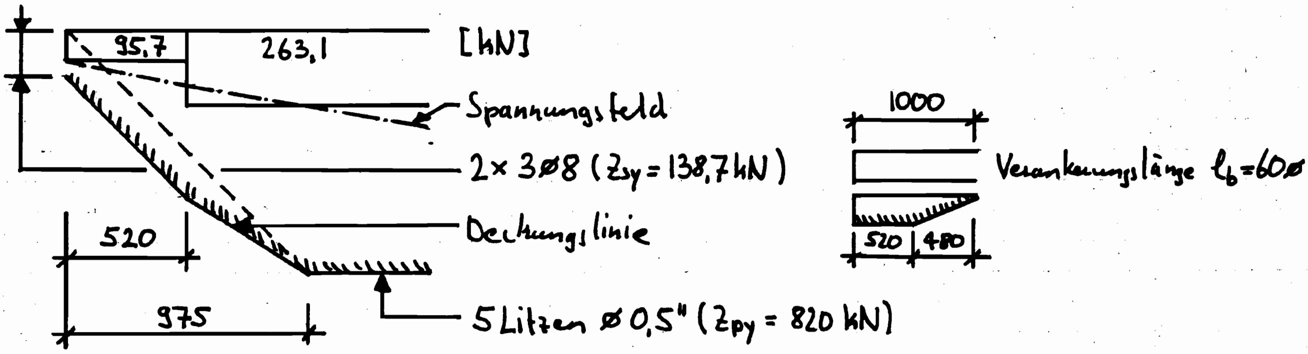
Erforderliche Bügelbewehrung im Auflagerbereich:

$$\underline{a_{sw,erf}} = \frac{Z_{sw}}{f_{ys} \cdot d_v \cdot \cot\alpha} = \frac{85{,}7 \cdot 10^3}{460 \cdot 1} = \underline{186\ mm^2/m'}$$

$\Rightarrow$ <u>Wahl: 2-schnittige Bügel Ø 6 @ 200 mm ($a_{sw} = 283\ mm^2/m'$)</u>

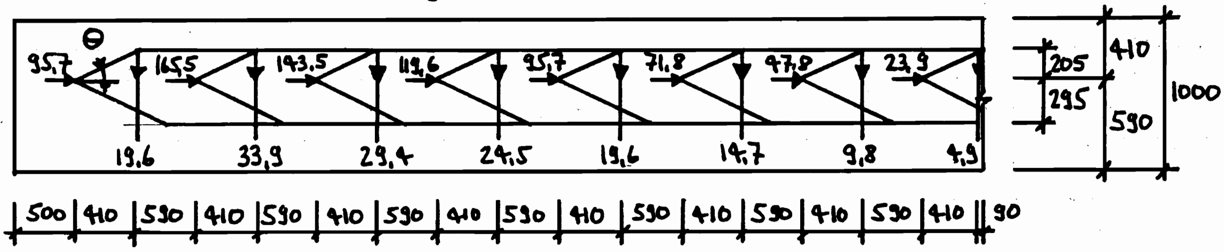
N.B. Aus konstruktiven Gründen werden die Bügel über die gesamte Trägerlänge angeordnet.

Im Auflagerbereich muss eine Auflagerzugkraft des Untergurtes von 95,7 kN pro Steg sauber verankert werden → Auflagersicherung mit schlaffer Bewehrung in Form von Steckbügeln.



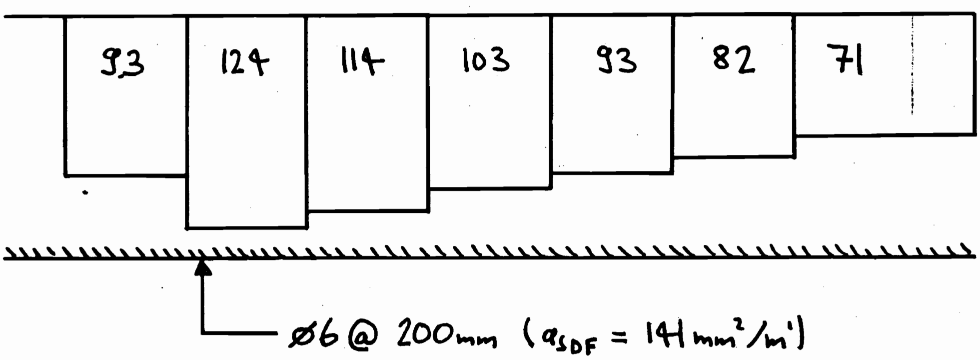
Verankerungslänge von Litzen gem. SIA 162 / 5 426 → $\ell_b = 75\,Ø_{Litze} = 75 \cdot 13 = 975\,mm$

Erforderliche Querzugbewehrung im Druckflansch:



Diagonalneigung im Druckflansch: $\Theta = 26{,}56°$, bzw. $\tan\Theta = 0{,}5$

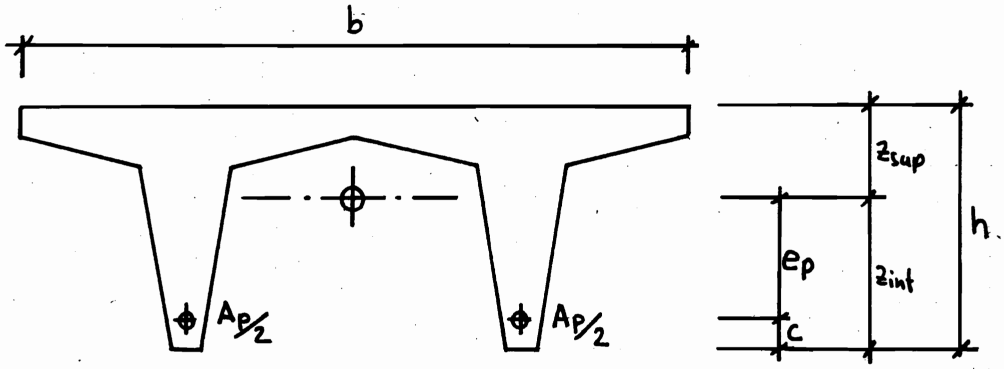
$$a_{sDF,erf} = \frac{Z_{SDF}}{f_{ys} \cdot d_v \cdot \cot\alpha} + a'_{s,erf}\ ,\quad \text{wobei } a'_{s,erf} \simeq a_{s,erf} = 50\ mm^2/m'\ \text{(Querbiegung)}$$



$\Rightarrow$ <u>Obere Bewehrung der Flanschplatte in Querrichtung Ø 6 @ 200 mm</u>

Querschnittswerte des reinen, ungerissenen Betonquerschnittes:

(Die Bewehrung wird vernachlässigt)



$h = 600mm$ $\qquad$ $A_c = 351'200 mm^2$

$b = 2000mm$ $\qquad$ $I_c = 10'143{,}669 \cdot 10^6 mm^4$

$A_p = 1000 mm^2$ $\qquad$ $z_{inf} = 428 mm$

$c = 72{,}5mm$ $\qquad$ $z_{sup} = 172 mm$

$e_p = 355{,}5mm$

Mittendurchbiegung:

Rissmoment M_r am reinen Betonquerschnitt:

Annahme: Verluste in Vorspannung 15%

$$P_0 = A_p \cdot \sigma_{p0} = 1000 \cdot 1274 = 1274 \, kN \qquad \text{N.B.} \ \frac{P_0}{A_c} = \frac{1274'000}{351'200} = 3{,}6 \ MPa$$

$$P_\infty = 0{,}85 \cdot P_0 = 0{,}85 \cdot 1274 = 1082{,}9 \, kN$$

$$M_r = \left(f_{ct} + \frac{P_\infty}{A_c}\right) \cdot \frac{I_c}{z_{inf}} = \left(2{,}5 + \frac{1082'900}{351'200}\right) \cdot \frac{10'143{,}669}{428}$$

$$\underline{M_r = 132{,}4 \, kNm}$$

Schnittkräfte auf Gebrauchsniveau ($x = \ell/2 = 8{,}0m$):

$$\underline{M_{ser,g}} = 1/8 \, g \, \ell^2 = 1/8 \cdot 8{,}78 \cdot 16^2 = \underline{281{,}0 \, kNm}$$

$$\underline{M_{ser,q}} = 1/8 \, q \, \ell^2 = 1/8 \cdot 6{,}0 \cdot 16^2 = \underline{192{,}0 \, kNm}$$

$$\underline{M_{ser,P_0}} = -P_0 \cdot e_p = -1274 \cdot 0{,}3555 = \underline{-452{,}8 \, kNm}$$

$$\underline{M_{ser,P_\infty}} = 0{,}85 \cdot M_{ser,P_0} = -0{,}85 \cdot 452{,}8 = \underline{-384{,}9 \, kNm}$$

Rissnachweis:

$$\underline{M_{ser}} = M_{ser,g} + M_{ser,q} + M_{ser,P_\infty} = 281{,}0 + 192{,}0 - 384{,}9 = \underline{88{,}1 \, kNm}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{M_{ser} = 88{,}1 \, kNm < M_r = 132{,}4 \, kNm \longrightarrow \text{Querschnitt ungerissen}}}$$

→ Die Mittendurchbiegungen der einzelnen Lastfälle werden mit den ungerissenen Querschnittswerten des Betonquerschnittes, unter Berücksichtigung der Langzeiteinflüsse mit einem Kriechfaktor $\varphi = 2$, ermittelt.

Annahme: Eigengewicht und Vorspannung wirken langfristig, Nutzlast wirkt kurzfristig.

$$\underline{w_{m,g}} = \frac{5}{48} \frac{M_{ser,g} \cdot \ell^2}{E_c \cdot I_c} (1+\varphi) = \frac{5 \cdot 281{,}0 \cdot 16'000^2}{48 \cdot 34'200 \cdot 10'143{,}669} (1+2) = \underline{64{,}8\,\text{mm}}$$

$$\underline{w_{m,q}} = \frac{5}{48} \frac{M_{ser,q} \cdot \ell^2}{E_c \cdot I_c} = \frac{5 \cdot 192{,}0 \cdot 16'000^2}{48 \cdot 34'200 \cdot 10'143{,}669} = \underline{14{,}8\,\text{mm}}$$

$$\underline{w_{m,P\infty}} = \frac{M_{ser,P\infty} \cdot \ell^2}{8\, E_c I_c} (1+\varphi) = \frac{-384{,}9 \cdot 16'000^2}{8 \cdot 34'200 \cdot 10'143{,}669} (1+2) = \underline{-106{,}5\,\text{mm}}$$

$$\Longrightarrow \underline{\underline{w_m = w_{m,g} + w_{m,q} + w_{m,P\infty} = 64{,}8 + 14{,}8 - 106{,}5 = -27\,\text{mm}}}$$

Vergleich mit Aufgabe 15 und 16:

Mittendurchbiegung unter Eigengewicht (Kriecheinflüsse berücksichtigt):

$\underline{w_{m,g} = 27{,}9\,\text{mm}}$

Mittendurchbiegung unter Nutzlast (kurzfristig):

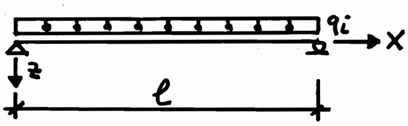
$\underline{w_{m,q} = 12{,}1\,\text{mm}}$

$$\Longrightarrow \underline{w_m = w_{m,g} + w_{m,q} = 27{,}9 + 12{,}1 = 40\,\text{mm}}$$

Spannungsnachweis am ungerissenen Betonquerschnitt:

Langzeitverluste in Vorspannung 15%

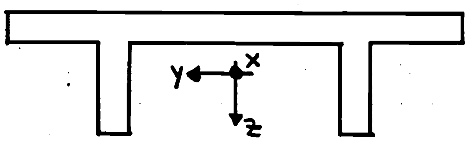
$$\left.\begin{aligned} g &= 8{,}78\ \text{kN/m'} \\ q &= 6{,}0\ \text{kN/m'} \end{aligned}\right\} \quad M_{(x)} = \frac{q_i}{2}\left((\ell - x)\cdot x\right)$$

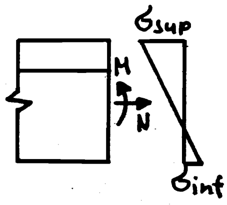


Schnittkräfte auf Gebrauchsniveau:

x [m]	M_g [kNm]	M_q [kNm]	N_{P0} [kN]	M_{P0} [kNm]	$N_{P\infty}$ [kN]	$M_{P\infty}$ [kNm]
$\ell/16 = 1{,}0$	65,9	45,0	-1274,0	-452,8	-1082,9	-384,9
$\ell/4 = 4{,}0$	210,7	144,0	-1274,0	-452,8	-1082,9	-384,9
$\ell/2 = 8{,}0$	281,0	192,0	-1274,0	-452,8	-1082,9	-384,9

Betonrandspannungen:





	$M_g + M_{P0}$			$M_g + M_q + M_{P\infty}$		
x [m]	M_{tot} [kNm]	σ_{inf} [MPa]	σ_{sup} [MPa]	M_{tot} [kNm]	σ_{inf} [MPa]	σ_{sup} [MPa]
$l/16 = 1{,}0$	-386,9	-19,95	2,94	-274,0	-14,64	1,57
$l/4 = 4{,}0$	-242,1	-13,84	0,48	-30,1	-4,36	-2,57
$l/2 = 8{,}0$	-171,8	-10,88	-0,71	88,1	0,63	-4,58

Bemerkung: Im Auflagerbereich resultieren am oberen Rand grosse Zugspannungen, die im Bereich der Betonzugfestigkeit liegen. (Konstantes Vorspannmoment über Trägerlänge und sehr geringes Moment aus Eigengewicht und Nutzlast im Auflagerbereich).

Betonzugfestigkeit: – Ansatz gem. SIA 162 / Tabelle 6

B 50/40 $\longrightarrow$ $\underline{f_{ct} = 2{,}5 \text{ MPa}}$

– Ansatz über Zylinderdruckfestigkeit

B 50/40 $\longrightarrow$ $f_{cw,min} = 40$ MPa

$f_{cc} = 0{,}85 \cdot f_{cw,min} = 34$ MPa

$\underline{f_{ct} \approx 0{,}3 \cdot f_{cc}^{2/3} = 3{,}15 \text{ MPa}}$

$\hookrightarrow$ $\underline{f_{ct,w} = 2{,}5 \text{ MPa} < \sigma_{sup} = 2{,}94 \text{ MPa} < f_{ct,c} = 3{,}15 \text{ MPa}}$

N.B. Im Auflagerbereich ist aufgrund der grossen Zugspannungen in der Flanschplatte die konstruktive Längsbewehrung unter Umständen zu erhöhen. (Vermeidung von klaffenden Rissen)

Eine andere Möglichkeit ist, wenn man auch die Flanschplatte mit geraden Litzen vorspannt.

Kontrolle der Tragsicherheit im Auflagerbereich ($x = \ell/6 = 1{,}0\,m$) für das Gefährdungsbild „Vorspannung zum Zeitpunkt $t=0$" (z.B. während Transport):

Lastfaktor: – Vorspannung als Leiteinwirkung: $\gamma_q = 1{,}2$ (global)

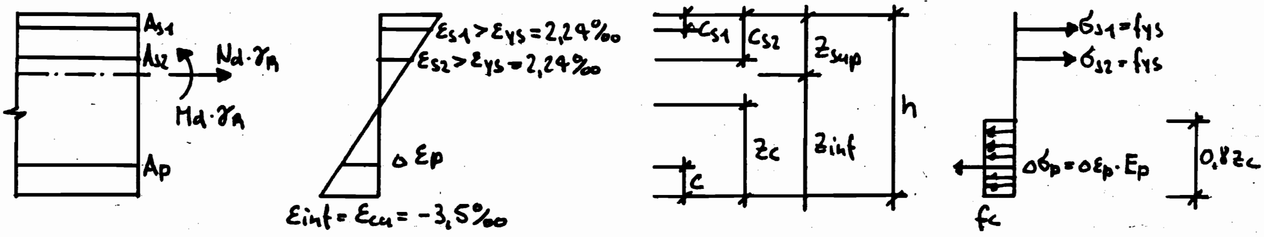
Schnittkräfte auf Bruchniveau (Bezugsachse = Neutrale Achse des reinen Betonquerschnittes):

$\underline{N_d \cdot \gamma_R} = -P_0 \cdot \gamma_q \cdot \gamma_R = -1274{,}0 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 = \underline{-1834{,}6\ kN}$

$\underline{M_d \cdot \gamma_R} = M_{P_0} \cdot \gamma_q \cdot \gamma_R = -452{,}8 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 = \underline{-652{,}0\ kNm}$

Bruchwiderstand (Bezugsachse = Neutrale Achse des reinen Betonquerschnittes):

Annahme: konstante Breite der Druckzone $b = 2b_w$



$N_d \cdot \gamma_R = N_R = -1834{,}6\ kN$

$A_{s1} = A_{s2} = A_s = 282\,mm^2$ (10 ⌀6 @ 200 mm)

$A_p = 1000\,mm^2$

$b_w = 120\,mm$

$c = 72{,}5\,mm$

$c_{s1} = \ddot{u} + 3/2\,\varnothing = 20 + 3/2 \cdot 6 = 29\,mm$

$c_{s2} = h_{pm} - c_{s1} = 71\,mm$

$z_{inf} = 428\,mm$

$z_{sup} = 172\,mm$

$N_d \cdot \gamma_R = N_R = 2 A_s \cdot f_{ys} + \varepsilon_{cu}/z_c\,(z_c - c) \cdot E_p \cdot A_p - (0{,}8 \cdot z_c \cdot 2 \cdot b_w - A_p) \cdot f_c$

$-1834{,}6 \cdot 10^3 = 2 \cdot 282 \cdot 460 - 3{,}5/z_c\,(z_c - 72{,}5) \cdot 195 \cdot 1000 - (0{,}8 \cdot z_c \cdot 2 \cdot 120 - 1000) \cdot 26$

↳ $\underline{\text{Betondruckzonenhöhe } z_c = 319\,mm}$

$\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_{cu}/z_c\,(z_c - c) = -3{,}5/319\,(319 - 72{,}5) = -2{,}705‰ \longrightarrow \Delta\sigma_p = -527\ MPa$

$\varepsilon_{s2} = -\varepsilon_{cu}/z_c\,(h - z_c - c_{s2}) = 3{,}5/319\,(600 - 319 - 71) = 2{,}303‰ > \varepsilon_{ys} = 2{,}24‰$

$M'_R = (0{,}8 \cdot z_c \cdot 2 \cdot b_w \cdot f_c) \cdot (z_{inf} - 0{,}4 z_c) + A_p \cdot (f_c + \Delta\sigma_p)(c - z_{inf}) + A_s \cdot f_{ys} \cdot (z_{sup} - c_{s1}) + A_s \cdot f_{ys}(z_{sup} - c_{s2})$

$M'_R = (0{,}8 \cdot 319 \cdot 2 \cdot 120 \cdot 26) \cdot (428 - 0{,}4 \cdot 319) + 1000 \cdot (527 - 26)(428 - 72{,}5) + 282 \cdot 460 \cdot (2 \cdot 172 - 29 - 71)$

$\underline{M'_R = 688{,}2\ kNm}$

⟹ Nachweis (Bezugsachse = Neutrale Achse des reinen Betonquerschnittes):

$N_d \cdot \gamma_R = N_R = -1834{,}6\ kN$

$\underline{\underline{-M_d \cdot \gamma_R = 652{,}0\ kNm < M'_R = 688{,}2\ kNm \longrightarrow \text{i.O.}}}$

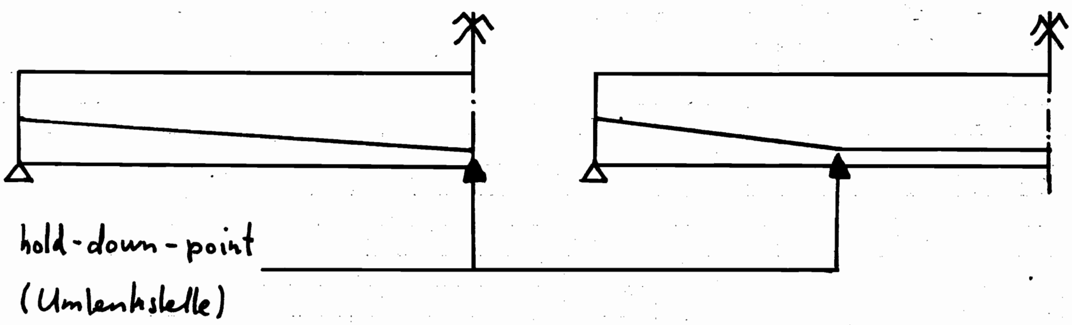
Schlussbemerkungen:

- Druckgurtplatte:

  Die Dicke der Druckgurtplatte könnte aus statischer Sicht dünner sein. Eine Bewehrung mit 2 Lagen (z.B. 1 Netz) in Plattenmitte ist dabei ausreichend.

- Litzenführung:

  Im Auflagerbereich resultieren sowohl grosse Zug- und Druckspannungen, die im Bereich der Betonfestigkeit liegen. Eine Verbesserung dieser Spannungsspitzen kann auch durch eine dreieck- oder trapezförmige Litzenführung erzielt werden.



- Anzahl Litzen:

  Damit eine symmetrische Anordnung der Litzen im Steg resultiert, könnte die fünfte Litze mit schlaffer Bewehrung kompensiert werden (z.B. 2× 4 Litzen ⌀ 0,5" und 2×2 ⌀ 12).

Aufgabe 37

Wähle für den in Aufgabe 18 behandelten Träger eine passende teilweise Vorspannung aus Litzen $\varnothing$ 0.6″ ($A_p = 150$ mm^2, $f_{yp} = 1590$ MPa, $\sigma_{p0} = 1239$ MPa). Welche Bereiche sind unter maximalen Gebrauchslasten am Querschnittsrand dekomprimiert?

Lösung:

- Geometrie : Wahl : Stegbreite $b_w = 300$ mm
- Lasten : – Eigengewicht $g = (0{,}2 \cdot 2 + 0{,}3 \cdot 1) \cdot 25$ kN/m $= 17{,}5$ kN/m′
  – Nutzlast $q = 40$ kN/m′
- Schätzung der Vorspannkraft:

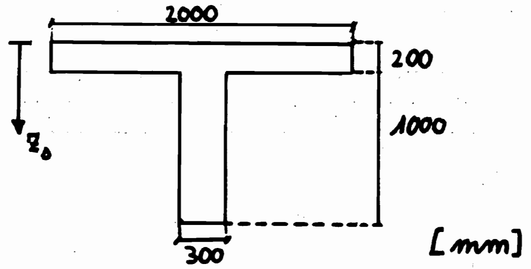
Konzept : Volle Kompensation des Eigengewichts mit Vorspannung

Kabel : Litzen $\varnothing$ 0,6″ ($A_p = 150$ mm^2)

$f_{yp} = 1590$ MPa ; $\sigma_{p0} = 1239$ MPa

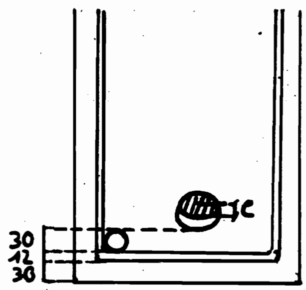
Umlenkkräfte : $u = \dfrac{8 P_\infty f}{\ell^2} \overset{!}{=} g = 17{,}5$ kN/m′ $\Rightarrow P_\infty = \dfrac{\ell^2 g}{8 f}$

Pfeilhöhe f:



$$z_0 = \frac{2000 \cdot 200 \cdot 100 + 1000 \cdot 300 \cdot 700}{2000 \cdot 200 + 1000 \cdot 300} = 357{,}1 \text{ mm}$$

Annahmen : • Bügel $\varnothing$ 12; Längsbewehrung $\varnothing$ 30
• Überdeckung $\bar{u} = 30$ mm
• Kabel (4 Litzen) $\varnothing_a / \varnothing_i = 45/50$
Exzentrizität 7 mm



$$\Rightarrow f = 1200 - 357{,}1 - 30 - 12 - 30 - \frac{50}{2} - 7 = 738{,}9 \text{ mm}$$

Erforderliche Vorspannkraft: $P_\infty = \dfrac{\ell^2 g}{8 f} = \dfrac{15^2 \cdot 17{,}5}{8 \cdot 0{,}7389} = 666{,}1$ kN

Spannkraftverluste : globale Betrachtung $P_\infty = \eta P_0$; $\eta = 0{,}8$

$$\Rightarrow P_0 = 832{,}7 \text{ kN}$$

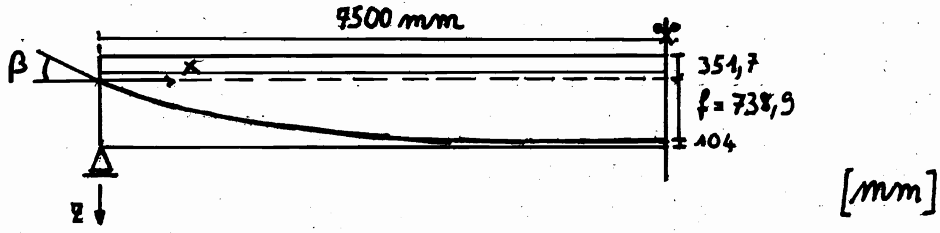
Erforderliche Litzenanzahl: $n = \dfrac{P_0}{A_p \sigma_{p0}} = \dfrac{832{,}7 \cdot 10^3}{150 \cdot 1239} = 4{,}48 \Rightarrow 4$

Vorspannung: 4 Litzen ϕ 0,6" ; ϕ_i/ϕ_a = 45/50 mm ; e = 7 mm

$A_{p_{tot}}$ = 600 mm²

F_{p_0} = 1239 MPa ; P_0 = 743,4 kN ; P_∞ = 594,7 kN

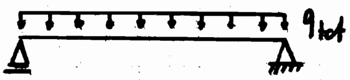
· Kabelgeometrie :



$$z(x) = 1{,}314 \cdot 10^{-2}\, x\,(15 - x) \qquad z, x \ldots [m]$$

$$tg\,\beta = \frac{4f}{\ell} = 0{,}197 \qquad ; \qquad \beta = 11{,}15^\circ$$

· Schlaffe Bewehrung in Längsrichtung :



$$q_{tot_d} = (40 \cdot 1{,}5 + 17{,}5 \cdot 1{,}3)\ kN/m = 82{,}75\ kN/m$$

$$q^*_{tot} = 1{,}2\, q_{tot_d} = 99{,}3\ kN/m$$

$$M^* = \frac{q^*_{tot}\,\ell^2}{8} = 2792{,}8\ kNm$$

$$M_R = A_s f_y (d_s - 0{,}4x) + A_p f_{y_p} (d_p - 0{,}4x) \qquad (1)$$

$$d_p = 1200 - 30 - 12 - 30 - \frac{50}{2} - 7 = 1096\ mm$$

$$d_s = 1200 - \frac{1062\,(257 + 157) + 2121 \cdot 57}{2 \cdot 1062 + 2121} = 1067{,}9\ mm$$

$$A_p = 600\ mm^2$$

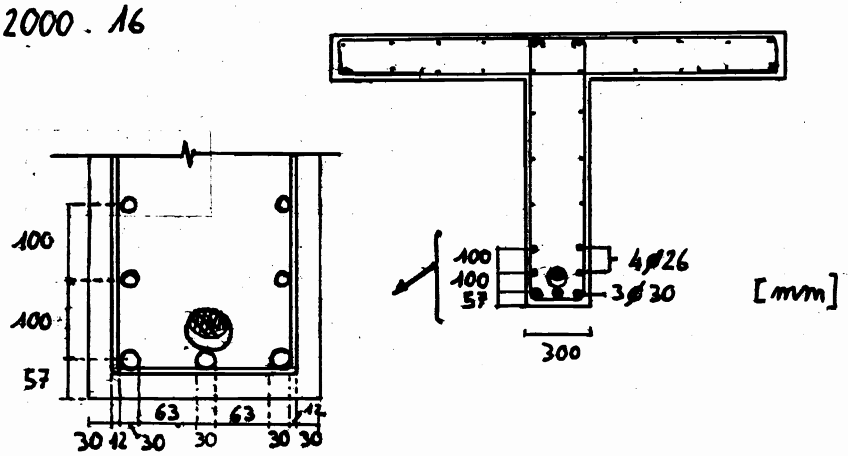
$$f_y = 460\ MPa \quad ; \quad f_{y_p} = 1590\ MPa$$

$$Z = D \Rightarrow \quad A_p f_{y_p} + A_s f_y = 0{,}8\,x\,b f_c + A_s' f_y \qquad (2)$$

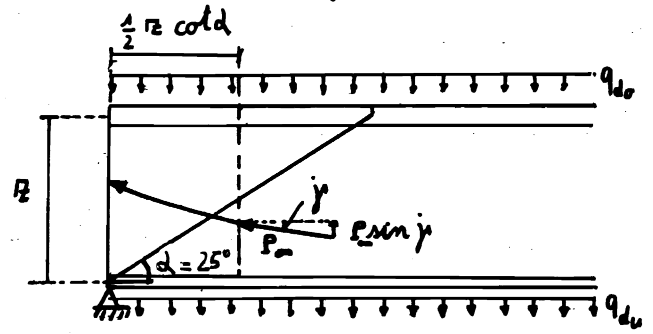
Annahme $A_s' \approx 0$

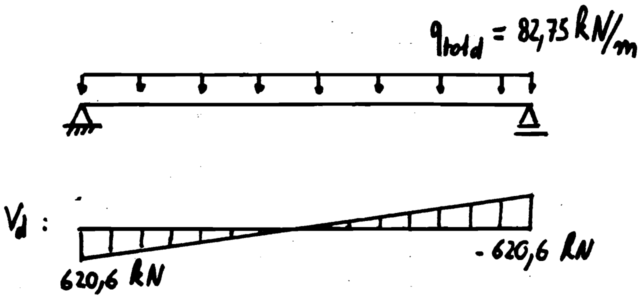
$$\begin{cases} A_s \cdot 460 \cdot (1067{,}9 - 0{,}4x) + 600 \cdot 1590 \cdot (1096 - 0{,}4x) = 2792{,}8 \cdot 10^6 \\ A_s \cdot 460 + 600 \cdot 1590 = 0{,}8\,x \cdot 2000 \cdot 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 105{,}3\ mm \\ A_s = 3788\ mm^2 \Rightarrow \end{cases}$$ 3 Stäbe ϕ 30 + 4 Stäbe ϕ 26



. Schubnachweis (Einige Hinweise)





Neigung der Betondruckdiagonalen α (SIA 162 3242)

$\alpha = \alpha_0 \pm 20°$ $\qquad tg\,\alpha_0 = \sqrt{1 + \left(\frac{N_{wd}}{2 V_d}\right)^2} + \frac{N_{wd}}{2 V_d}$

N_{wd} : Normalkraft im Steg $\quad N_{wd} \underset{(\gamma_p = 1)}{=} P_\infty \cos\beta \, \frac{A_{steg}}{A_{tot}} = -583{,}5 \, \frac{1{,}2 \cdot 0{,}3}{0{,}7} = -300{,}1 \text{ kN}$

$\left.\begin{array}{l} z \approx 1100 \text{ mm} \\ \alpha = 15° \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{2} z \cot\alpha = 2{,}053 \text{ m}$

$V_d(2{,}053 \text{ m}) \cong 450{,}8$ kN

$\Rightarrow \alpha_0 = 35{,}8° \quad \Rightarrow \quad 15{,}8° \leq \alpha \leq 55{,}8° \quad \Rightarrow$ Wahl $\alpha = 25°$

$\left\{\begin{array}{l} q_{o_d} = (2 \cdot 0{,}2 + 0{,}3 \cdot 0{,}1571) \cdot 25 \cdot 1{,}3 = 14{,}5 \text{ kN/m} \\ q_{u_d} = 40 \cdot 1{,}5 + 0{,}3 \cdot 0{,}8429 \cdot 25 \cdot 1{,}3 = 68{,}2 \text{ kN/m} \end{array}\right.$

Direkte Stützung von (q_{o_d} z cotα):

$V_d = 620{,}6 - 14{,}5 \cdot z \cot\alpha = 620{,}6 - 14{,}5 \cdot 1{,}1 \cot 25° = 586{,}3$ kN

Kabelneigung im Abstand $\frac{z \cot\alpha}{2}$

$z(x) = 1{,}314 \cdot 10^{-2}\, x\,(x - 15)$; $\quad z'(x) = 1{,}314 \cdot 10^{-2}\,(2x - 15)$

$x = \frac{1{,}1 \cot 25°}{2} = 1{,}179$ m

$\Rightarrow \gamma = 9{,}43°$

$\Delta V_R = P_\infty \sin\gamma = 97{,}4$ kN

Schubnachweis $\quad \frac{V_R + \Delta V_R}{\gamma_R} \geq V_d \quad \Rightarrow \quad V_R \geq \gamma_R V_d - \Delta V_R$

$\Rightarrow V_R \geq 586{,}3 \cdot 1{,}2 - 97{,}4 = 606{,}2$ kN

Bügel: zweischnittig: $\quad a_{sw} = \frac{A_s}{s} \geq \frac{606{,}2 \text{ kN} \cdot tg\,25}{2 \cdot 460 \text{ MPa} \; 1{,}1 \text{ m}} = 279{,}3 \text{ mm}^2/\text{m} \quad \Rightarrow \varnothing 12 @ 250$

NB: Im Lagerbereich sind infolge Spreizkräfte aus Vorspannung zusätzliche Bügel erforderlich!

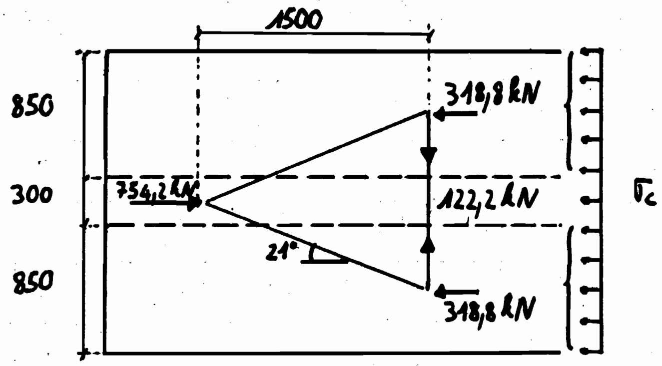
• Krafteinleitung (Einige Hinweise)

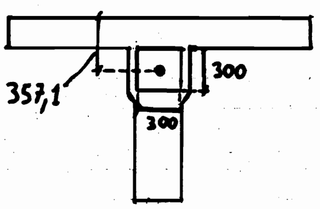
$\gamma_P = 1,5$ (Lokal)

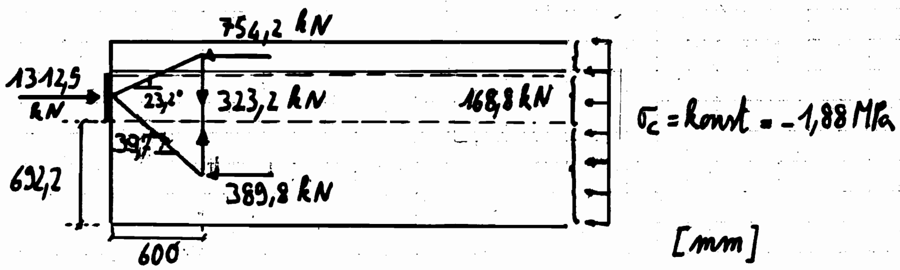
$P = P_0 = 743,4$ kN

$P_d = \gamma_P \, P_0 = 1115,1$ kN

$P^* = \gamma_R \, P_d = 1338,1$ kN $\qquad P_h^* = P^* \cos\beta = 1312,9$ kN

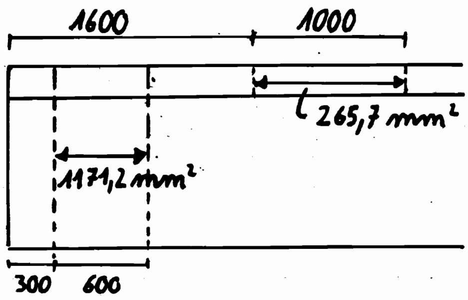






[mm]

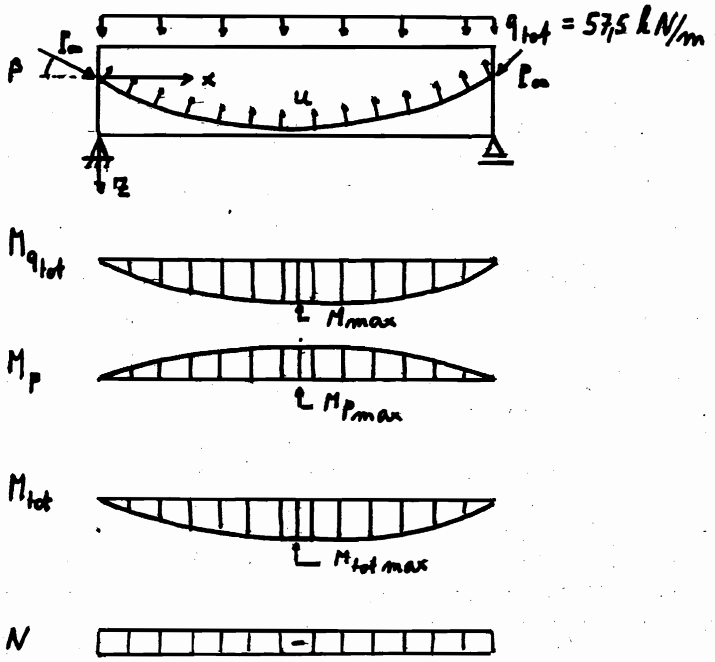
Spreizbewehrung: (A_s)



. Dekomprimierte Bereiche unter maximalen Gebrauchslasten:

Annahme $\sigma_p = \sigma_{p\infty}$ = konst (Verluste: global betrachtet)

Belastung: $q = 40$ kN/m, $g = 17{,}5$ kN/m $\Big\}\ q_{tot} = 57{,}5$ kN/m



$u = -\frac{8 P_\infty f}{\ell^2} = -15{,}62$ kN/m

$\beta = 11{,}15°$

$M_{max} = \frac{q_{tot}\,\ell^2}{8} = 1617{,}2$ kNm

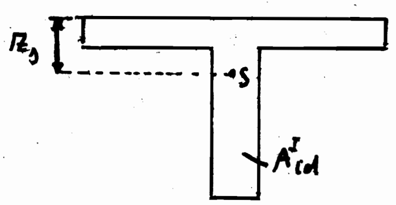
$M_{P\,max} = P_\infty f = -439{,}4$ kNm

$M_{tot\,max} = 1177{,}8$ kNm

$M_{tot}(x) = 20{,}94\ x\,(15 - x)$ [kNm, m]

$N = P_\infty \cos\beta = -583{,}5$ kN

Ungerissener Querschnitt:



$A^I_{id} \cong A_c = 0{,}7\ m^2$

$z_g = 357{,}1$ mm

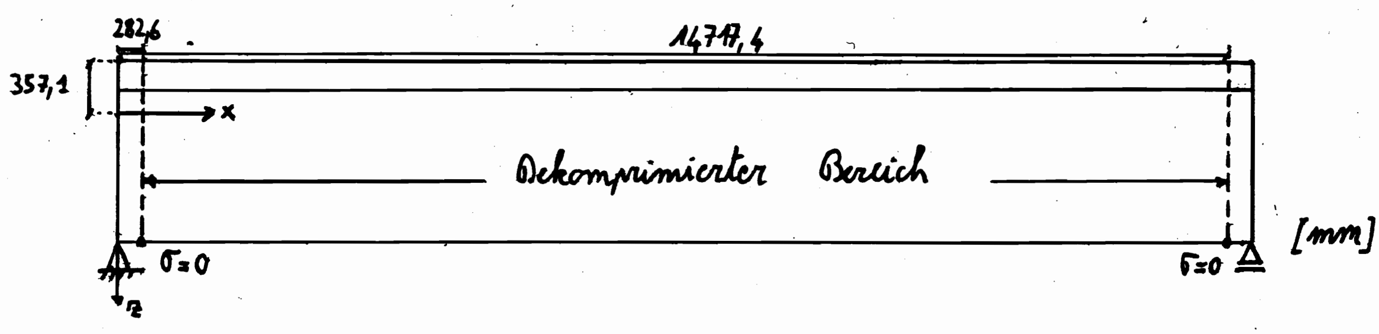
$I = \frac{0{,}2^3 \cdot 2}{12} + \frac{1^3 \cdot 0{,}3}{12} + (0{,}3571 - 0{,}1)^2 (2 \cdot 0{,}2) + (1 \cdot 0{,}3)(0{,}7 - 0{,}3571)^2 = 8{,}805 \cdot 10^{-2}\ m^4$

$$\sigma(x,z) = \frac{-583{,}5 \cdot 10^{3}}{0{,}7} + \frac{20{,}94 \cdot 10^3\, x\,(15 - x)}{8{,}805 \cdot 10^{-2}}\, z \qquad [\text{MPa, m}]$$

$z_{unten} = 842{,}9$ mm (Unterer Rand)

Dekomprimierter Bereich $\sigma(x, z_u) \geq 0$

$\sigma(x,\ 842{,}9\,mm) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0{,}2826$ m oder $14{,}7174$ m



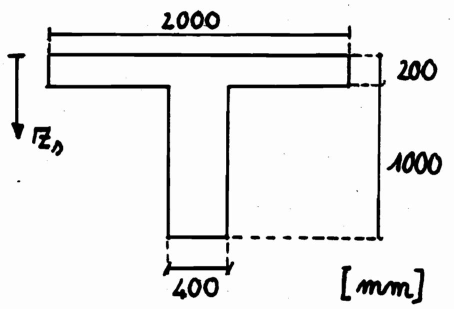
Aufgabe 38
Behandle Aufgabe 21 analog Aufgabe 37.

Lösung:

- Querschnitt: siehe Aufgabe 21: Stegbreite $b_w = 400$ mm
- Lasten: Eigengewicht $g = (0{,}2 \cdot 2 + 1.0{,}4) \cdot 25 = 20$ kN/m
  Nutzlast $q = 40$ kN/m
- Schätzung der Vorspannkraft:

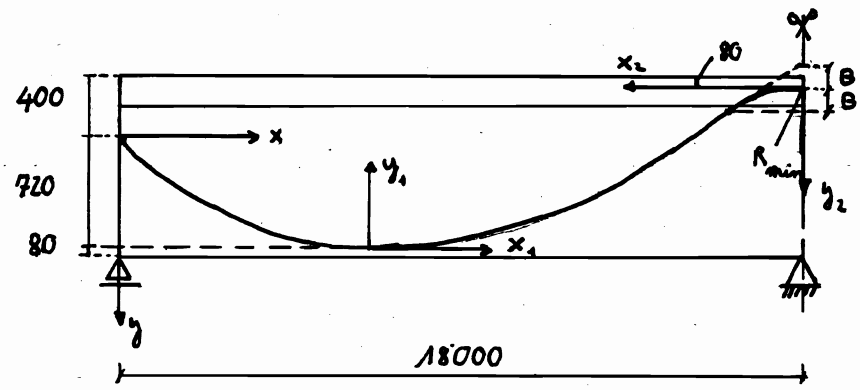
Konzept: Volle Kompensation des Eigengewichts mit Vorspannung $(u = g)$
Kabel: Litzen ϕ 0,6" $(A_p = 150\ mm^2)$
$f_{yp} = 1590$ MPa ; $\sigma_{p0} = 1239$ MPa

Kabelgeometrie:
- Schwerpunktlage (reiner Betonquerschnitt):



$$z_s = \frac{2000 \cdot 200 \cdot 100 + 1000 \cdot 400 \cdot 700}{2000 \cdot 200 + 1000 \cdot 400} = 400\ mm$$

- Annahmen: Überdeckung 30 mm
  Bügel ϕ 12
  Kabel ϕ_i / ϕ_a : 55/62 ; 7 Litzen
  Exzentrizität 7 mm
  $R_{min} \cong 3\sqrt{P_u} = 3\sqrt{150 \cdot 7 \cdot 1770 \cdot 10^{-6}}\ m = 4{,}090\ m$



$h = 720$ mm
$h' = 320$ mm
$l = 18000$ mm

[mm]

Parabel 1: $y_1 = \left(\frac{x_1}{a}\right)^2 h$

Parabel 2: $y_2 = \left(\frac{x_2}{b}\right)^2 B$

$$a = \frac{\ell h}{h'} \left(\sqrt{1 + \frac{h'}{h}\left(1 - \frac{2R_{min}(h+h')}{\ell^2}\right)} - 1 \right) = 7977{,}9$$

$$b = \frac{2R_{min}\, h\,(\ell - a)}{a^2 + 2R_{min}\, h} = 848{,}8$$

$$B = \frac{b^2}{2R_{min}} = 88{,}1$$

Parabel 1: $y(x) = 720 - \left(\frac{x - 7977{,}9}{7977{,}9}\right)^2 720 \quad [mm]$

Parabel 2: $y(x) = 88{,}1 \cdot \left(\frac{x - 18000}{848{,}8}\right)^2 - 320 \quad [mm]$

$$u = P\, y''_{Parabel\,1} = -P_\infty \frac{2 \cdot 720}{7977{,}9^2} = -2{,}262 \cdot 10^{-5}\, P_\infty \quad \left[\frac{kN}{mm}\right]$$

$$u = g \Rightarrow \quad P_\infty = \frac{20\ kN/m}{2{,}262 \cdot 10^{-2}\ 1/m} = 884{,}0\ kN$$

Erforderliche Vorspannung $\quad P_\infty = 884{,}0\ kN$

Spannkraftverluste: globale Betrachtung $\quad P_\infty = \eta\, P_0 \quad ; \quad \eta = 0{,}8$

$\Rightarrow P_0 = 1105{,}0\ kN$

Erforderliche Litzenanzahl $\quad n = \frac{P_0}{A_p\, \sigma_{P_0}} = \frac{1105{,}0 \cdot 10^3}{150 \cdot 1239} = 5{,}95$

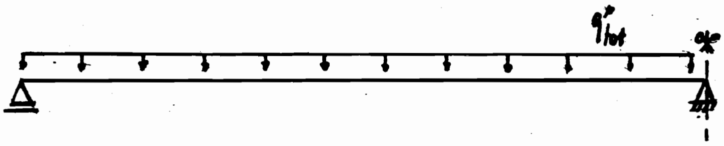
Vorspannung: Wahl: 7 Litzen $\varnothing$ 0,6" ; $\varnothing_a/\varnothing_i = 55/62$; $e = 7\ mm$

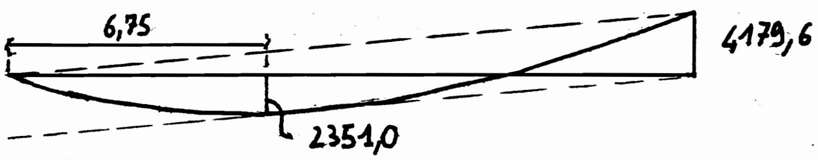
$A_{P_{tot}} = 1050\ mm$

$P_0 = 1301{,}0\ kN \qquad P_\infty = 1041{,}0\ kN$

• Schnittkräfte (Annahme EI = konst)

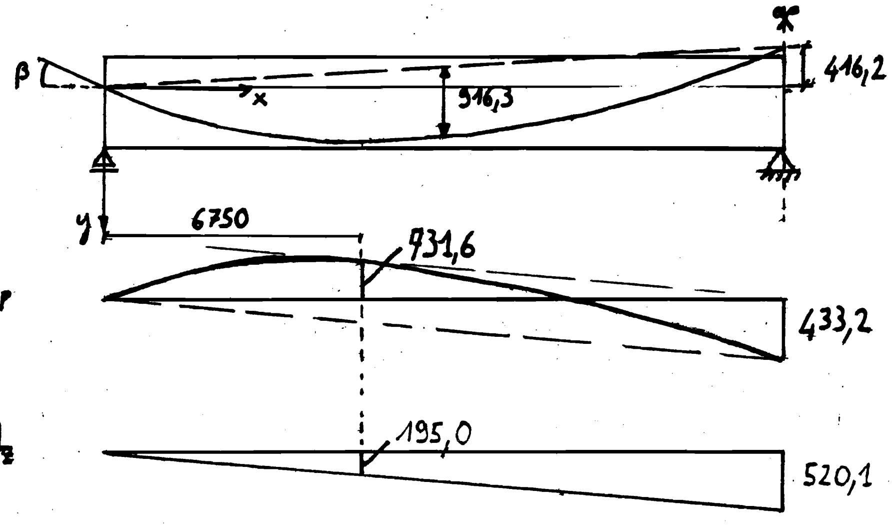
$q^*_{tot} = (1{,}3 \cdot 20 + 1{,}5 \cdot 40) \cdot 1{,}2 = 103{,}2\ kN/m$





[kNm, m]

Vorspannung: $P = P_\infty = 1041{,}0$ kN



$\beta = 10{,}2°$

[mm]

$$M_p(x) = -749{,}3 \left(1 - \left(\frac{x - 7{,}978}{7{,}978}\right)^2\right)$$

[kNm]

Feldmoment $\quad M^{*}_{tot} = 2351{,}0 + 1{,}2 \cdot 195{,}0 = 2585{,}0$ kNm

Stützenmoment $\quad M^{*}_{tot} = -4179{,}6 + 1{,}2 \cdot 520{,}1 = -3555{,}5$ kNm

Erforderliche schlaffe Bewehrung in Längsrichtung:

a) Im Feld: $\quad M^{*}_{tot} = 2585{,}0$ kNm

$$M_R = A_s f_y (d_s - 0{,}4x) + A_p f_{y_p} (d_p - 0{,}4x) = M^{*}_{tot} \qquad (1)$$

d_p: $\; y(6{,}75\,m) = 702{,}9$ mm $\; \Rightarrow d_p = 400 + 702{,}9 = 1102{,}9$ mm

$d_s = 1200 - 55 = 1145$ mm $\quad$ ($\ddot{u} = 30$, $\phi_{Bügel} = 12$; $\phi_\ell = 26$)

$A_p = 1050$ mm²

$f_y = 460$ MPa $\quad ; \quad f_{y_p} = 1590$ MPa

$$D = Z \quad \Rightarrow \quad A_p f_{y_p} + A_s f_y = 0{,}8x\, b\, f_c + A_s' f_y \qquad (2)$$

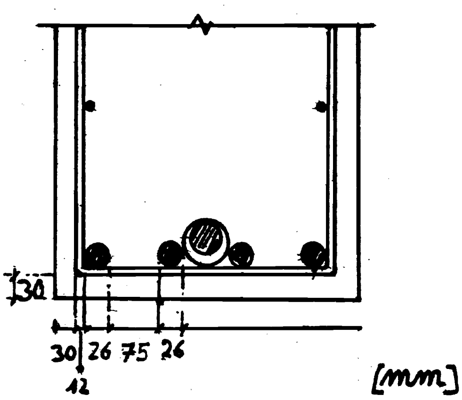
$A_s' \approx 0$

$$\begin{cases} 2585{,}0 \cdot 10^6 = A_s \cdot 460 \cdot (1145 - 0{,}4x) + 1050 \cdot 1590 \cdot (1102{,}9 - 0{,}4x) \\ A_s\, 460 + 1050 \cdot 1590 = 0{,}8x \cdot 2000 \cdot 16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 93{,}7 \text{ mm} \\ A_s = 1583 \text{ mm}^2 \end{cases} \Rightarrow \text{4 Stäbe } \phi 26$$

(Über die ganze Länge)

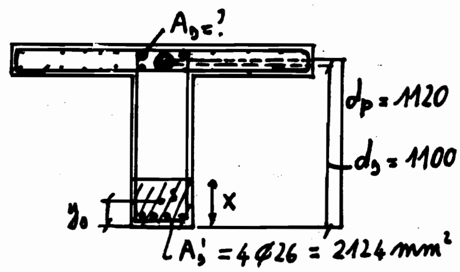
(Bem: 3 Stäbe $\phi 26$ wären genügend; 4 Stäbe sind aber aufgrund konstruktiver Überlegungen zu empfehlen)



b) Im Stützenbereich : $M^{*}_{tot} = -3555{,}5$ kNm

Annahme : Druckbewehrung fliesst.

$$\begin{cases} \text{Schwerpunkt der Druckzone } y_s = \dfrac{0{,}8\times.400.16.0{,}4.x + 2124.460.55}{0{,}8\times.400.16 + 2124.460} & (1) \\ M_R = A_s f_y (d_s - y_s) + A_p f_{y_p} (d_p - y_s) \overset{!}{=} M^{*}_{tot} & (2) \\ D = Z \Rightarrow A_p f_{y_p} + A_s f_y = 0{,}8\times b f_c + A_s' f_y & (3) \end{cases}$$



(2) $3555{,}5.10^6 = A_s.460(1100 - y_s) + 1050.1590(1120 - y_s)$

(3) $1050.1590 + A_s.460 = 0{,}8\times 400.16 + 2124.460$

$\Rightarrow\ x = 556{,}8\ mm \quad ; \quad y_s = 179{,}9\ mm \quad ; \quad A_s = 4693\ mm^2$

Druckzonehöhe $x = 556{,}8 \approx d_s/2$: etwa zu hoch!

$\Rightarrow$ Massnahmen A_s' erhöhen: $\underline{A_s' = 4\ \phi\ 30 = 2828\ mm^2}$ (über die ganze Länge)

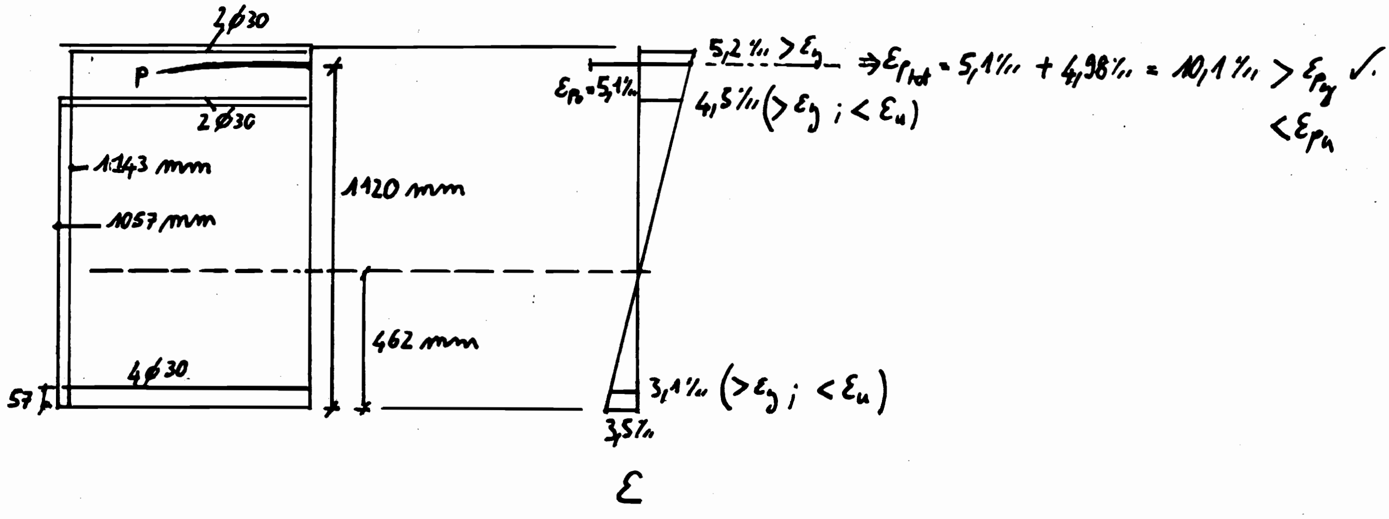
$$\begin{cases} y_s = \dfrac{0{,}8\times 400.16.0{,}4x + 2828.460.57}{0{,}8.\times.400.16 + 2828.460} \\ 3555{,}5.10^6 = A_s\ 460(1100 - y_s) + 1050.1590(1120 - y_s) \\ 1050.1590 + A_s.460 = 0{,}8\times.400.16 + 2828.460 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 462\ mm \\ y = 139{,}5\ mm \\ A_s = 4342\ mm^2 \end{cases}$$

$\underline{\underline{A_s \Rightarrow\ 4\ \phi\ 30 + 16\ \phi\ 12}}$

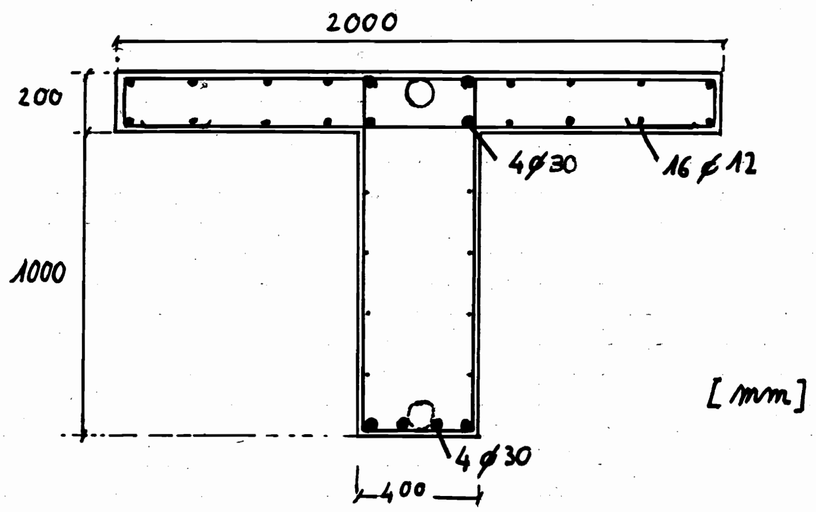
Kontrolle : Dehnungen im Bruchzustand:

$\varepsilon_{P_{tot}} = \varepsilon_{P_0} + \Delta\varepsilon_P \quad ; \quad \varepsilon_{P_0} = \dfrac{\sigma_{P\infty}}{E_P} \quad ; \quad \sigma_{P\infty} = 991{,}2\ MPa \quad ; \quad E_P = 195\ GPa$

$\varepsilon_{P_0} = \dfrac{991{,}2}{195.10^3} = 5{,}1‰ \quad ; \quad \varepsilon_{P_y} = \dfrac{1590}{195.10^3} = 8{,}2‰$



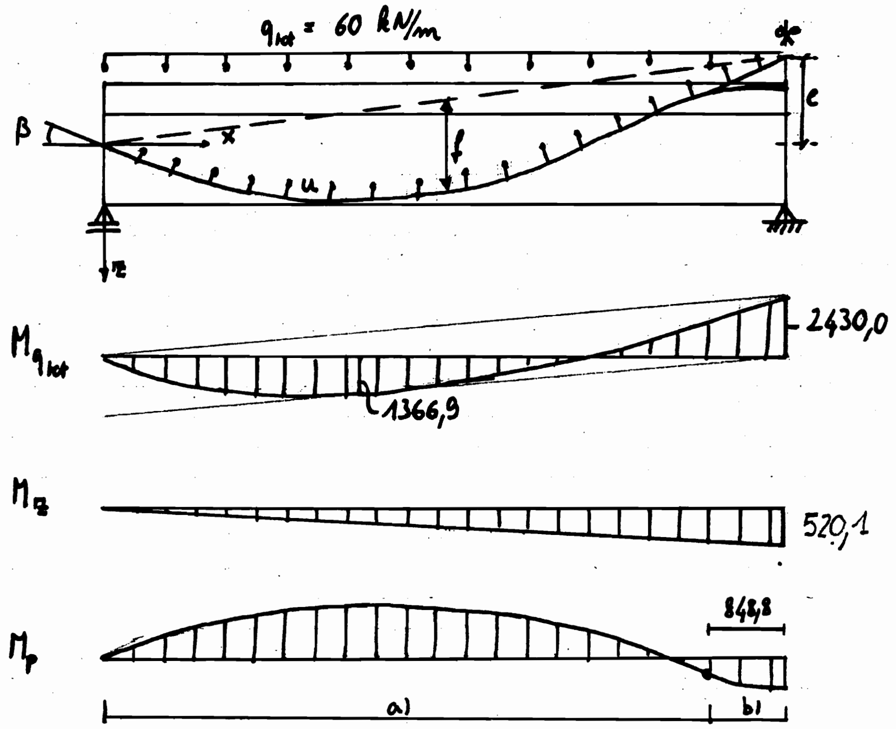
Bewehrungsskizze: Feldmitte / Stützenbereich:



Dekomprimierte Bereiche unter maximalen Gebrauchslasten:

Annahme
- $EI =$ konst
- $\sigma_p = \sigma_{p\infty} =$ konst (Verluste: global betrachtet)
- $A_{id} \approx A_c$ (A_s, A_p ... werden nicht berücksichtigt)

Belastung: $\left.\begin{array}{l} q = 40 \ kN/m \\ g = 20 \ kN/m \end{array}\right\} q_{tot} = 60 \ kN/m$; $P = P_\infty = 1040{,}8 \ kN$



$f = 916{,}3$ mm

$e = -416{,}2$ mm

$\beta = 10{,}2°$

x ... [m]

$M_{q_{tot}}(x) = 30\, x\,(13{,}5 - x)$

$M_z(x) = \frac{x}{\ell}\, P_\infty\,(e + f) = 28{,}9\, x$

[kNm]

a) $0 \leq x \leq 17{,}151$ m : $M_p(x) = -749{,}3 \left(1 - \left(\frac{x - 7{,}9779}{7{,}9779}\right)^2\right)$ ·

b) $17{,}151 \leq x \leq 18$ m : $M_p(x) = -91{,}7 \left(\frac{x - 18}{0{,}8488}\right)^2 + 333{,}0$

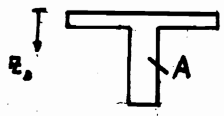
$$M_{tot}(x) = \begin{cases} 30x(13{,}5-x) + 28{,}9\,x - 749{,}3\left(1-\left(\frac{x-7{,}9779}{7{,}9779}\right)^2\right) & 0 \leq x \leq 17{,}151 \\ 30x(13{,}5-x) + 28{,}9\,x - 91{,}7\left(\frac{x-18}{0{,}8488}\right)^2 + 333{,}0 & 17{,}151 \leq x \leq 18 \end{cases} \quad [kNm, m]$$

$$N_{tot}(x) = -1024{,}2\ kN$$

Querschnittswerte : $A \approx A_c = 0{,}8\ m^2$

$z_s = 0{,}4\ m$

$$I = \frac{0{,}2^3 \cdot 2}{12} + \frac{1^3 \cdot 0{,}4}{12} + (0{,}4-0{,}1)^2 \cdot 0{,}2 \cdot 2 + (0{,}7-0{,}4)^2 \cdot 0{,}4 \cdot 1 = 0{,}1067\ m^4$$



$$\sigma(x,z) = \begin{cases} \frac{-1024{,}2 \cdot 10^3}{0{,}8} + \frac{z \cdot 10^3}{0{,}1067}\left(30x(13{,}5-x) + 28{,}9\,x - 749{,}3\left(1-\left(\frac{x-7{,}9779}{7{,}9779}\right)^2\right)\right) & 0 \leq x \leq 17{,}151 \\ \frac{-1024{,}2 \cdot 10^3}{0{,}8} + \frac{z \cdot 10^3}{0{,}1067}\left(30x(13{,}5-x) + 28{,}9\,x - 91{,}7\left(\frac{x-18}{0{,}8488}\right)^2 + 333{,}0\right) & 17{,}151 \leq x \leq 18 \end{cases}$$

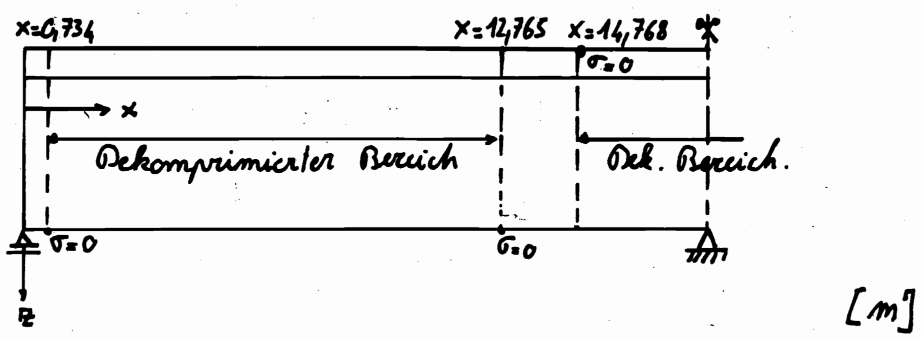
$z_u = 800mm$ (Unterer Rand)

$z_o = -400\ mm$ (Oberer Rand)

Dekomprimierter Bereich $\sigma(x, z_{o/u}) > 0$

$\sigma(x; 0{,}8) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0{,}734\ m$ oder $x = 12{,}765\ m$

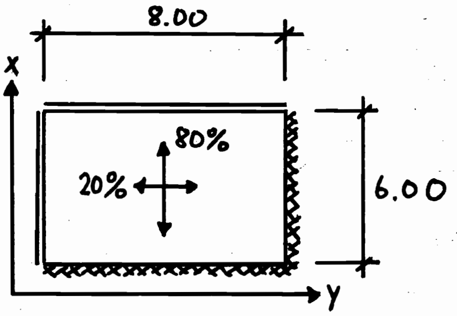
$\sigma(x; -0{,}4) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 14{,}768\ m$



Aufgabe 39

Löse Aufgabe 30 unter teilweiser Verwendung vorgespannter Monolitzen Ø 0.5″ ($A_p = 100\ mm^2$, $f_{yp} = 1640$ MPa, $\sigma_{p0} = 1274$ MPa).

Lösung:



Bemessung nach der Streifenmethode:

Beton B35/25 → $f_c = 16$ MPa, $\tau_c = 0{,}9$ MPa, $f_{ct} = 2{,}5$ MPa

$$h \simeq \frac{\ell_x + \ell_y}{80} = \frac{6000 + 8000}{80} = \underline{175\ mm}$$

↳ N.B. Gültig für Spannweitenverhältnisse $\ell_y/\ell_x \leq 2$

⇒ Wahl : Plattendicke $h = 180$ mm

Einwirkungen : – Eigengewicht $g = 0{,}18 \cdot 25 = 4{,}5$ kPa

– Nutzlast $q = 5{,}0$ kPa

→ $q_d = 1{,}3 \cdot 4{,}5 + 1{,}5 \cdot 5{,}0 = \underline{13{,}4\ kPa}$

→ $q_d \cdot \gamma_R = 1{,}2 \cdot 13{,}4 = \underline{16{,}0\ kPa}$

⇒ Wahl der Vorspannung: Aufgrund der geringen Spannweiten und der geringen Plattendicke wird nur in x-Richtung eine Vorspannung vorgesehen.

Lastaufteilung: 80% in x-Richtung / 20% in y-Richtung / $q_d = q_{dx} + q_{dy}$

$q_{dx} = 0{,}80 \cdot 13{,}4 = 10{,}7$ kPa $\qquad q_{dx} \cdot \gamma_R = 12{,}8$ kPa

$q_{dy} = 0{,}20 \cdot 13{,}4 = 2{,}7$ kPa $\qquad q_{dy} \cdot \gamma_R = 3{,}2$ kPa

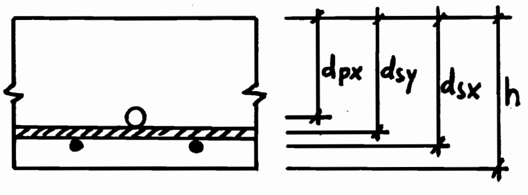
Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissweiten (SIA 162/3 33 4)

Stababstand $s = 100$ mm → $\alpha = 1{,}0$, Reine Biegung → $\beta = 0{,}5$

$$\underline{a_{s,min}} = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot f_{ct} \cdot A_{ct}}{f_y} = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot f_{ct} \cdot h/2 \cdot b}{f_y} = \frac{1{,}0 \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 180/2 \cdot 1000}{460} = \underline{245\ mm^2/m'}$$

⇒ Wahl: Ø6 @ 100 mm ($a_{sx} = 283\ mm^2/m'$), 1. Lage in x-Richtung

Ø6 @ 100 mm ($a_{sy} = 283\ mm^2/m'$), 2. Lage in y-Richtung



Litze Ø0,5″ → Hüllrohrdurchmesser $Ø_{Hüll} = 18$ mm

$\underline{d_{sx}} = h - \ddot{u} - \tfrac{1}{2}Ø = 180 - 20 - 3 = \underline{157\ mm}$

$\underline{d_{sy}} = h - \ddot{u} - \tfrac{3}{2}Ø = 180 - 20 - 9 = \underline{151\ mm}$

$\underline{d_{px}} = h - \ddot{u} - 2Ø - \tfrac{1}{2}Ø_{Hüll} = 180 - 20 - 12 - 9 = \underline{139\ mm}$

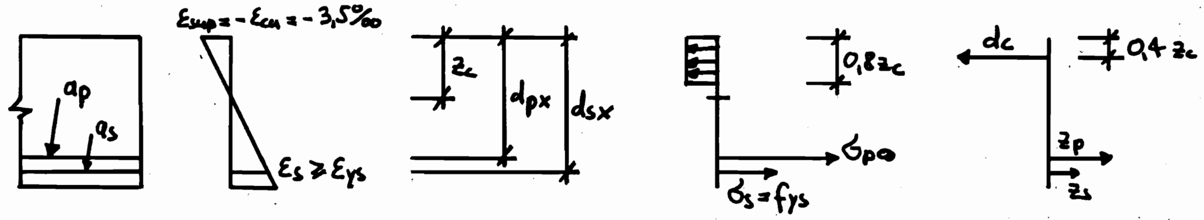
⇒ Monolitzen (Vorspannung ohne Verbund) Ø0,5" @1000mm ($a_p = 100\ mm^2/m'$)

Annahme: Verluste in Vorspannung 20%, Zwängungsmomente vernachlässigt.

$$\sigma_{po} = 1274\ MPa$$

$$\sigma_{p\infty} = 0{,}8 \cdot \sigma_{po} = 1019\ MPa$$

Unterer Biegewiderstand m_{xu}:



$$\Sigma N = 0 = d_c + z_s + z_p$$

$$0{,}8\, z_c \cdot b \cdot f_c - a_{sx} f_{ys} - a_p \cdot \sigma_{p\infty} = 0$$

Druckzonenhöhe $\underline{z_c} = \dfrac{a_{sx} f_{ys} + a_p \cdot \sigma_{p\infty}}{0{,}8 \cdot b \cdot f_c} = \dfrac{283 \cdot 460 + 100 \cdot 1019}{0{,}8 \cdot 1000 \cdot 16} = \underline{18{,}1\,mm}$

$$m_{xu} = a_{sx} f_{ys} \cdot (d_{sx} - 0{,}4 z_c) + a_p \sigma_{p\infty} \cdot (d_{px} - 0{,}4 z_c) = 283 \cdot 460 \cdot (157 - 0{,}4 \cdot 18{,}1) + 100 \cdot 1019 \cdot (139 - 0{,}4 \cdot 18{,}1)$$

$\underline{m_{xu}\ \ 32{,}9\ kN}$

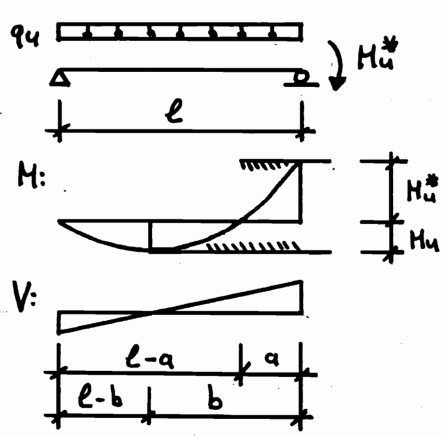
Unterer Biegewiderstand m_{yu}:

$$\omega_y = \frac{a_{sy} \cdot f_y}{f_c \cdot b \cdot d_{sy}} = \frac{283 \cdot 460}{16 \cdot 1000 \cdot 151} = 0{,}054$$

$$m_{yu} = f_c \cdot b \cdot d_{sy}^2 \cdot \omega_y \cdot (1 - \omega_y/2) = 16 \cdot 1000 \cdot 151^2 \cdot 0{,}054 \cdot (1 - 0{,}054/2)$$

$\underline{m_{yu} = 19{,}1\ kN}$

Ermittlung der erforderlichen oberen Biegewiderstände:



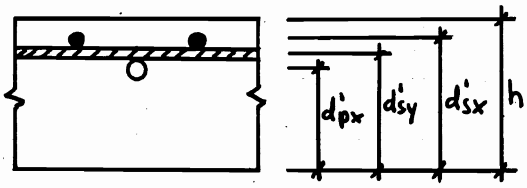
$$M_u^* = \frac{q_u\, l^2}{2} - \sqrt{2\, M_u\, q_u\, l^2}$$

$$a = l - \sqrt{\frac{8 M_u}{q_u}}$$

$$b = l - \sqrt{\frac{2 M_u}{q_u}}$$

$$m'_{xu,erf} = \frac{12{,}8 \cdot 6{,}0^2}{2} - \sqrt{2 \cdot 32{,}9 \cdot 12{,}8 \cdot 6{,}0^2} = \underline{56{,}4 \text{ kN}}$$

$$m'_{yu,erf} = \frac{3{,}2 \cdot 8{,}0^2}{2} - \sqrt{2 \cdot 19{,}1 \cdot 3{,}2 \cdot 8{,}0^2} = \underline{14{,}0 \text{ kN}}$$



Litze ø0,5" → Hüllrohrdurchmesser $\varnothing_{Hüll} = 18$ mm

$d'_{sx} = h - \ddot{u} - \frac{1}{2}\varnothing_x = 180 - 20 - 5 = \underline{155 \text{ mm}}$

$d'_{sy} = h - \ddot{u} - \varnothing_x - \frac{1}{2}\varnothing_y = 180 - 20 - 10 - 3 = \underline{147 \text{ mm}}$

$d'_{px} = h - \ddot{u} - \varnothing_x - \varnothing_y - \frac{1}{2}\varnothing_{Hüll} = 180 - 20 - 10 - 6 - 9 = \underline{135 \text{ mm}}$

Oberer Biegewiderstand m'_{xu}:

⇒ Wahl: ø10@100 mm ($a'_{sx} = 785$ mm²/m'), 4. Lage in x-Richtung (N.B. a = 1,47 m)

$\Sigma N = 0 = d_c + z_s + z_p$

$0{,}8\, z_c \cdot b \cdot f_c - a'_{sx} \cdot f_{ys} - a_p \cdot \sigma_{p\infty} = 0$

Druckzonenhöhe $z_c = \dfrac{785 \cdot 460 + 100 \cdot 1019}{0{,}8 \cdot 1000 \cdot 16} = \underline{36{,}2 \text{ mm}}$

$m'_{xu} = a'_{sx} \cdot f_{ys} \cdot (d'_{sx} - 0{,}4 \cdot z_c) + a_p \cdot \sigma_{p\infty} \cdot (d'_{px} - 0{,}4\, z_c) = 785 \cdot 460 \cdot (155 - 0{,}4 \cdot 36{,}2) + 100 \cdot 1019 \cdot (135 - 0{,}4 \cdot 36{,}2)$

$\underline{m'_{xu} = 63{,}1 \text{ kN}}$

⇒ Nachweis: $m'_{xu} = 63{,}1$ kN > $m'_{xu,erf} = 56{,}4$ kN → i.O.

Oberer Biegewiderstand m'_{yu}:

$$\omega'_{y,erf} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot m'_{yu,erf}}{f_c \cdot b \cdot d'^2_{sy}}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 14{,}0 \cdot 10^3}{16 \cdot 147^2}} = 0{,}041$$

$$a'_{sy,erf} = \frac{\omega_{y,erf} \cdot b \cdot d'_{sy} \cdot f_c}{f_y} = \frac{0{,}041 \cdot 1000 \cdot 147 \cdot 16}{460} = \underline{211 \text{ mm}^2/\text{m}'}$$ (N.B. a = 1,09 m).

⇒ Wahl: ø6@100 mm ($a'_{sy} = 283$ mm²/m'), 3. Lage in y-Richtung

Kontrolle der nominellen Schubspannungen (kritisch = eingespannte Ecke):

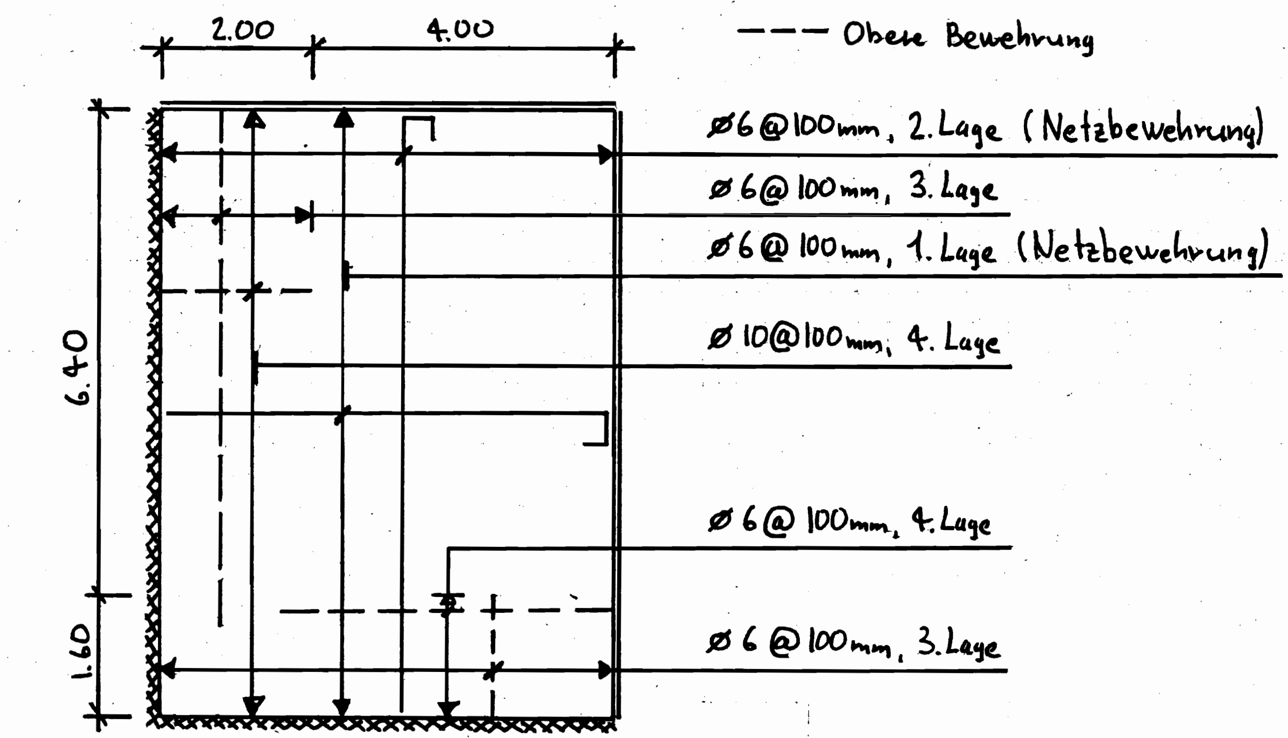
$$v_{dx} \cdot \gamma_R = q_{dx} \cdot \gamma_R \left(\ell_x - \sqrt{\frac{2\, m_{xu}}{q_{dx} \cdot \gamma_R}} \right) = 12{,}8 \cdot \left(6{,}0 - \sqrt{\frac{2 \cdot 32{,}9}{12{,}8}} \right) = 47{,}9\ \mathrm{kN/m'}$$

$$v_{dy} \cdot \gamma_R = q_{dy} \cdot \gamma_R \left(\ell_y - \sqrt{\frac{2\, m_{yu}}{q_{dy} \cdot \gamma_R}} \right) = 3{,}2 \cdot \left(8{,}0 - \sqrt{\frac{2 \cdot 19{,}1}{3{,}2}} \right) = 14{,}6\ \mathrm{kN/m'}$$

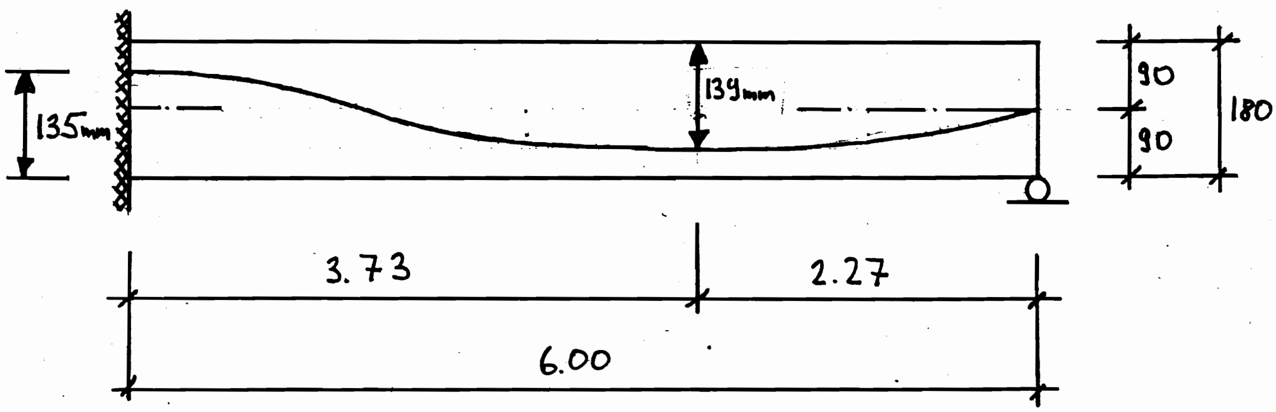
Hauptquerkraft $v_{do} \cdot \gamma_R = \gamma_R \sqrt{v_{dx}^2 + v_{dy}^2} = \sqrt{47{,}9^2 + 14{,}6^2} = 50{,}1\ \mathrm{kN/m'}$

$$\tau_{do} \cdot \gamma_R = \frac{v_{do} \cdot \gamma_R}{\tfrac{1}{2}(d'_x + d'_y)} = \frac{50{,}1}{\tfrac{1}{2}(155 + 147)} = 0{,}33\ \mathrm{MPa} < \tau_c = 0{,}9\ \mathrm{MPa} \rightarrow \text{i.O.}$$

Bewehrungsskizze Mst. 1:100

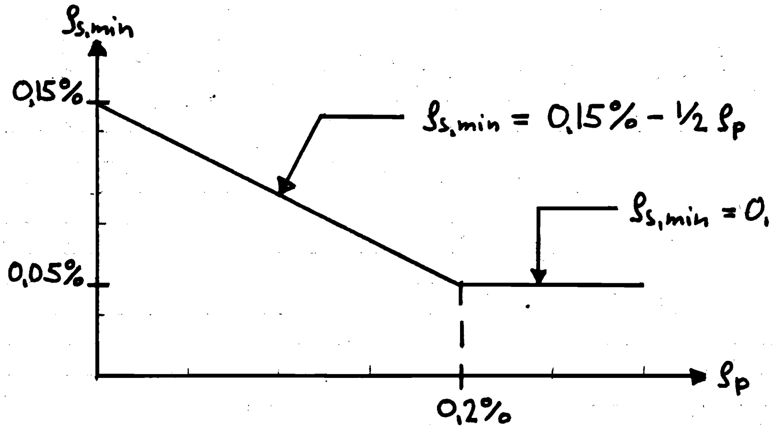


Kabellage Mst. 1:50/10



Bemerkung: Die Annahme der langfristigen Verluste in der Vorspannung von 20% stellt einen konservativen Wert dar. In Wirklichkeit dürfte dieser bei ca. 10 - 15% liegen.

Bemerkung: Die gewählte schlaffe Mindestbewehrung gemäss SIA 162/3 33 42 kann beim Vorhandensein einer Vorspannung reduziert werden (SIA 162 / 3 33 44). Bei vorgespannten Platten ohne Verbund ist gemäss SIA 162 / 4 43 3 immer eine minimale schlaffe Bewehrung erforderlich.



Aufgabe 40

Die in Aufgabe 31 betrachtete Stütze sei eine Innenstütze eines grossen Gebäudes mit Flachdecken mit quadratischen Feldern von 8 m × 8 m. Die Fundamentplatte soll mit einer konstanten Dicke ausgeführt und mit Litzenspanngliedern (Litzen Ø 0.6″, $A_p = 150\ mm^2$, $f_{yp} = 1590$ MPa, $\sigma_{p0} = 1239$ MPa) in den Stützstreifen vorgespannt werden, jedoch keine Durchstanzbewehrung erhalten. Wie dick muss die Platte gewählt werden, um ein Durchstanzversagen zu vermeiden? Auf was für eine Dicke könnte sie mit einer zusätzlichen Durchstanzbewehrung reduziert werden? Dimensioniere die erforderliche Bewehrung für beide Fälle.

Lösung:

Stützendurchmesser $D = 600\,mm$

zentrische Druckkraft $N_d = -6\ MN$ (Bemessungsniveau)

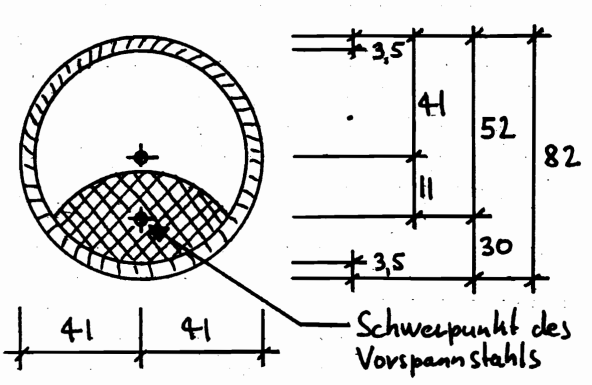
Baustoffe: - Beton B35/25 → $f_c = 16$ MPa, $f_{ct} = 2{,}5$ MPa, $\tau_c = 0{,}9$ MPa
- Betonstahl S500 → $f_{ys} = 460$ MPa, $E_s = 205$ GPa
- Litzen Ø0,6″ → $A_p = 150\ mm^2$, $f_{yp} = 1590$ MPa, $f_{tk} = 1770$ MPa, $\sigma_{po} = 1239$ MPa, $E_p = 195$ GPa

Annahmen: - konstante Bodenpressung σ_b
- Verluste in Vorspannung 20%
- Platte kann sich infolge Bodenreibung nicht zusammenziehen / keine Normalkraft in Platte infolge Vorspannung → Nur die Umlenkkräfte sind wirksam!

⇒ Berücksichtigung der Vorspannung als äusserer Lastfall mit den Umlenkkräften als Einwirkung.

Lastfaktoren: - Vorspannung als Leiteinwirkung: $\gamma_Q = 1{,}2$ (global)
- Vorspannung als Leiteinwirkung: $\gamma_Q = 1{,}5$ (lokal)
- Vorspannung als Begleiteinwirkung: $\psi = 1{,}0$

⇒ **Wahl: Vorspannkabel mit 12 Litzen Ø0,6″ (6-12, $A_p = 1800\ mm^2$)**



$P_o = A_p \cdot \sigma_{po} = 2230{,}2$ kN

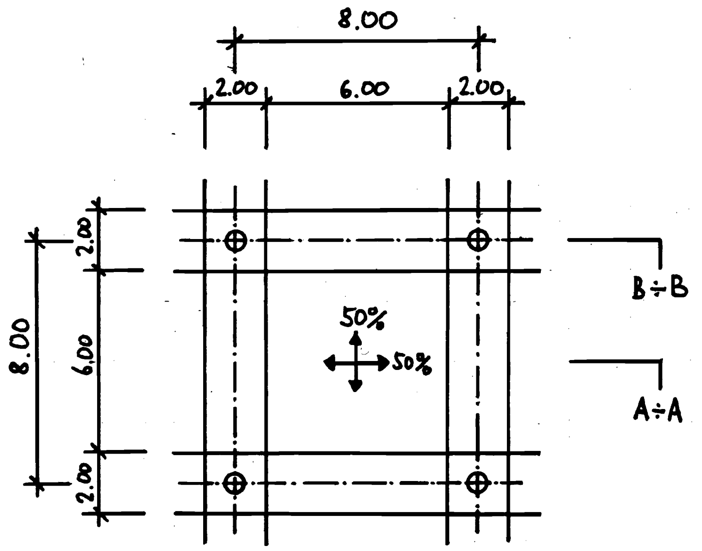
$P_\infty = 0{,}8 \cdot P_o = 1784{,}2$ kN

$P_u = A_p \cdot f_{tk} = 3186{,}0$ kN

$R_{min} = 3 \cdot \sqrt{P_u} = 3 \cdot \sqrt{3{,}186}$ (P_u in MN)

$R_{min} = 5{,}40\ m$

Wahl: Stützstreifenbreite $b_s = 2{,}0\,m$



Bodenpressung:

$$\sigma_{b,d} = \frac{-N_d}{\ell^2} = \frac{6000}{8{,}0^2} = \underline{97{,}75\ kPa}$$

$$\underline{\sigma_{b,d} \cdot \gamma_R} = 97{,}75 \cdot 1{,}2 = \underline{112{,}5\ kPa}$$

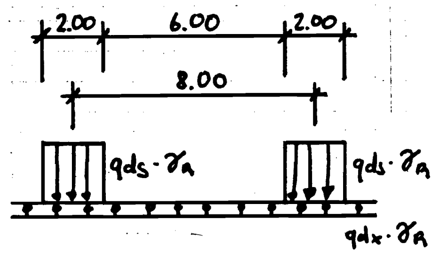
Einwirkung : $\underline{q_d = 97{,}75\ kPa}$

$\underline{q_d \cdot \gamma_R = 112{,}5\ kPa}$

Lastaufteilung : 50% in x-Richtung / 50% in y-Richtung / $q_d = q_{dx} + q_{dy}$

$q_{dx} = q_{dy} = 0{,}5 \cdot 97{,}75 = 46{,}88\ kPa$ $\qquad q_{dx} \cdot \gamma_R = q_{dy} \cdot \gamma_R = 56{,}25\ kPa$

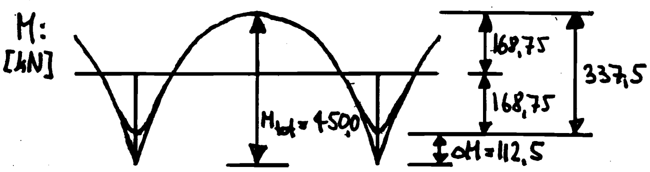
Streifen A÷A (Einheitsbreite $b = 1{,}0\,m$) / Schnittkräfte auf Bruchniveau



Auflagerreaktion:

$A_{ds} \cdot \gamma_R = q_{ds} \cdot \gamma_R \cdot b_s = \ell \cdot q_{dx} \cdot \gamma_R = 8{,}0 \cdot 56{,}25 = 450{,}0\ kN/m$

$\underline{q_{ds} \cdot \gamma_R} = A_{ds} \cdot \gamma_R / b_s = 450{,}0 / 2{,}0 = \underline{225{,}0\ kN/m^2}$



$\underline{M_{tot}} = 1/8 \cdot q_{dx} \cdot \gamma_R \cdot \ell^2 = 1/8 \cdot 56{,}25 \cdot 8{,}0^2 = \underline{450\ kN}$

$\underline{\Delta M} = 1/8 \cdot b_s \cdot A_{ds} \cdot \gamma_R = 1/8 \cdot 2{,}0 \cdot 450{,}0 = \underline{112{,}5\ kN}$

$\underline{M_{tot} - \Delta M} = 450{,}0 - 112{,}5 = \underline{337{,}5\ kN}$

Momentenausgleich $\longrightarrow$ $\underline{m_u = m_u'} = 1/2\,(M_{tot} - \Delta M) = 1/2 \cdot 337{,}5 = \underline{168{,}75\ kN}$

$\Rightarrow$ Erforderliche untere und obere Biegewiderstände $m_u = m_u' = 168{,}8\ kN$

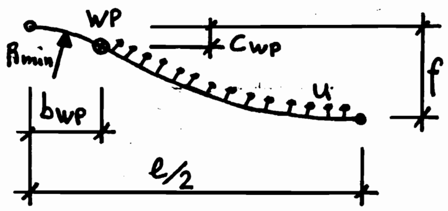
Stützstreifen B÷B (Einheitsbreite $b = 1{,}0\,m$) / Schnittkräfte auf Bruchniveau

Einwirkung auf Stützstreifen: $\underline{q_{ds} \cdot \gamma_R = 225{,}0\ kPa}$ (Strong band)

Bemerkung: Die erforderlichen Biegewiderstände des Stützstreifen ergeben sich aus der Superposition der drei Anteile „Plattenstreifen", „Stützstreifen" und „Umlenkkräfte aus Vorspannung".

⇒ Wahl: 4 Vorspannkabel „6-12" pro Stützstreifen, bzw. Vorspannkabel „6-12" @500mm

Kabelgeometrie:



$$b_{WP} = \frac{4 \cdot R_{min} \cdot f}{\ell} \qquad c_{WP} = \frac{8 \cdot R_{min} \cdot f^2}{\ell^2}$$

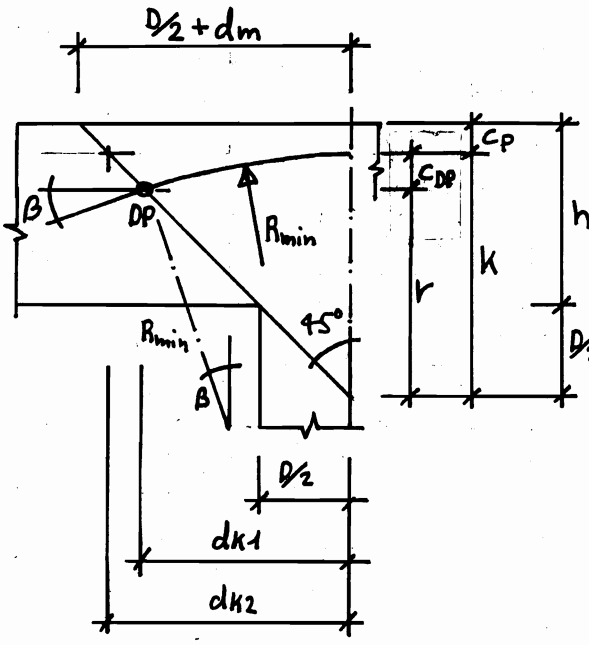
$$u = \frac{8\,P\,f}{\ell^2 \cdot (1 - 8 R_{min} f/\ell^2)}$$

Kabelgeometrie im Bereich des Durchstanzkegels:

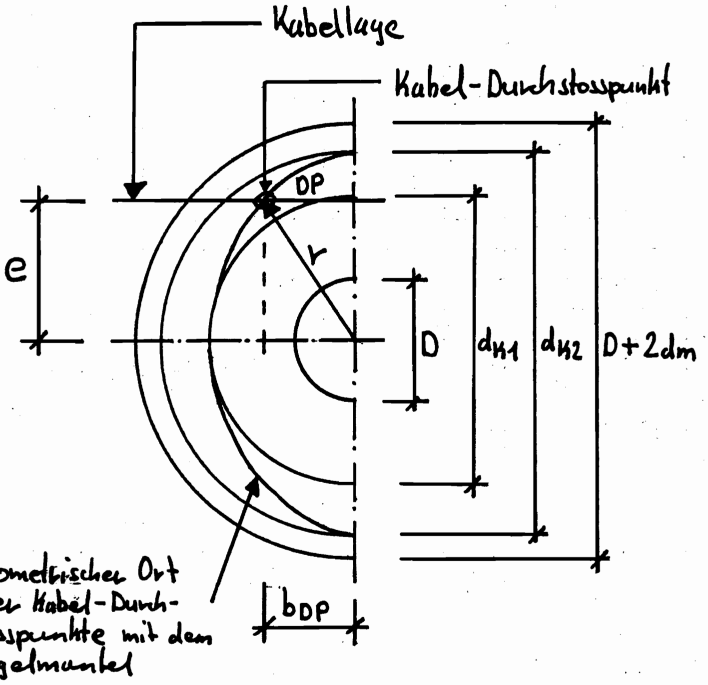
Bestimmung der Kabelneigung beim Durchstosspunkt Kegelmantel / Kabel.

Annahme: Wendepunkt des Kabels liegt ausserhalb des Durchstanzkegels.

Schnitt durch Stützenmittelpunkt:



Grundriss des Durchstanzkegels:



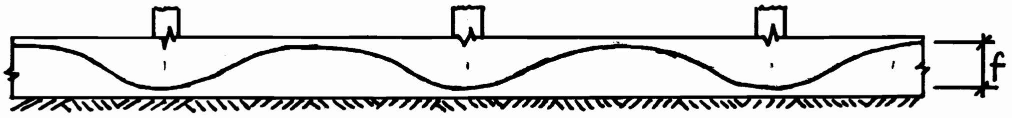
(I) $k - r = R_{min} \cdot (1 - \cos\beta) = c_{DP}$

(II) $\sqrt{r^2 - e^2} = R_{min} \cdot \sin\beta = b_{DP}$

$$\Rightarrow \cos\beta = -\left(\frac{k - R_{min}}{2 R_{min}}\right) + \sqrt{\left(\frac{k - R_{min}}{2 R_{min}}\right)^2 - \left(\frac{k^2 - e^2 - 2 k R_{min}}{2 R_{min}^2}\right)}$$

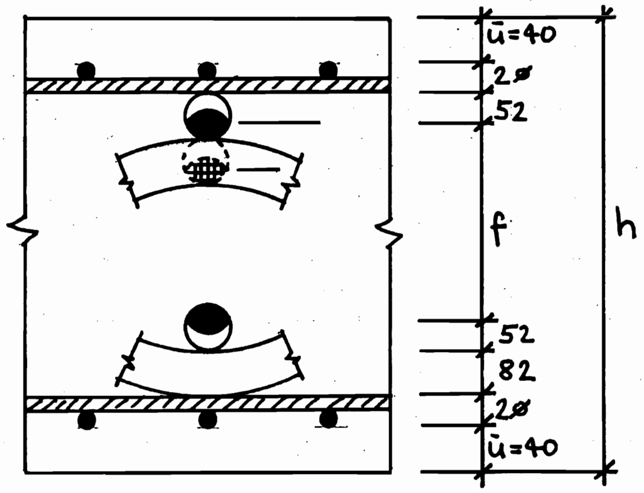
N.B. Liefert obige Gleichung einen Wert für $\cos\beta > 1{,}0$ liegt das betrachtete Spannkabel ausserhalb des Durchstanzkegels.

Globale Kabellage:



Kabellage im Querschnitt:

Annahme: Momentenausgleich in den Plattenstreifen → isotrope Bewehrung in x-Richtung und y-Richtung. ($\varnothing_x = \varnothing_y = \varnothing$)



$d_m = h - \bar{u} - \varnothing$ (mittlere statische Höhe)

Kabellage:

→ im Feld „oben"

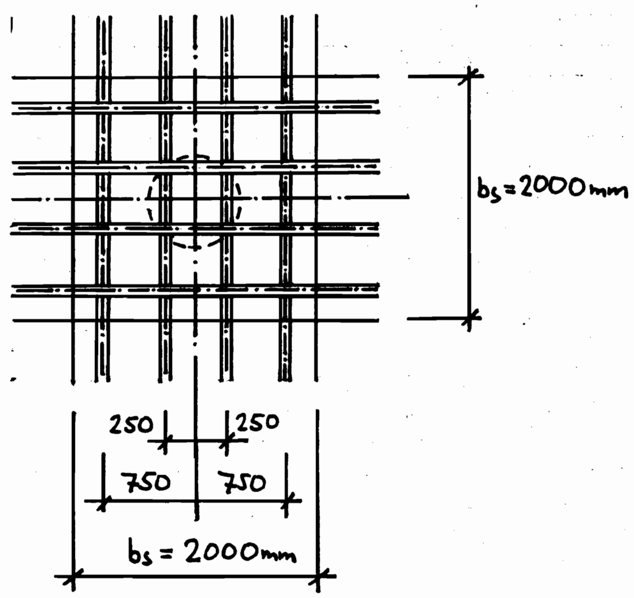
→ unter Stütze „unten"

$k_1 = h + D/2 - \bar{u} - 2\varnothing - 52 = h - 2\varnothing + 208\,mm$

$k_2 = h + D/2 - \bar{u} - 2\varnothing - 82 - 52 = h - 2\varnothing + 126\,mm$

Pfeilhöhe der Vorspannung: $f = h - 2\bar{u} - 4\varnothing - 82 - 2 \cdot 52 = h - 4\varnothing - 266$

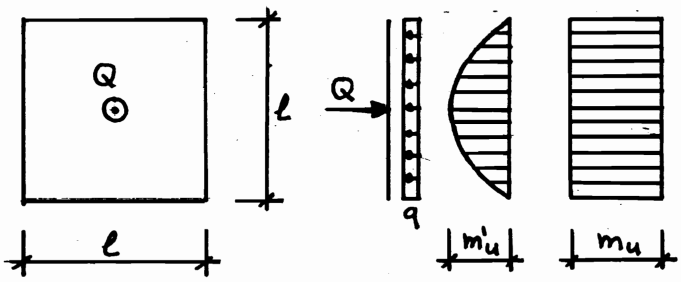
Kabelanordnung im Stützstreifen:



Bemerkung:

Die Auflagerfläche der Stützstreifen ist eine Quadratfläche mit den Abmessungen $b_s \times b_s = 2m \times 2m$. Die Krafteinleitung der Stützenkraft in die Auflagerfläche der Stützstreifen kann z.B. mit dem Vorschlag von Nielsen für punktgestützte Quadratplatten unter Gleichlast berücksichtigt werden.

Punktgestützte Quadratplatte unter Gleichlast gemäss Vorschlag von Nielsen:



$Q = q\,\ell^2$

$m_u = 0{,}125\,Q$ [kNm/m']

$m'_u = 0{,}034\,Q$ [kNm/m']

Fall A: Platte ohne Durchstanzbewehrung

Vorgehen: Wahl einer Plattendicke h und anschliessender Nachweis des Durchstanzwiderstandes unter Berücksichtigung der Vorspannkabel im Durchstanzkegel.

$\Rightarrow$ Plattendicke $h_{min} = 740$ mm (Iterative Optimierung)

Im folgenden werden für die minimale Plattendicke $h = 740$mm die Bemessung und die erforderlichen Nachweise durchgeführt.

Annahme: In der Platte wird sowohl unten wie oben die Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissweiten gem. SIA 162/3 33 4 eingelegt.

Stababstand $s = 200$mm $\rightarrow \alpha = 1{,}2$, Reine Biegung $\rightarrow \beta = 0{,}5$

$$a_{s,min} = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot f_{ct} \cdot A_{ct}}{f_{ys}} = \frac{1{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 740/2 \cdot 1000}{460} = 1207 \text{ mm}^2/\text{m}'$$

$\Rightarrow$ Wahl: $\varnothing$ 18 @ 200mm ($a_s = 1272$ mm²/m'), alle 4 Lagen

Nachweis des Plattenstreifens:

$d_m = h - \ddot{u} - \varnothing = 740 - 40 - 18 = 682$mm

$$\omega_m = \frac{a_s \cdot f_{ys}}{b\, d_m\, f_c} = \frac{1272 \cdot 460}{1000 \cdot 682 \cdot 16} = 0{,}054$$

$$m_R = f_c \cdot b \cdot d_m^2 \cdot \omega_m \,(1 - \omega_m/2) = 16 \cdot 1000 \cdot 682^2 \cdot 0{,}054 \cdot (1 - 0{,}054/2)$$

$m_R = 388{,}5$ kN

$\Rightarrow$ Nachweis: $m_R = 388{,}5$ kN $> m_{u,erf} = m'_{u,erf} = 168{,}8$ kN $\rightarrow$ i.O.

Durchstanznachweis:

Erforderlicher Durchstanzwiderstand:

$$V_{R,erf} = -N_d \cdot \gamma_R - \sigma_{b,d} \cdot \gamma_R \frac{(D + 2d_m)^2 \pi}{4} = -N_d \cdot \gamma_R \cdot \left(1 - \frac{(D + 2d_m)^2 \pi}{4\ell^2}\right)$$

$$V_{R,erf} = 6000 \cdot 1{,}2 \cdot \left(1 - \frac{(0{,}6 + 0{,}682 \cdot 2)^2 \pi}{4 \cdot 8{,}0^2}\right) = 6859{,}2 \text{ kN}$$

N.B. Die Last innerhalb der Fläche des Durchstanzkegels wird direkt abgetragen $\rightarrow$ kein Durchstanzen!

Durchstanzwiderstand:

$$V_R = 1{,}8 \cdot \tau_c \cdot \frac{1600\,mm}{1200\,mm + d_m} \cdot u \cdot d_m = 1{,}8 \cdot \tau_c \cdot \frac{1600\,mm}{1200\,mm + d_m} (D + d_m) \cdot \pi \cdot d_m$$

$$\underline{V_R} = 1{,}8 \cdot 0{,}9 \frac{1600}{1200 + 682} \cdot (600 + 682) \cdot \pi \cdot 682 = \underline{3783{,}0\ kN}$$

Anteil der Vorspannkabel am Durchstanzwiderstand:

$\Delta V_{R_i} = 2 \cdot n \cdot P_\infty \cdot \sin \beta_i$ ($n \div$ Anzahl Kabel / $P_\infty = 1784{,}2\ kN$)

Pfeilhöhe der Vorspannkabel: $\underline{f} = h - 4\varnothing - 266mm = 740 - 4 \cdot 18 - 266 = \underline{402\ mm}$

Lage des Kabel-Wendepunktes: $\underline{b_{WP}} = \frac{4 \cdot R_{min} \cdot f}{\ell} = \frac{4 \cdot 5400 \cdot 402}{8000} = \underline{1085\ mm}$

Kabellage: $k_1 = h - 2\varnothing + 208mm = 740 - 2 \cdot 18 + 208 = 912\ mm$

$k_2 = h - 2\varnothing + 126\ mm = 740 - 2 \cdot 18 + 126 = 830\ mm$

$e_1 = 250\ mm$

$e_2 = 750\ mm$

Kabellage		n	b_{DP_i}	β_i	ΔV_{R_i}
k1	e_1	2	813 mm	8,658°	1074,3 kN
k1	e_2	2	480 mm	5,103°	634,7 kN
k2	e_1	2	738 mm	7,856°	975,5 kN
k2	e_2	2	331 mm	3,515°	437,6 kN
					3122,2 kN

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{V_R + \Delta V_R = 3783{,}0 + 3122{,}2 = 6905{,}2\ kN > V_{R,erf} = 6859{,}2\ kN \rightarrow \text{i.O.}}}$

N.B. Man könnte die Kabel mehr konzentrieren, und $\Sigma \Delta V_{R_i}$ würde damit grösser $\longrightarrow$ eventuell würde die Platte dadurch etwas dünner.

Erforderliche Biegewiderstände im Stützstreifen:

Umlenkkraft aus Vorspannung:

$$\underline{u_\infty} = 2 \cdot \frac{8\ P_\infty\ f}{\ell^2 (1 - 2 b_{wP}/\ell)} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 1784{,}2 \cdot 0{,}402}{8{,}0^2\ (1 - 2 \cdot 1{,}085/8{,}0)} = \underline{246{,}0 \text{ kPa}}$$

Massgebende Einwirkung auf den Stützstreifen:

$$q_{dST} \cdot \gamma_R = q_{dx} \cdot \gamma_R + q_{ds} \cdot \gamma_R - u_\infty \cdot \psi \cdot \gamma_R = 56{,}3 + 225{,}0 - 246{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}2$$

$\underline{q_{dST} \cdot \gamma_R = -14{,}0 \text{ kPa}}$ (Resultierende Einwirkung drückt in den Boden)

Annahme: Elastische Schnittkraftverteilung (Schnittkräfte auf Bruchniveau)

$\underline{M_{tot}} = 1/8 \cdot q_{dST} \cdot \gamma_R \cdot \ell^2 = 1/8 \cdot 14{,}0 \cdot 8{,}0^2 = \underline{112{,}1 \text{ kN}}$

$\underline{M_S} = 2/3 \cdot M_{tot} = 2/3 \cdot 112{,}1 = \underline{74{,}7 \text{ kN}}$

$\underline{M_F} = 1/3 \cdot M_{tot} = 1/3 \cdot 112{,}1 = \underline{37{,}4 \text{ kN}}$

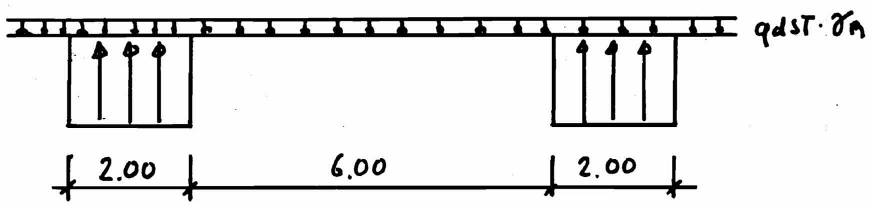
$\underline{\Delta M} = 1/8 \cdot b_s \cdot q_{dST} \cdot \gamma_R \cdot \ell = 1/8 \cdot 2{,}0 \cdot 14{,}0 \cdot 8{,}0 = \underline{28{,}0 \text{ kN}}$

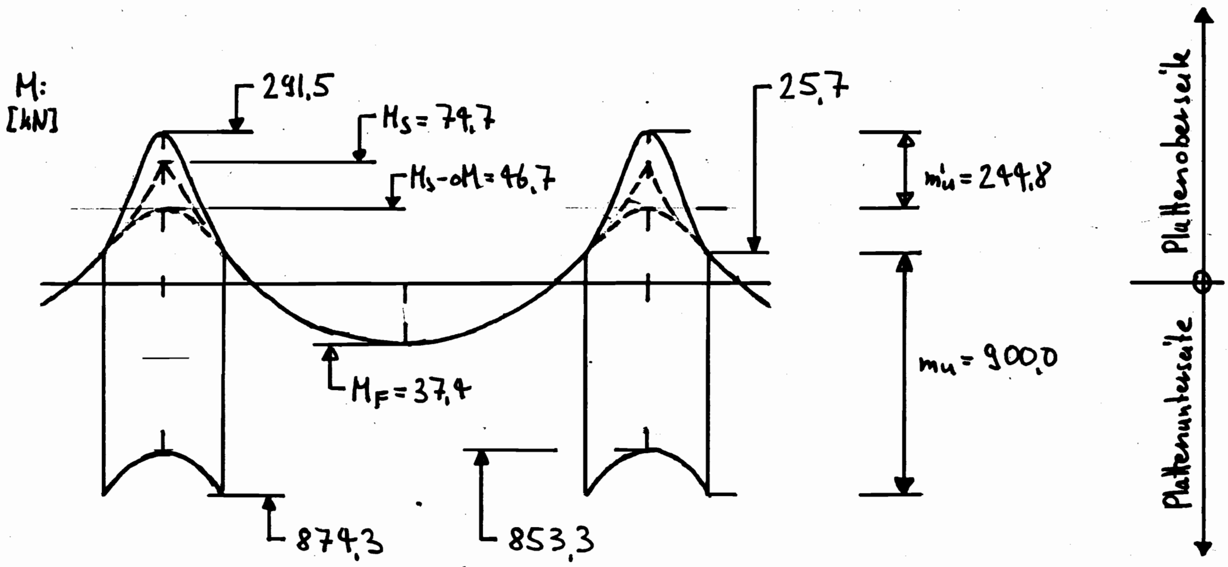
$\underline{M_S - \Delta M} = 74{,}7 - 28{,}0 = \underline{46{,}7 \text{ kN}}$

Momentenüberlagerung im Stützenbereich zur Sicherstellung der Krafteinleitung:

$\underline{m_u} = 0{,}125 \cdot (-N_d) \cdot \gamma_R = 0{,}125 \cdot 6000 \cdot 1{,}2 = \underline{900 \text{ kN}}$

$\underline{m_u'} = 0{,}034 \cdot (-N_d) \cdot \gamma_R = \underline{244{,}8 \text{ kN}}$

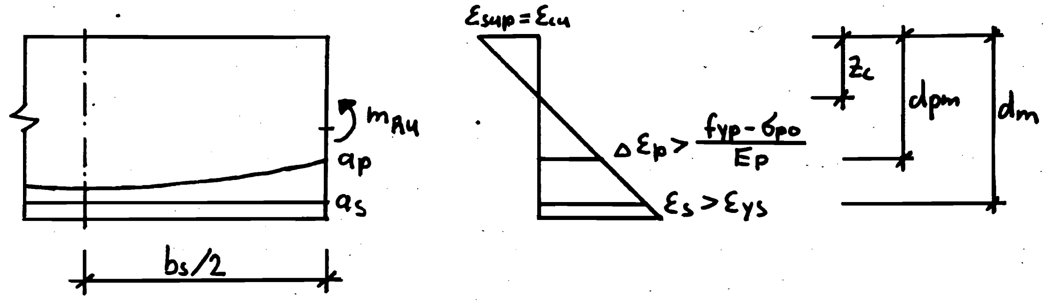




$\Rightarrow$ Erforderliche Biegewiderstände $m_{Ru} = 874{,}3$ kN bzw. $m'_{Ru} = 291{,}5$ kN

Biegewiderstände im Stützen-, bzw. Krafteinleitungsbereich:

Unterer Biegewiderstand m_{Ru} (Druckbewehrung vernachlässigt):



$a_s = 1272\,mm^2/m'$

$a_p = 3600\,mm^2/m'$

$d_m = 682\,mm$

$d_{pm} = h - \ddot{u} - 2\varnothing - 52 - \tfrac{1}{2}\cdot 82 - \left(R_{min} - \sqrt{R_{min}^2 - b_s^2/4}\right)$

$d_{pm} = 740 - 40 - 2\cdot 18 - 52 - 41 - \left(5400 - \sqrt{5400^2 - 2000^2/4}\right) = 478\,mm$

Druckzonenhöhe $\underline{z_c} = \dfrac{a_s\cdot f_{ys} + a_p\,(f_{yp} - \sigma_{po})}{0{,}8\cdot b\cdot f_c} = \dfrac{1272\cdot 460 + 3600\cdot(1590 - 1239)}{0{,}8\cdot 1000\cdot 16} = \underline{144\,mm}$

$m_{Ru} = a_s\cdot f_{ys}\cdot(d_m - 0{,}4\,z_c) + a_p\,(f_{yp} - \sigma_{po})\cdot(d_{pm} - 0{,}4\,z_c)$

$\underline{m_{Ru}} = 1272\cdot 460\cdot(682 - 0{,}4\cdot 144) + 3600\cdot(1590 - 1239)\cdot(478 - 0{,}4\cdot 144) = \underline{895{,}8\,kN}$

$\Rightarrow$ Nachweis: $m_{Ru} = 895{,}8\,kN > m_{Ru,erf} = 874{,}3\,kN \rightarrow$ i.O.

Oberer Biegewiderstand m'_{Ru}:

$\varnothing 18 @ 200\,mm \longrightarrow m'_{Ru} = 388{,}5\,kN$ (analog Plattenstreifen)

$\Rightarrow$ Nachweis: $m'_{Ru} = 388{,}5\,kN > m'_{Ru,erf} = 291{,}5\,kN \rightarrow$ i.O.

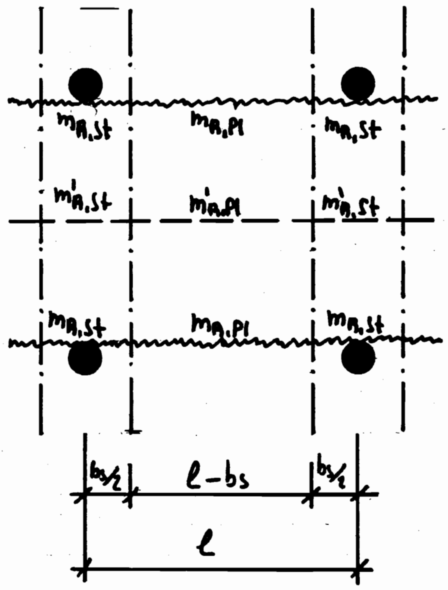
Biegewiderstände im Feldbereich:

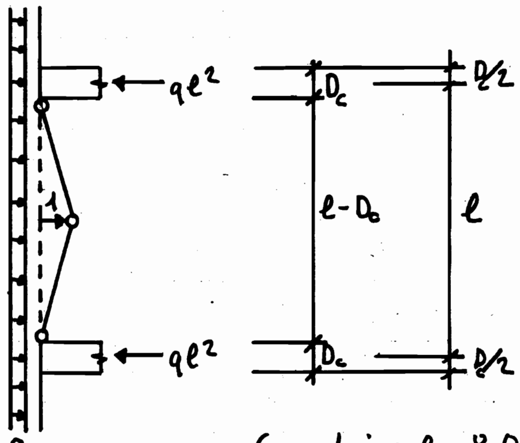
Unterer Biegewiderstand m_{Ru}:

$\varnothing 18 @ 200\,mm \longrightarrow m_{Ru} = 388{,}5\,kN$ (analog Plattenstreifen)

$\Rightarrow$ Nachweis: $m_{Ru} = 388{,}5\,kN > m_{Ru,erf} = 37{,}4\,kN \rightarrow$ i.O.

Kontrolle mit Fliessgelenklinienmechanismus:





Geometrie: $\ell = 8{,}0\,m$

$b_s = 2{,}0\,m$

$D_c = 0{,}6\,m$

Bemerkung: Aufgrund der Annahme, dass sich die Platte infolge Bodenreibung nicht zusammen ziehen kann (keine Normalkraft in Platte infolge Vorspannung), verhalten sich die Vorspannkabel im Stützstreifen bezüglich Biegewiderstand wie ein schlaffer Bewehrungsstahl (Die Vordehnung des Spannstahls darf nicht berücksichtigt werden). → Die Vorspannung wird daher mit den Umlenkkräften berücksichtigt!

↳ Beim Fliessgelenklinienmechanismus wird die Vorspannung auf der Belastungsseite (Umlenkkraft infolge Kabelkrümmung auf Stützstreifen) berücksichtigt.

$$D = \frac{4\,[(m'_{A,St} + m_{A,St})\cdot b_s + (m'_{A,Pl} + m_{A,Pl})\cdot(\ell - b_s)]}{(\ell - D_c)} \qquad \text{(Dissipationsarbeit)}$$

$$W = \left[q\,\frac{\ell\cdot(\ell - D_c)}{2} - u_\infty \cdot \frac{\ell\cdot b_s}{2} \right] \qquad \text{(Arbeit der äusseren Kräfte)}$$

$$\boxed{q_u \leq \left[\frac{4\cdot[(m'_{A,St} + m_{A,St})\cdot b_s + (m'_{A,Pl} + m_{A,Pl})\cdot(\ell - b_s)]}{(\ell - D_c)} + u_\infty\,\frac{\ell\cdot b_s}{2} \right]\cdot \frac{2}{\ell\cdot(\ell - D_c)}}$$

Vorhandene Bodenpressung : $q_d \cdot \gamma_R = 112{,}5$ kPa

Biegewiderstände : – $m_{R,St} = m'_{R,St} = 895{,}8$ kN

– $m_{R,Pl} = m'_{R,Pl} = 388{,}5$ kN

Umlenkkraft auf Stützstreifen : $u_\infty = 246{,}0$ kPa

$$\underline{q_u \leq} \left[\frac{4 \cdot [(2 \cdot 895{,}8) \cdot 2{,}0 + (2 \cdot 388{,}5) \cdot 6{,}0]}{7{,}4} + 246{,}0 \, \frac{8{,}0 \cdot 2{,}0}{2} \right] \cdot \frac{2}{8{,}0 \cdot 7{,}4} = \underline{217{,}1 \text{ kPa}}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{q_u \leq 217{,}1 \text{ kPa} \gg q_d \cdot \gamma_R = 112{,}5 \text{ kPa} \longrightarrow \text{i.O. ?}}}$$

Bemerkung: In den Plattenstreifen ist die Mindestbewehrung gemäss SIA 162/3 33 42 statisch nicht erforderlich. Daher resultiert auch die grosse Differenz der vorhandenen Belastung $q_d \cdot \gamma_R$ und dem oberen Grenzwert der Traglast q_u bei der Betrachtung mit dem Fliessgelenklinienmechanismus.

Bemessungsvorschlag: Im Plattenstreifen muss die schlaffe Bewehrung mindestens das Rissmoment aufnehmen können ?

$m_r = f_{ct} \cdot (1/6 \cdot b \cdot h^2) = 2{,}5 \cdot (1/6 \cdot 1000 \cdot 740^2) \doteq 228{,}2$ kN

$\Rightarrow$ Wahl: Ø 14@ 200 mm ($a_s = 770$ mm²/m')

$d_m = h - ü - Ø = 740 - 40 - 16 = 686$ mm

$$\underline{\underline{m_R = 239{,}0 \text{ kN}}}$$

$\Rightarrow$ Nachweise : $m_R = 239{,}0$ kN $> m_r = 228{,}2$ kN $\rightarrow$ i.O.

$m_R = 239{,}0$ kN $> m_{u,erf} = m'_{u,erf} = 168{,}8$ kN $\rightarrow$ i.O.

N.B. Kontrolle mit Fliessgelenklinienmechanismus :

$\Rightarrow$ $\underline{q_u \leq 184{,}3 \text{ kPa} > q_d \cdot \gamma_R = 112{,}5 \text{ kPa} \rightarrow \text{i.O}}$

Fall B: Platte mit Durchstanzbewehrung

Vorgehen: Wahl einer Plattendicke h und anschliessender Nachweis des Durchstanzwiderstandes unter Berücksichtigung der Vorspannkabel im Durchstanzkegel.

$\Longrightarrow$ Plattendicke $h_{min} = 620\,mm$ (Iterative Optimierung)

Im folgenden werden für die minimale Plattendicke $h = 620\,mm$ die Bemessung und die erforderlichen Nachweise durchgeführt.

Annahme: In der Platte wird sowohl unten wie oben die Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissweiten gem. SIA 162/3 33 4 eingelegt.

Stababstand $s = 200\,mm \rightarrow \alpha = 1{,}2$, Reine Biegung $\rightarrow \beta = 0{,}5$

$$a_{s,min} = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot f_{ct} \cdot A_{ct}}{f_{ys}} = \frac{1{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 620/2 \cdot 1000}{460} = 1011\,mm^2/m'$$

$\Longrightarrow$ Wahl: Ø16@200mm ($a_s = 1005\,mm^2/m'$), alle 4 Lagen

Nachweis des Plattenstreifens:

$d_m = h - ü - Ø = 620 - 40 - 16 = 564\,mm$

$$\omega_m = \frac{a_s \cdot f_{ys}}{b \cdot d_m \cdot f_c} = \frac{1005 \cdot 460}{1000 \cdot 564 \cdot 16} = 0{,}051$$

$$m_R = f_c \cdot b \cdot d_m^2 \cdot \omega_m\,(1 - \omega_m/2) = 16 \cdot 1000 \cdot 564^2 \cdot 0{,}051 \cdot (1 - 0{,}051/2)$$

$m_R = 254{,}1\,kN$

$\Longrightarrow$ Nachweis: $m_R = 254{,}1\,kN > m_{u,erf} = m'_{u,erf} = 168{,}8\,kN \longrightarrow$ i.O.

Durchstanznachweis:

Erforderlicher Durchstanzwiderstand:

$$V_{R,erf} = -N_d \cdot \gamma_R \cdot \left(1 - \frac{(D + 2d_m)^2 \pi}{4 \cdot \ell^2}\right) = 6000 \cdot 1{,}2 \cdot \left(1 - \frac{(0{,}6 + 2 \cdot 0{,}564)^2 \pi}{4 \cdot 8{,}0^2}\right)$$

$V_{R,erf} = 6936{,}2\,kN$

N.B. Die Last innerhalb der Fläche des Durchstanzkegels wird direkt abgetragen $\longrightarrow$ kein Durchstanzen!

Durchstanzwiderstand:

$$V_R = 2{,}7 \cdot \tau_c \cdot u \cdot d_m = 2{,}7 \cdot \tau_c \cdot (D + d_m)\,\pi \cdot d_m$$

$$\underline{V_R} = 2{,}7 \cdot 0{,}9 \cdot (600 + 564) \cdot \pi \cdot 564 = \underline{5011{,}7 \text{ kN}}$$

Anteil der Vorspannkabel am Durchstanzwiderstand:

$$\Delta V_{Ri} = 2 \cdot n \cdot P_\infty \cdot \sin \beta_i$$

$n \div$ Anzahl Kabel

$P_\infty = 1784{,}2$ kN

Pfeilhöhe der Vorspannkabel: $\underline{f} = h - 4\varnothing - 266\,\text{mm} = 620 - 4 \cdot 16 - 266 = \underline{290\,\text{mm}}$

Lage des Kabel-Wendepunktes: $\underline{b_{WP}} = \dfrac{4 \cdot R_{min} \cdot f}{\ell} = \dfrac{4 \cdot 5400 \cdot 290}{8000} = \underline{783\,\text{mm}}$

Kabellage: $k_1 = h - 2\varnothing + 208\,\text{mm} = 620 - 2 \cdot 16 + 208 = 796\,\text{mm}$

$k_2 = h - 2\varnothing + 126\,\text{mm} = 620 - 2 \cdot 16 + 126 = 714\,\text{mm}$

$e_1 = 250\,\text{mm}$

$e_2 = 750\,\text{mm}$

Kabellage		n	b_{DPi}	β_i	ΔV_{Ri}
k_1	e_1	2	707 mm	7,519°	933,9 kN
k_1	e_2	2	249 mm	2,643°	329,1 kN
k_2	e_1	2	629 mm	6,693°	831,8 kN
k_2	e_2	2	0	0	0
					2094,8 kN

$$\Rightarrow \underline{\underline{V_R + \Delta V_R = 5011{,}7 + 2094{,}8 = 7106{,}5 \text{ kN} > V_{R,erf} = 6936{,}2 \text{ kN} \rightarrow \text{i.O.}}}$$

Erforderliche Biegewiderstände im Stützstreifen:

Umlenkkraft aus Vorspannung:

$$\underline{u_\infty} = 2 \cdot \frac{8\,P_\infty f}{\ell^2 (1-2b_{WP}/\ell)} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 1784{,}2 \cdot 0{,}290}{8{,}0^2 \cdot (1-2 \cdot 0{,}783/8{,}0)} = \underline{160{,}8 \text{ kPa}}$$

Massgebende Einwirkung auf den Stützstreifen:

$$q_{dST} \cdot \gamma_R = q_{dx} \cdot \gamma_R + q_{ds} \cdot \gamma_R - u_\infty \cdot \Psi \cdot \gamma_R = 56{,}3 + 225{,}0 - 160{,}8 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}2$$

$\underline{q_{dST} \cdot \gamma_R = 88{,}2 \text{ kPa}}$ (Resultierende Einwirkung drückt vom Boden weg)

Annahme: Elastische Schnittkraftverteilung (Schnittkräfte auf Bruchniveau)

$\underline{M_{tot}} = 1/8 \cdot q_{dST} \cdot \gamma_R \cdot \ell^2 = 1/8 \cdot 88{,}2 \cdot 8{,}0^2 = \underline{706{,}0 \text{ kN}}$

$\underline{M_S} = 2/3\, M_{tot} = 2/3 \cdot 706{,}0 = \underline{470{,}7 \text{ kN}}$

$\underline{M_F} = 1/3\, M_{tot} = 1/3 \cdot 706{,}0 = \underline{235{,}3 \text{ kN}}$

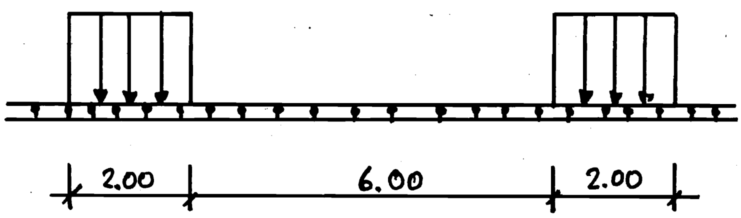
$\underline{\Delta M} = 1/8 \cdot b_S \cdot q_{dST} \cdot \gamma_R \cdot \ell = 1/8 \cdot 2{,}0 \cdot 88{,}2 \cdot 8{,}0 = \underline{176{,}5 \text{ kN}}$

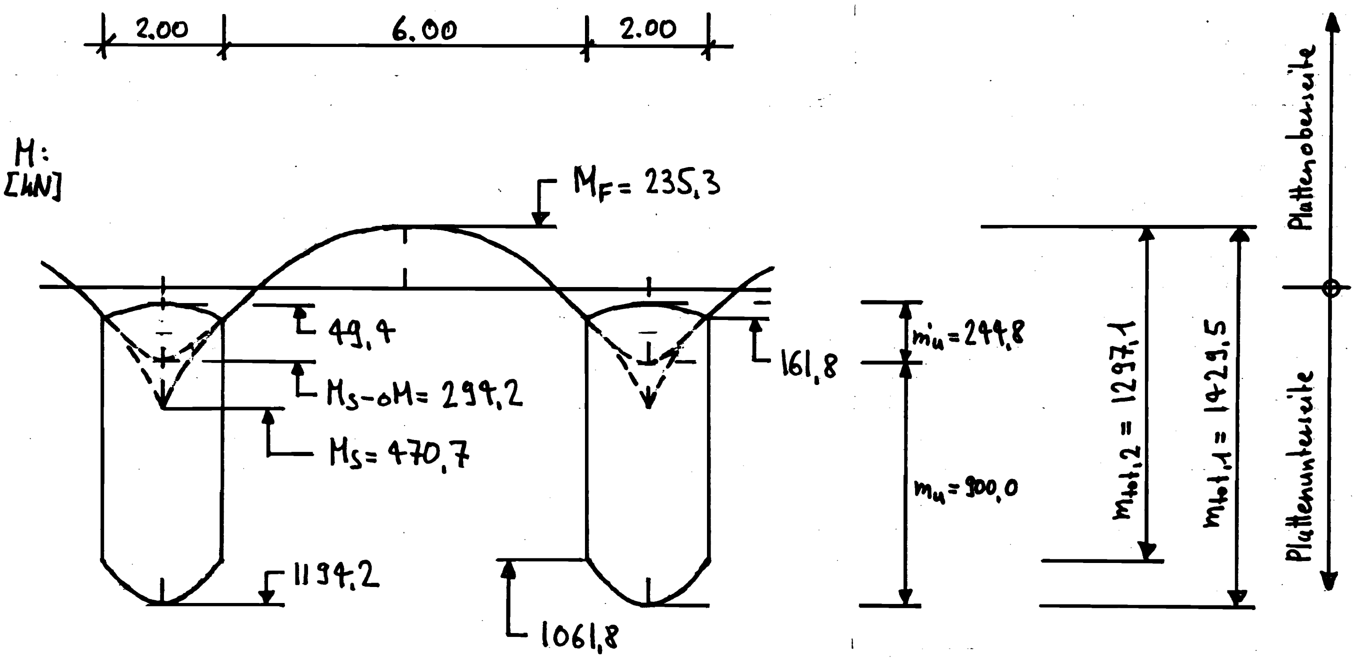
$\underline{M_S - \Delta M} = 470{,}7 - 176{,}5 = \underline{294{,}2 \text{ kN}}$

Momentenüberlagerung im Stützenbereich zur Sicherstellung der Krafteinleitung:

$\underline{m_u} = 0{,}125 \cdot (-N_d) \cdot \gamma_R = 0{,}125 \cdot 6000 \cdot 1{,}2 = \underline{900{,}0 \text{ kN}}$

$\underline{m_u'} = 0{,}034 \cdot (-N_d) \cdot \gamma_R = 0{,}034 \cdot 6000 \cdot 1{,}2 = \underline{244{,}8 \text{ kN}}$



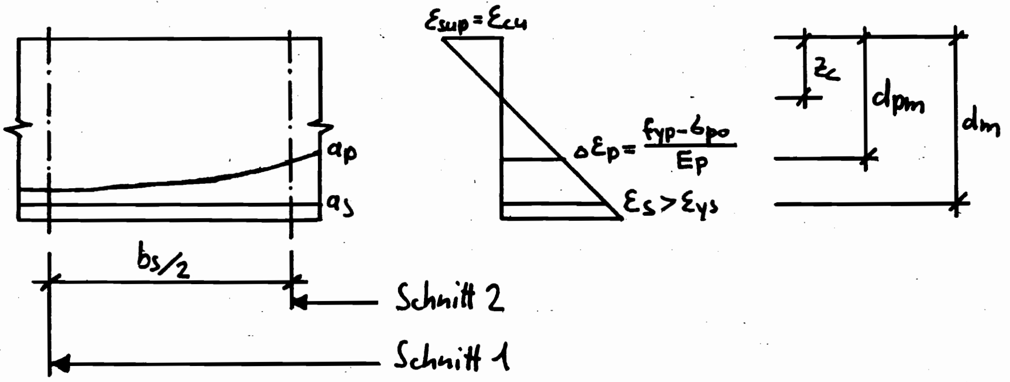


$\Rightarrow$ Erforderliche Biegewiderstände $m_{Ru} = 1194{,}2$ kN bzw. $m_{Ru}' = 235{,}3$ kN

N.B. Elastische Schnittkraftverteilung!

Biegewiderstände im Stützen-, bzw. Krafteinleitungsbereich:

Unterer Biegewiderstand m_{Ru} (Druckbewehrung vernachlässigt):



$a_s = 2010\,mm^2/m'$

$a_p = 3600\,mm^2/m'$

$d_m = 564\,mm$

Bemerkung: Der Momentenanteil im Stützenbereich zur Sicherstellung der Krafteinleitung darf nicht umgelagert werden!

→ Minimal erforderlicher Biegewiderstand $m_{Ru,min} = 900{,}0\,kN$

Schlaffe Bewehrung unter Stütze:

⟹ Wahl: ⌀16 @ 200mm und 10 Zulagen ⌀16 @ 200mm ($a_s = 2010\,mm^2/m'$), 1. und 2. Lage

Druckzonenhöhe $$z_c = \frac{a_s \cdot f_{ys} + a_p(f_{yp} - \sigma_{po})}{0{,}8 \cdot b \cdot f_c} = \frac{2010 \cdot 460 + 3600 \cdot (1590 - 1239)}{0{,}8 \cdot 1000 \cdot 16} = \underline{171\,mm}$$

$$m_{Ru} = a_s \cdot f_{ys} \cdot (d_m - 0{,}4 z_c) + a_p \cdot (f_{yp} - \sigma_{po}) \cdot (d_{pm} - 0{,}4 z_c)$$

Schnitt 1: $d_{pm,1} = h - \ddot{u} - 2⌀ - 52 - \frac{1}{2} \cdot 82 = 620 - 40 - 2 \cdot 16 - 52 - 41 = 455\,mm$

$$m_{Ru,1} = 2010 \cdot 460 \cdot (564 - 0{,}4 \cdot 171) + 3600 \cdot (1590 - 1239) \cdot (455 - 0{,}4 \cdot 171)$$

$$\underline{m_{Ru,1} = 946{,}8\,kN}$$

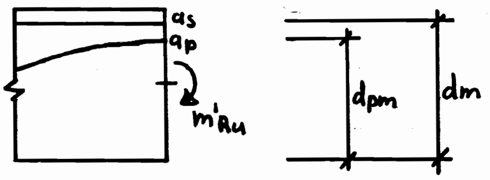
Schnitt 2: $d_{pm,2} = d_{pm,1} - \left(R_{min} - \sqrt{R_{min}^2 - b_s^2/4}\right) = 455 + \sqrt{5400^2 - 2000^2/4} - 5400 = 362\,mm$

$$m_{Ru,2} = 2010 \cdot 460 \cdot (564 - 0{,}4 \cdot 171) + 3600 \cdot (1590 - 1239) \cdot (362 - 0{,}4 \cdot 171)$$

$$\underline{m_{Ru,2} = 829{,}3\,kN}$$

Biegewiderstände im Feldbereich:

Oberer Biegewiderstand m'_{Ru} (Druckbewehrung vernachlässigt):



$a_s = 1005\,mm^2/m'$ (⌀16 @ 200mm)

$a_p = 3600\,mm^2/m'$

$d_m = 564\,mm$

$d_{pm} = 455\,mm$

Druckzonenhöhe $$z_c = \frac{1005 \cdot 460 + 3600\,(1590 - 1239)}{0{,}8 \cdot 1000 \cdot 16} = \underline{135\,mm}$$

$$m'_{Ru} = 1005 \cdot 460 \cdot (564 - 0{,}4 \cdot 135) + 3600 \cdot (1590 - 1239) \cdot (455 - 0{,}4 \cdot 135)$$

$$\underline{m'_{Ru} = 742{,}6\,kN}$$

Tragsicherheitsnachweis:

- lokaler Nachweis im Stützenbereich:

Minimal erforderlicher Biegewiderstand $m_{Au,erf} = 900{,}0$ kN

Schnitt 1: $\Rightarrow$ Nachweis: $m_{Au,1} = 946{,}8$ kN $> m_{Au,min} = 900{,}0$ kN $\rightarrow$ i.O.

Schnitt 2: $\Rightarrow$ Nachweis: $m_{Au,2} = 829{,}3$ kN $< m_{Au,min} = 900{,}0$ kN $\rightarrow$??

Bemerkung: Der Bemessungsvorschlag von Nielsen basiert auf einer punktgestützten Quadratplatte. In Wirklichkeit weist die Stütze endliche Abmessungen auf $\rightarrow$ Der Bemessungsvorschlag stellt einen strengen unteren Grenzwert dar (konservatives Modell). Im Mittel ist der erforderliche Widerstand unter der Stütze vorhanden, so dass auf weitere Zulagen verzichtet werden kann.

- globaler Nachweis:

Schnitt 1: $m_{tot,1} = m'_{Au,el} + m_{Au,1,el} = 235{,}3 + 1194{,}2 = 1429{,}5$ kN

$\Rightarrow$ Nachweis: $m_{Au,1} + m'_{Au} = 946{,}8 + 742{,}6 = 1689{,}4$ kN $> m_{tot,1} = 1429{,}5$ kN $\rightarrow$ i.O.

Schnitt 2: $m_{tot,2} = m_{Au2,el} + m'_{Au,el} = 1061{,}8 + 235{,}3 = 1297{,}1$ kN

$\Rightarrow$ Nachweis: $m_{Au,2} + m'_{Au} = 829{,}3 + 742{,}6 = 1571{,}9$ kN $> m_{tot,2} = 1297{,}1$ kN $\rightarrow$ i.O.

Erforderliche Durchstanzbewehrung:

Annahme: Der Anteil der Vorspannkabel am Durchstanzwiderstand oV_R ist bei der äusseren Begrenzung des Krafteinleitungsbereichs (Durchmesser d_K) $oV_{R,K} = 0$ und im nominellen Schnitt (Durchmesser D+dm) $oV_R = 2094{,}8$ kN. Zwischen diesen beiden Bereichen wird ein linearer Verlauf des Durchstanzwiderstandes oV_R angenommen.

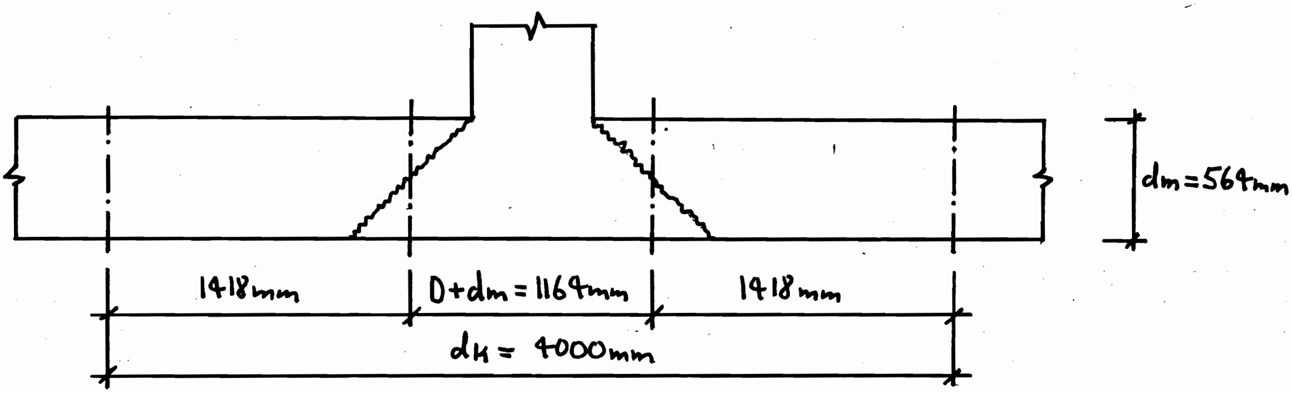
Äussere Begrenzung des Krafteinleitungsbereiches:

(Die Querkraft wird vom Beton alleine abgetragen)

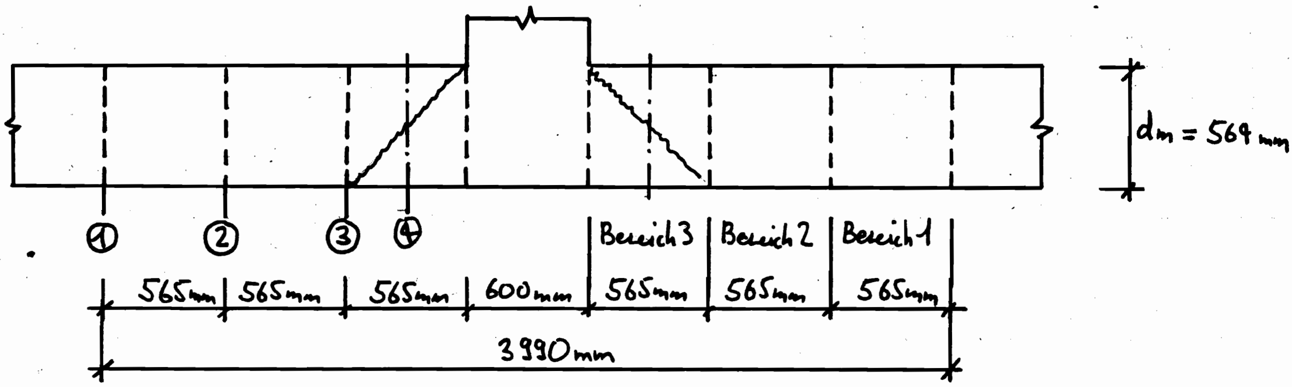
$$V_{R,K} = u_K \cdot d_m \cdot \tau_{c,red} = d_K \cdot \pi \cdot d_m \cdot \tau_c \frac{1600\,\text{mm}}{1200\,\text{mm} + d_m} = -N_d \cdot \gamma_R \left(1 - \frac{d_K^2 \pi}{4 \ell^2}\right)$$

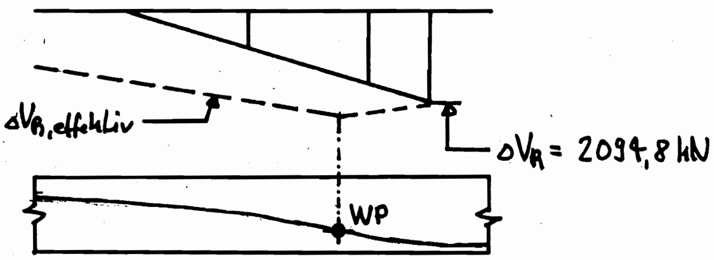
$$d_K \cdot \pi \cdot 564 \cdot 0{,}9 \frac{1600}{1200 + 564} = 6 \cdot 10^6 \cdot 1{,}2 \left(1 - \frac{d_K^2 \pi}{4 \cdot 8000^2}\right)$$

$\hookrightarrow$ Äusserer Durchmesser des Krafteinleitungsbereiches $d_K = 4000$ mm



Bereiche der Durchstanzbewehrung : 45° – Fachwerkmodell





$_oV_{R①} = 0$

$_oV_{R②} = 837,9\ \text{kN}$

$_oV_{R③} = 1675,8\ \text{kN}$

$_oV_{R④} = 2094,8\ \text{kN}$

Bügel im Bereich 1 :

Bügelkraft $\underline{Z_{w1}} = V_{d④}\cdot\gamma_R - {_oV_{R①}} = 7200\left(1-\dfrac{3{,}99^2\pi}{4\cdot 8{,}0^2}\right) - 0 = \underline{5793{,}3\ \text{kN}}$

$$\rightarrow \underline{\rho_{v1}} = \frac{5793{,}3\cdot 10^3}{460}\cdot\frac{1}{(3990-565)\cdot\pi\cdot 565} = \underline{0{,}207\,\%}$$

↳ $\underline{\underline{\text{z.B. } \varnothing 12 @ 200\text{mm}/200\text{mm} \quad (\rho_v = 0{,}283\%)}}$

Bügel im Bereich 2:

Bügelkraft $\underline{Z_{w2}} = V_{d②}\cdot\gamma_R - {_oV_{R②}} = 7200\left(1-\dfrac{(3{,}99-2\cdot 0{,}565)^2\pi}{4\cdot 8{,}0^2}\right) - 837{,}9 = \underline{5639{,}4\ \text{kN}}$

$$\rightarrow \underline{\rho_{v2}} = \frac{5639{,}4\cdot 10^3}{460}\cdot\frac{1}{(3990-3\cdot 565)\cdot\pi\cdot 565} = \underline{0{,}301\%}$$

↳ $\underline{\underline{\text{z.B. } \varnothing 14 @ 200\text{mm}/200\text{mm} \quad (\rho_v = 0{,}385\%)}}$

Bügel im Bereich 3:

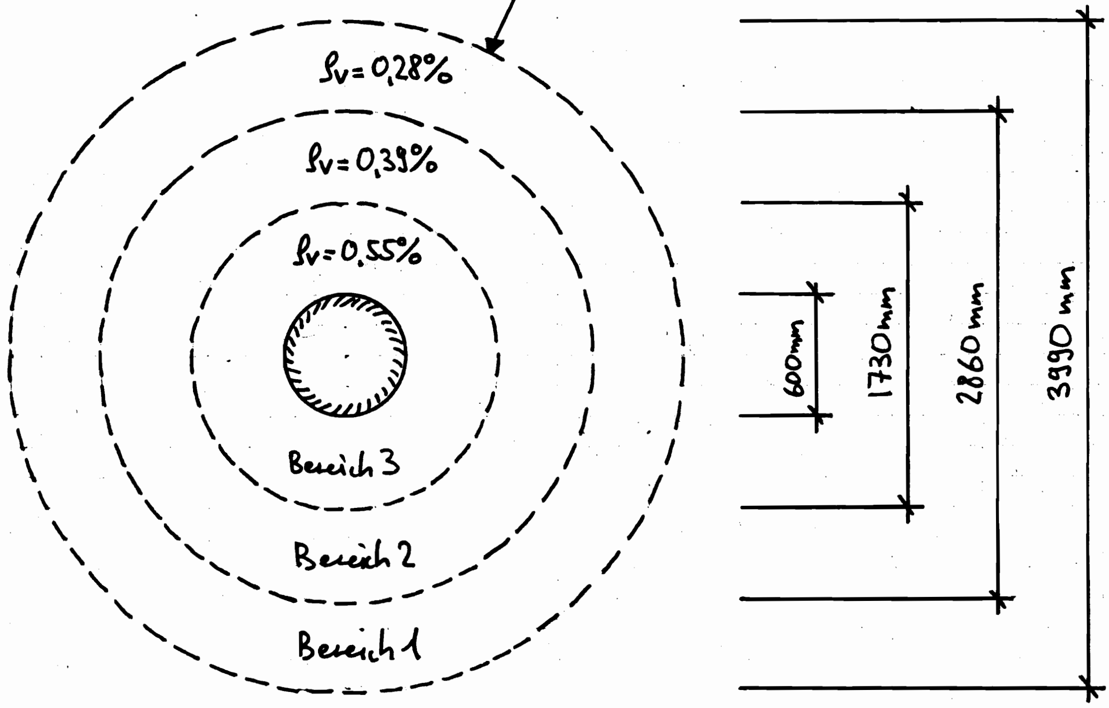
Bügelkraft $\underline{Z_{w3}} = V_{d③} \cdot \gamma_R - \Delta V_{R③} = 7200\left(1 - \frac{(3{,}99 - 4 \cdot 0{,}565)^2 \pi}{4 \cdot 8{,}0^2}\right) - 1675{,}8 = \underline{5259{,}8\,kN}$

$\rightarrow \underline{\rho_{v3}} = \frac{5259{,}8 \cdot 10^3}{460} \cdot \frac{1}{(3990 - 5 \cdot 565) \cdot \pi \cdot 565} = \underline{0{,}553\,\%}$

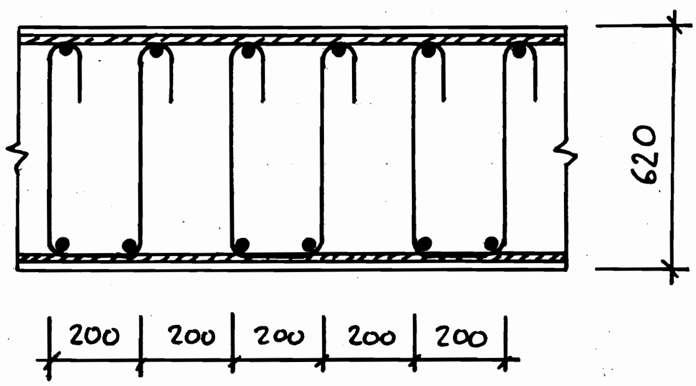
$\hookrightarrow$ $\underline{\underline{\text{z.B. } \varnothing 14 \text{ @ } 200\,mm/100\,mm \quad (\rho_v = 0{,}770\,\%)}}$

Bügelanordnung:

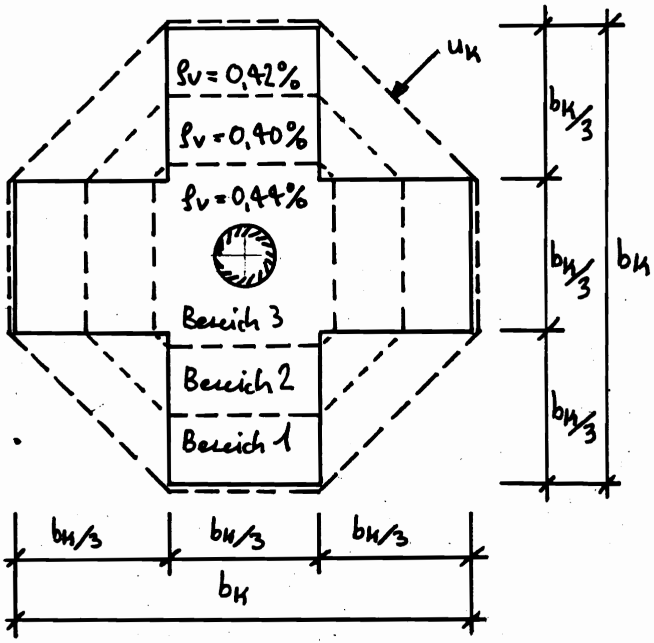
$\underline{\tau_d \cdot \gamma_R} = \frac{5793{,}3 \cdot 10^3}{3990 \cdot \pi \cdot 564} = \underline{0{,}82\,MPa = \tau_{c,red}}$



Bügelgeometrie:



Praktische Bügelanordnung (Kreuzförmige Anordnung):



$A_K = 7/9\; b_K^2$

$u_K = 4/3\; b_K\,(1+\sqrt{2})$

$V_{R,K} = u_K \cdot d_m \cdot \tau_{c,red} = -N_d \cdot \gamma_R (1 - A_K/e^2)$

$\hookrightarrow b_K = 3941\,mm$

<u>Wahl: $b_K = 3990\,mm$</u>

$b_K = 6 \cdot 565 + 600 = 3990\,mm$

$b_K/3 = 1330\,mm$

Bereich 1: $A_1 = A_K = 7/9 \cdot 3{,}99^2 = 12{,}382\,m^2$

$\underline{Z_{w1}} = N_d \cdot \gamma_R (A_1/e^2 - 1) - oV_{R①} = \underline{5807{,}0\,kN}$

$\longrightarrow \underline{\rho_{v1}} = 5807{,}0 \cdot 10^3 / [460 \cdot (4 \cdot 1330 \cdot 565)] = \underline{0{,}420\%}$

Bereich 2: $A_2 = 2{,}86^2 - (2{,}86 - 1{,}33)^2/2 = 7{,}009\,m^2$

$\underline{Z_{w2}} = N_d \cdot \gamma_R (A_2/e^2 - 1) - oV_{R②} = \underline{5573{,}6\,kN}$

$\longrightarrow \underline{\rho_{v2}} = 5573{,}6 \cdot 10^3 / [460 \cdot (4 \cdot 1330 \cdot 565)] = \underline{0{,}403\%}$

Bereich 3: $A_3 = 1{,}73^2 - (1{,}73 - 1{,}33)^2/2 = 2{,}913\,m^2$

$\underline{Z_{w3}} = N_d \cdot \gamma_R (A_3/e^2 - 1) - oV_{R③} = \underline{5196{,}5\,kN}$

$\longrightarrow \underline{\rho_{v3}} = 5196{,}5 \cdot 10^3 / [460 \cdot ((1330^2 + 4 \cdot 200 \cdot 1330) - (600^2 \pi/4))] = \underline{0{,}443\%}$

$\Longrightarrow$ <u>Wahl: $\varnothing 12$ @ $200\,mm / 100\,mm$ ($\rho_v = 0{,}565\%$)</u>

N.B. Effektiv ist der Anteil oV_R der Vorspannkabel am Durchstanzwiderstand der einzelnen Bereiche grösser als angenommen. Im Bereich der äusseren Begrenzung des Krafteinleitungsbereiches beträgt die Neigung der Kabel ungefähr 50% der Neigung beim Wendepunkt.

Kontrolle mit Fliessgelenklinienmechanismus:

Vorhandene Bodenpressung: $q_d \cdot \gamma_R = 112{,}5$ kPa

Biegewiderstände: $- m_{R,st} = 946{,}8$ kN

$- m'_{R,st} = 742{,}6$ kN

$- m_{R,Pl} = m'_{R,Pl} = 254{,}1$ kN

Umlenkkraft auf Stützstreifen: $u_{\infty} = 160{,}8$ kPa

$$\underline{q_u \leq} \left[\frac{4 \cdot [(946{,}8 + 742{,}6) \cdot 2{,}0 + (2 \cdot 254{,}1) \cdot 6{,}0]}{7{,}4} + 160{,}8 \, \frac{8{,}0 \cdot 2{,}0}{2} \right] \cdot \frac{2}{8{,}0 \cdot 7{,}4} = \underline{160{,}8 \text{ kPa}}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{q_u \leq 160{,}8 \text{ kPa} > q_d \cdot \gamma_R = 112{,}5 \text{ kPa} \rightarrow \text{i.O.}}}$$

Bemessungsvorschlag: Im Plattenstreifen muss die schlaffe Bewehrung mindestens das Rissmoment aufnehmen können!

$m_r = 1/6 \, b h^2 \cdot f_{ct} = 1/6 \cdot 1000 \cdot 620^2 \cdot 2{,}5 = 160{,}2$ kN

$\Rightarrow$ Wahl: $\varnothing 14$ @ 200 mm ($a_s = 770 \text{ mm}^2/\text{m}'$)

$d_m = h - \ddot{u} - \varnothing = 620 - 40 - 14 = 566$ mm

$\underline{\underline{m_R = 196{,}6 \text{ kN}}}$

$\Rightarrow$ Nachweise: $m_R = 196{,}6 \text{ kN} > m_r = 160{,}2 \text{ kN} \rightarrow$ i.O.

$\underline{\underline{m_R = 196{,}6 \text{ kN} > m_{u,erf} = m'_{u,erf} = 168{,}8 \text{ kN} \rightarrow \text{i.O.}}}$

N.B. Kontrolle mit Fliessgelenklinienmechanismus:

$\Rightarrow \underline{q_u \leq 148{,}2 \text{ kPa} > q_d \cdot \gamma_R = 112{,}5 \text{ kPa} \rightarrow \text{i.O.}}$