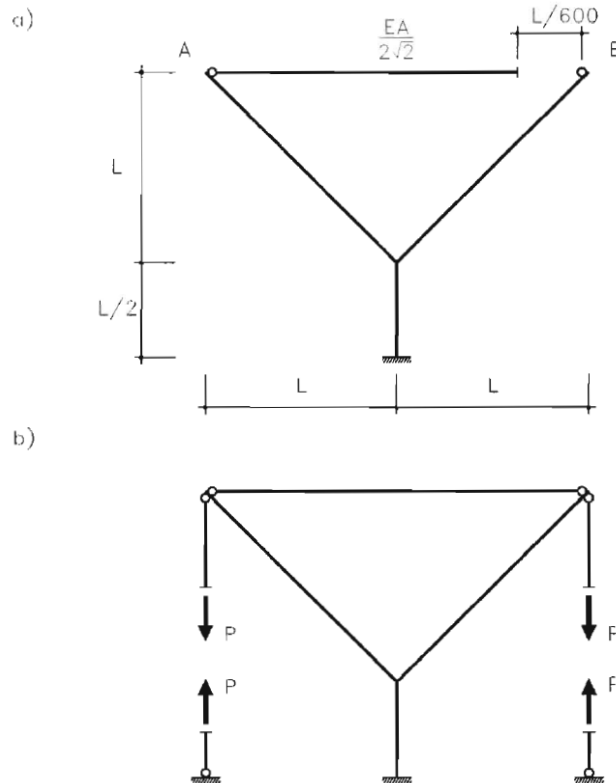
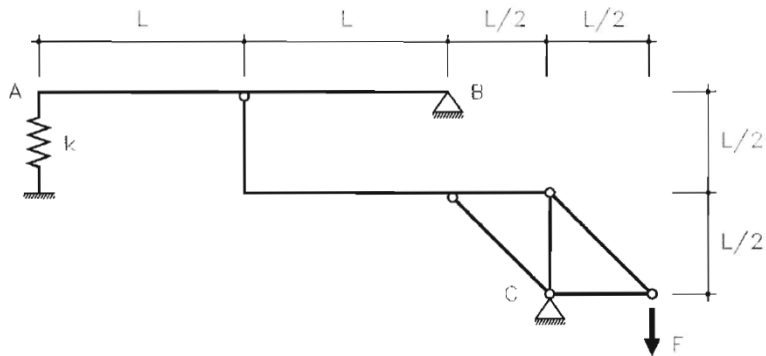


Aufgabensammlung Baustatik II

1. Aufgaben zur Kraftmethode und/oder Verformungsmethode

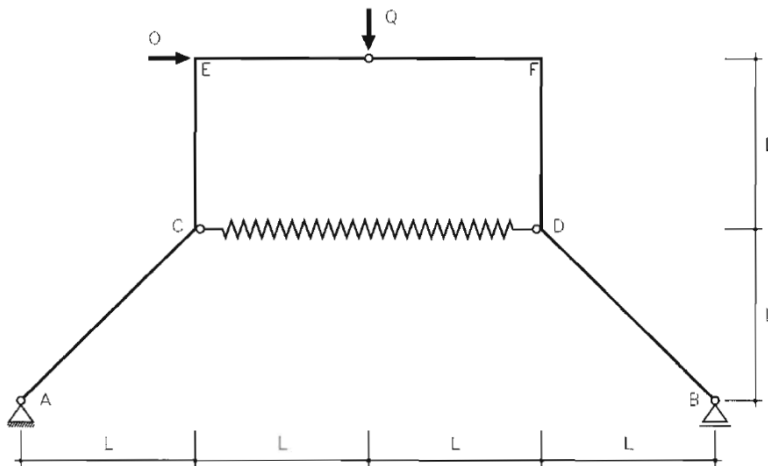


- a.1) Dem Y-Träger wird zwischen den Punkten A und B ein um $L/600$ zu kurzer Stab eingesetzt. Bestimmen Sie die Zwängungsschnittgrößen nach der Montage.
 Träger: $EI, EA = 3EI/\ell^2, GA^* \rightarrow \infty$
 Stab: $EA = \frac{3EI}{2\sqrt{2}\ell^2}$
- a.2) Was für eine Eigenspannung entsteht im Stab ($E = 210 \text{ kN/mm}^2$) und wie weit haben sich die Enden A und B des Trägers horizontal verschoben?
- b.1) Nach der Montage des Stabes wird die Konstruktion vertikal an den Punkten A und B mit je einer Zugstange ($EA = 3EI/\ell^2$) abgespannt. Wie gross muss die Spannkraft P sein, damit die Zwängungsmomente im Träger verschwinden?
- b.2) Welche Kraft besitzt der Stab zwischen A und B nach dem Abspannen?



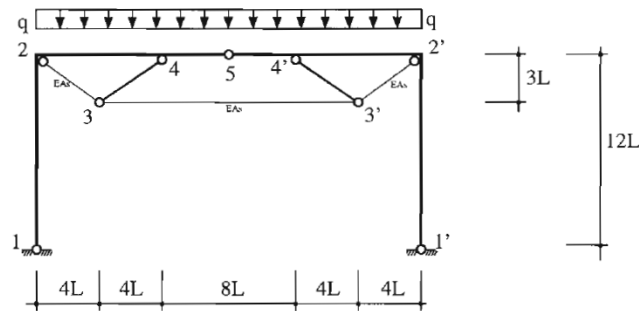
Das im Bild dargestellte ebene Stabsystem ist in Punkt A auf einer Feder mit der Federsteifigkeit $k = 0,6EI/l^3$ gelagert. Alle Stäbe haben dieselbe Biegesteifigkeit EI . Achsiale Dehnungen und Schubverformungen dürfen vernachlässigt werden.

- Ermitteln Sie die Schnittgrößen.
- Wie gross wird die Stabverdrehung bei Auflager B?



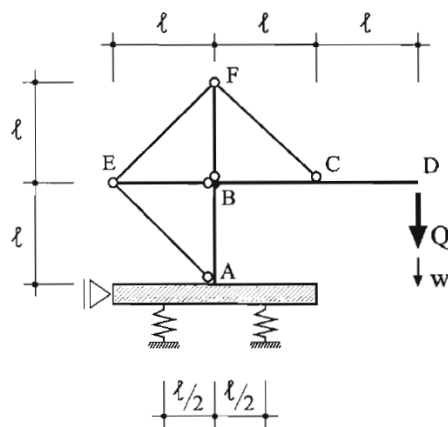
Geg: Rahmensystem ($I = 10^9 \text{ mm}^4$, $E = 210 \text{ kN/mm}^2$) mit Feder (Federkonstante c_f), $Q = 10 \text{ kN}$,
 $L = 6 \text{ m}$
 Achsiale Dehnungen und Schubverformungen des Rahmens dürfen vernachlässigt werden

- Ges:
- Auflagerreaktionen und Schnittgrößenverläufe.
 - Horizontale Verschiebung des Fusspunktes B für $c_f = 2 \text{ mm/kN}$.
 - Wie gross muss c_f sein, damit die horizontale Verschiebung des Fusspunktes B nicht grösser als 50 mm wird?



Das ebene Stabsystem wird durch das Seil 233'2' unterspannt. Das Seil ist biegeweich ($EI_s = 0$) und hat die Dehnsteifigkeit EA_s . Alle Stäbe haben dieselbe Biegesteifigkeit EI ; axiale Dehnungen und Schubverformungen der Stäbe dürfen vernachlässigt werden ($GA^* \rightarrow \infty$, $EA \rightarrow \infty$); für die Biegesteifigkeit gilt: $EI = 1,25 EA_s L^2$

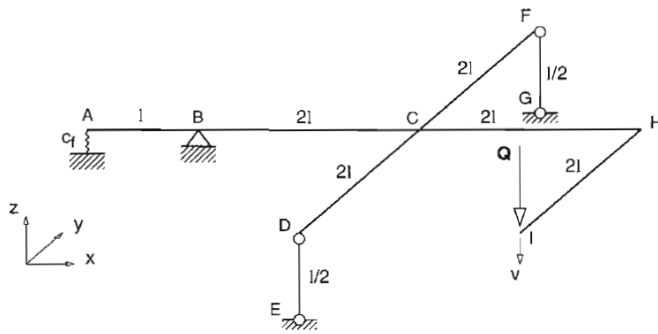
- Bestimmen Sie das Momentendiagramm infolge der Belastung q . Bevor q aufgebracht wird ist das System spannungsfrei ($P=0$).
- Das System wird vor dem Aufbringen von q durch Aufbringen einer Seilspannkraft P vorgespannt. Wie gross muss P gewählt werden, damit die Stützen 1-2 und 1'-2' unter der Wirkung von q momentenfrei sind? Wie sieht der Momentenverlauf für diesen Zustand aus?



Der Träger ABCD ($EI = \text{konstant}$, $EA \rightarrow \infty$, $GA^* \rightarrow \infty$) ist in einem starren, auf zwei gleichen Federn (Federsteifigkeit $k = EI/l^3$) gelagerten Fundamentkörper eingespannt.

Die Stäbe AE, EF und FC haben die gleiche Dehnsteifigkeit ($EA = EI \cdot \sqrt{2} / l^2$), und für die Stäbe BE und BF gilt $EA \rightarrow \infty$.

- Ermitteln Sie die Einsenkung und die Verdrehung des Fundamentkörpers infolge Q .
- Ermitteln Sie die Durchbiegung w des Kraftangriffspunktes D.



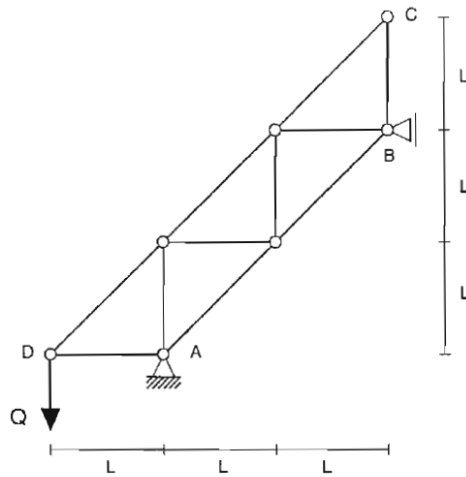
Gegeben: Räumliches Stabtragwerk mit Belastung Q gemäss Skizze. Alle Stäbe sind rechtwinklig zusammengefügt.

$$EI, GK = \frac{EI}{2}, GA^* \rightarrow \infty, EA = \frac{EI}{2 \cdot l^2} \text{ für alle Stäbe, } c_f = \frac{l^3}{24 \cdot EI}$$

Gesucht: a) Schnittgrössendiagramme M, V, N, T .
b) Verschiebung v im Punkt I falls Q in den Punkt C verschoben wird.

Gegeben: Ideales Fachwerk $L = 2 \text{ m}$ $A = 500 \text{ mm}^2$ $E = 200 \text{ GPa}$
Last $Q = 50 \text{ kN}$

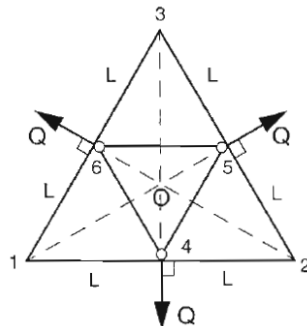
Gesucht: Verschiebung des Punktes C infolge der Last Q in D.



Gegeben Biegesteifer Rahmen 123 ($EI = \text{konstant}$, $EA \rightarrow \infty$, $GA^* \rightarrow \infty$), innen verstärkt durch die drei Seile 45, 56 und 64 ($EA = k \cdot \frac{EI}{L^2}$); Länge L ; Kräfte Q .

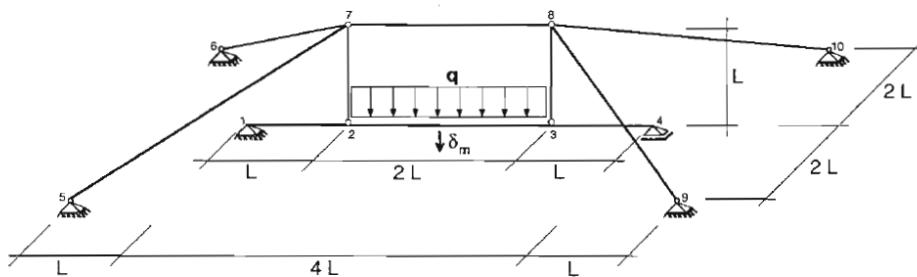
Gesucht Verschiebung der Angriffspunkte 4, 5 und 6 der Kräfte Q :
 a) $k = 1$
 b) $k \rightarrow \infty$

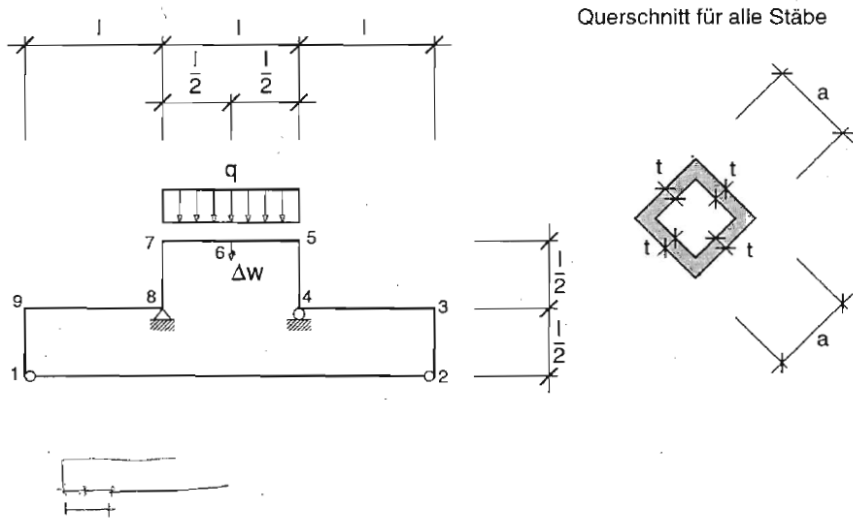
N. B.: Bitte Bezugssystem klar beschreiben!



Gegeben Räumlich gestützter Biegeträger 1234 ($EI = \text{konstant}$, $EA \rightarrow \infty$, $GA^* \rightarrow \infty$)
 Pendelstäbe ($EA = \frac{EI}{L^2}$), Länge L , Belastung q

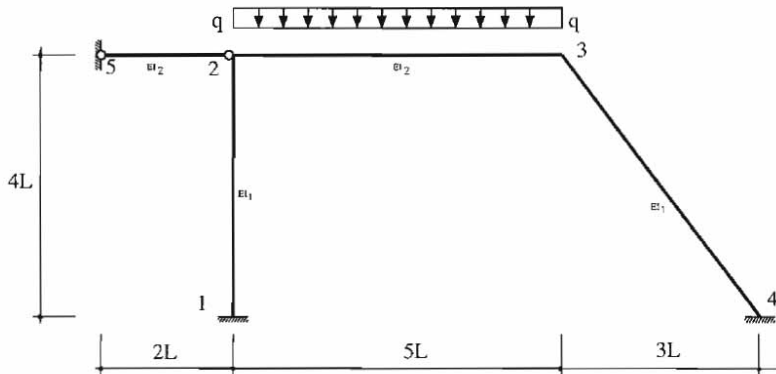
Gesucht a) Schnittgrössendiagramme
 b) Verschiebung δ_m in Trägermitte





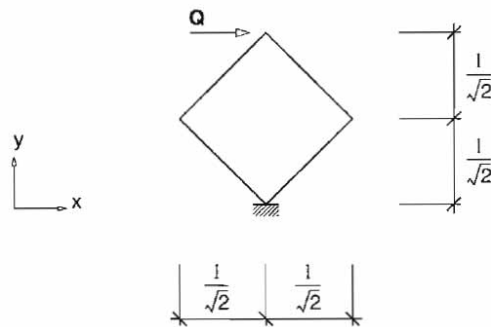
Gegeben: Initial eigenspannungsfreies, ebenes Tragwerk mit Querschnitt, Abmessungen und Belastung q gemäss Skizze. Elastizitätsmodul E , Temperaturausdehnungskoeffizient α , $a = 10 \cdot t$, $l = 50 \cdot t$.

- Gesucht:
- Ort des maximalen Spannungszuwachses $\Delta\sigma$ bei einer Abkühlung bzw. einer Erwärmung von Stab 1-2.
 - Temperaturänderung ΔT , welche $\Delta\sigma$ verursacht.
 - Durchbiegungszuwachs Δw infolge ΔT .



Die Schubverformungen sowie die Längenänderungen der Stäbe des dargestellten Systems können vernachlässigt werden ($GA^* \Rightarrow \infty$, $EA \Rightarrow \infty$). Für die Biegesteifigkeit gilt: $EI_2 = 3EI_1$.

- Bestimmen Sie das Momentendiagramm des Systems.
- Wie gross ist die vertikale Verschiebung des Knotens 3?

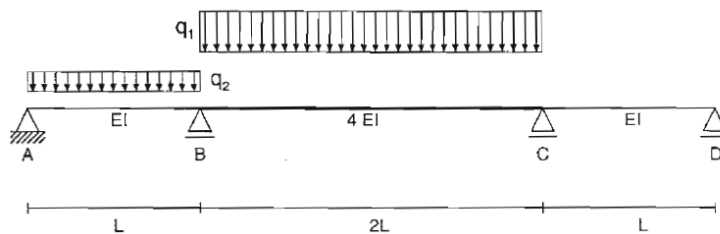


Gegeben: Ebener Rahmen mit Belastung Q gemäss Skizze. Alle Stäbe sind rechtwinklig zusammengefügt.
 $I, EI, GA^* \rightarrow \infty, EA \rightarrow \infty$ für alle Stäbe.

Gesucht: a) Schnittgrössendiagramme M, V, N, T infolge der Kraft Q .
 b) Verschiebungsvektor im Angriffspunkt der Kraft Q .

Gegeben Durchlaufträger L
 EI
 Lastfälle q_1, q_2

Gesucht Schnittgrössendiagramme, getrennt für die beiden Lastfälle
 N.B. Die Verformungsbeiträge infolge Querkraften dürfen vernachlässigt werden.

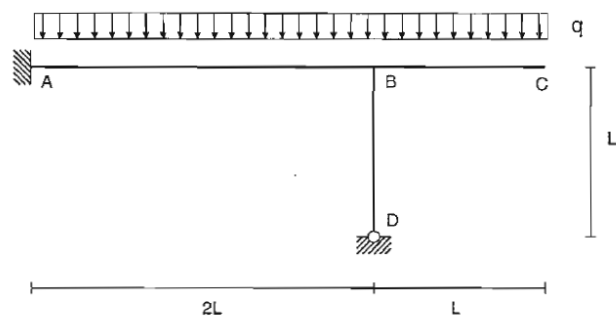


Gegeben: Ebener Rahmen $L = 4 \text{ m}$
 $E = 200 \text{ GPa}$
 $I = 5 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$

Last $q = 100 \text{ kN/m}$

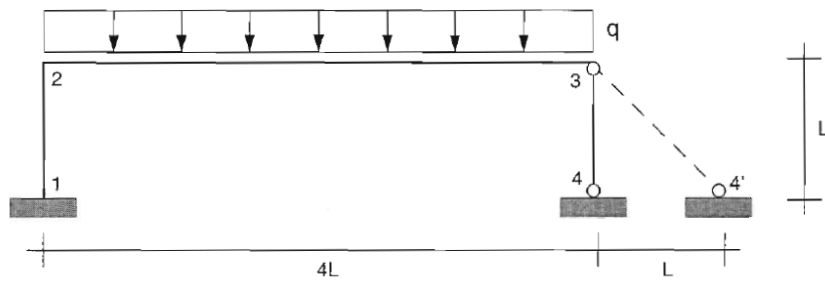
Gesucht: Schnittgrössendiagramme

N.B. Die Verformungsbeiträge infolge Quer- und Normalkräften dürfen vernachlässigt werden.



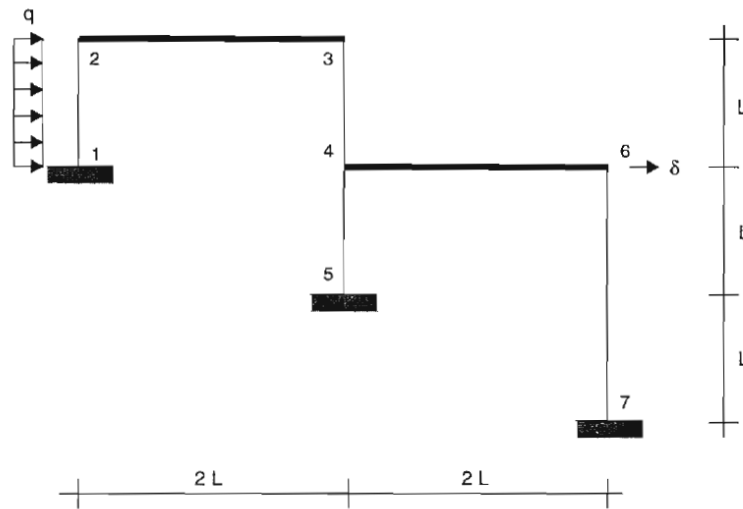
Gegeben: Rahmen 1234 ($EI = \text{konstant}$, $EA \rightarrow \infty$, $GA^* \rightarrow \infty$), gleichmässig verteilte Belastung q , Länge L .

Gesucht: a) Schnittgrössendiagramme
 b) Verschiebung von 3
 c) Wie lauten die Antworten a) und b), wenn die Stütze 34 nicht vertikal, sondern entsprechend der Linie 34' geneigt ist.

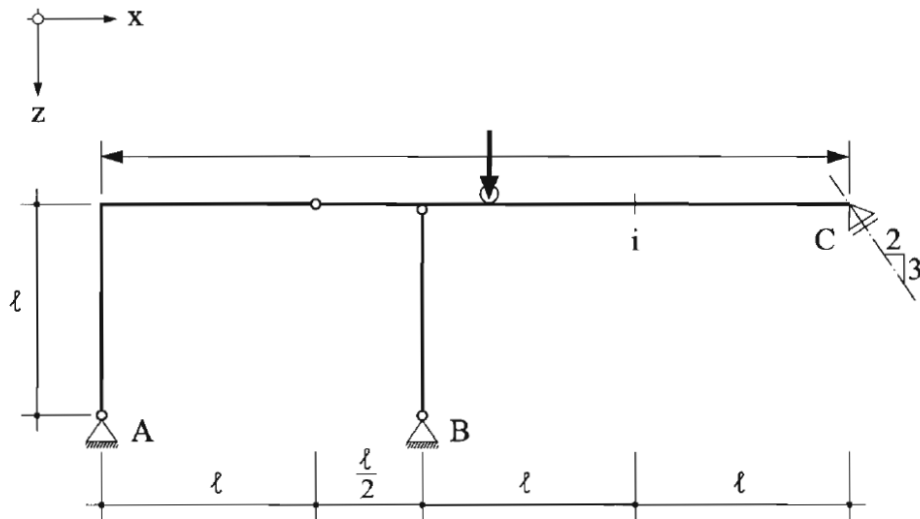


Gegeben: Ebener Rahmen ($EI_{23} = EI_{46} \rightarrow \infty$, $EI_{67} = 8 \cdot EI$, $EI_{12} = EI_{345} = EI = \text{konstant}$, $EA \rightarrow \infty$, $GA^* \rightarrow \infty$), Länge L , Belastung q

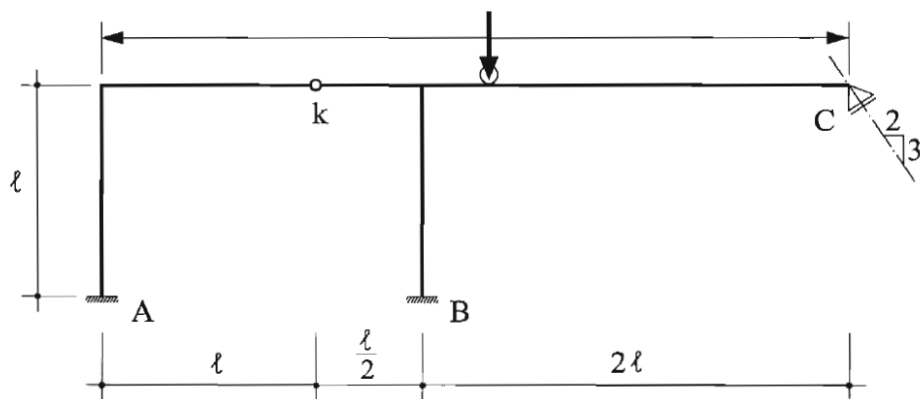
Gesucht: a) Schnittgrössendiagramme
b) Verschiebung δ_6 von Knoten 6



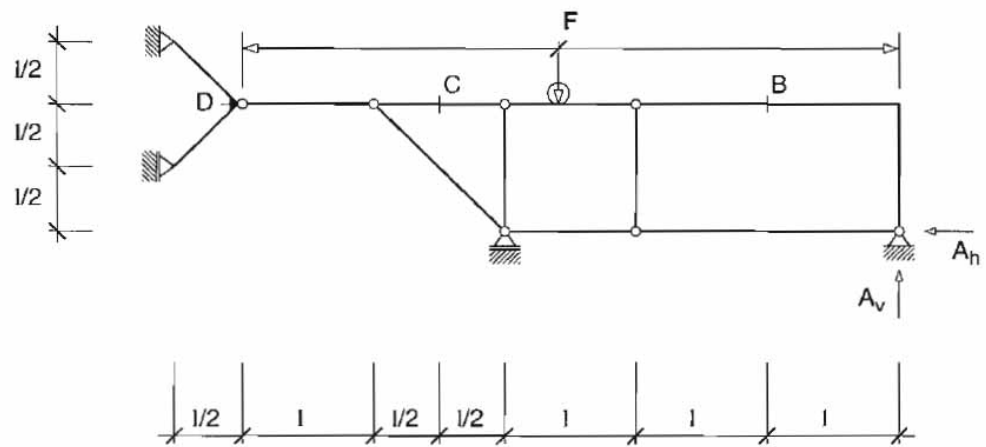
2. Aufgaben zu Einflusslinien an statisch bestimmten und unbestimmten Systemen



a) Ermitteln Sie (quantitativ) die Einflusslinien η_{M_i} und η_{B_z} .



b) Ermitteln Sie (qualitativ) die Einflusslinie η_{V_k} .



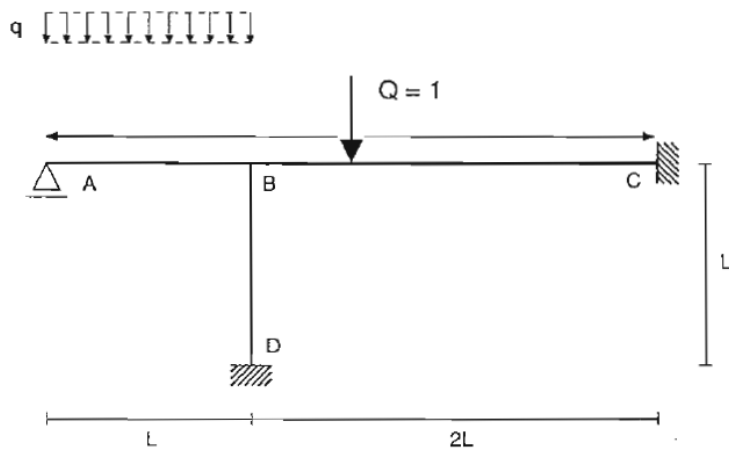
Gegeben: Statisches System und Wanderlast $F=1$.
(positive Auflagerreaktionen gemäss Skizze)

- Gesucht:
- Einflusslinie η_{A_v} (quantitativ) für die vertikale Auflagerreaktion in A.
 - Einflusslinie η_{A_h} (quantitativ) für die horizontale Auflagerreaktion in A.
 - Einflusslinie η_{V_B} (quantitativ) für die Querkraft im Punkt B.
 - Einflusslinie η_{M_B} (quantitativ) für das Biegemoment im Punkt B.
 - Einflusslinie η_{N_C} (quantitativ) für die Normalkraft im Punkt C.
 - Einflusslinie η_{M_D} (quantitativ) für das Biegemoment im Punkt D.

Gegeben: Ebener Rahmen L
 $EI = \text{Konstant}$

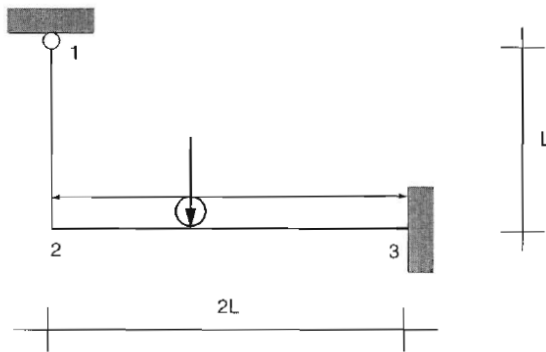
Gesucht: Einflusslinie für M_C

- a) Qualitativ
- b) Quantitativ
Abschätzen von M_C [aufgrund der Lösung a)] infolge einer zwischen den Punkten A und B aufgetragenen, gleichmässig verteilten Last q .
- c) Wie berechnet man die Gleichung der Einflusslinie als Funktion $\eta_{M_C} = f(x)$?
(Es soll nur der Lösungsweg beschrieben werden, die Rechnung ist nicht durchzuführen).



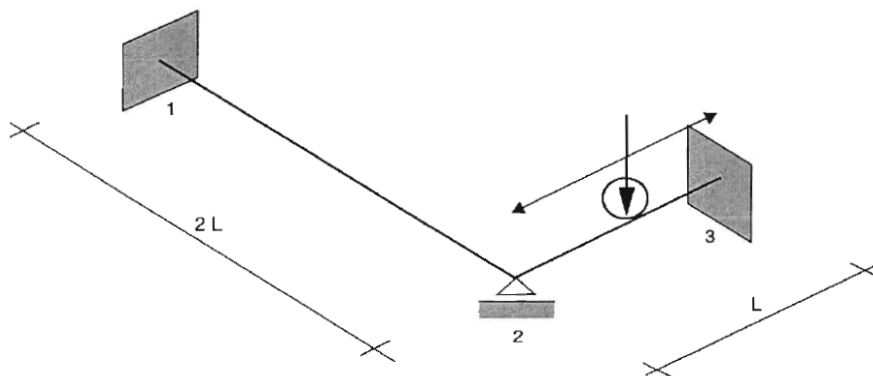
Gegeben: Rahmen 123 ($EI = \text{konstant}$, $EA \rightarrow \infty$, $GA^* \rightarrow \infty$), Länge L .

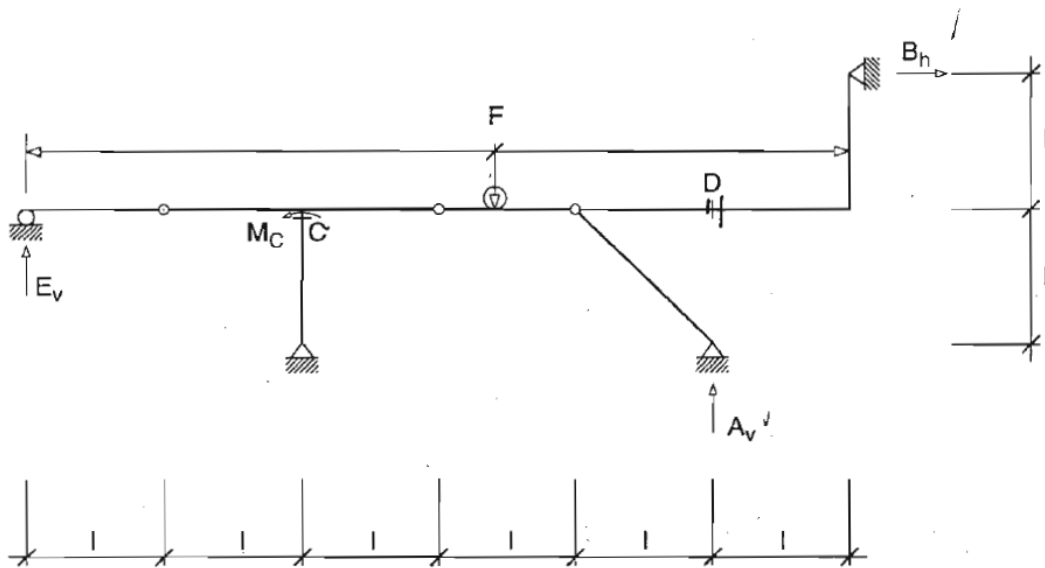
Gesucht: Einflusslinie für M_2 (qualitativ und quantitativ) infolge wandernder Einzellast entlang 23.



Gegeben: Ebener Rahmen 123 ($EI = GK = \text{konstant}$, $EA \rightarrow \infty$, $GA^* \rightarrow \infty$)

Gesucht: Einflusslinie für M_2 (qualitativ und quantitativ) infolge wandernder Einzellast entlang 23.

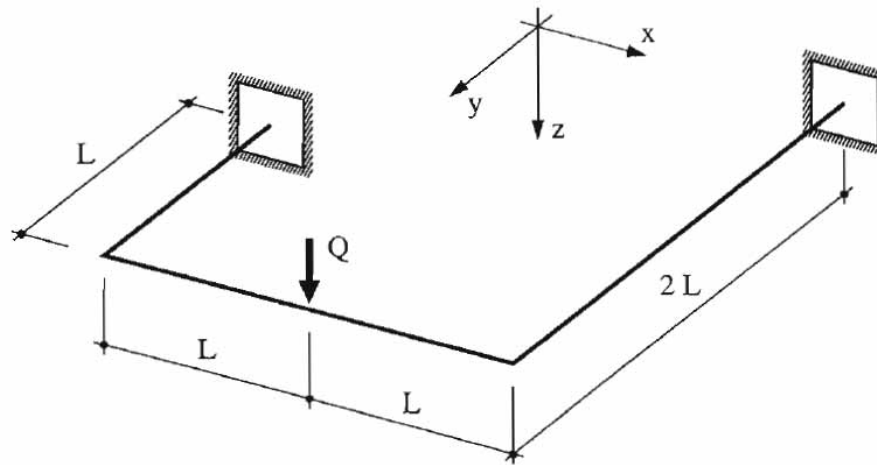




Gegeben: Statisches System und Wanderlast $F=1$.
(positive Auflagerreaktionen gemäss Skizze)

- Gesucht:
- Einflusslinie η_{A_v} quantitativ für die vertikale Auflagerreaktion in A.
 - Einflusslinie η_{B_h} quantitativ für die horizontale Auflagerreaktion in B.
 - Einflusslinie η_{M_C} quantitativ für das Biegemoment im Punkt C.
 - Einflusslinie η_{V_D} quantitativ für die Querkraft im Punkt D.
 - Einflusslinie η_{E_v} qualitativ für die vertikale Auflagerreaktion in E bei blockierten Gelenken.

3. Aufgaben zu Grenzwertsätzen und zur Traglast



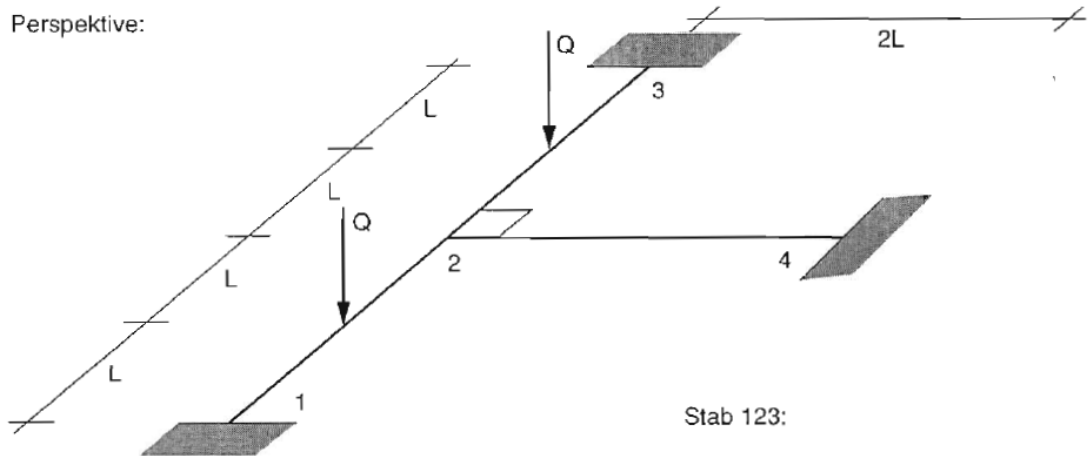
Alle Stäbe des im Bild dargestellten räumlichen Stabsystems genügen den Fließbedingungen $|M| \leq M_0$, $|T| \leq T_0 = M_0/2$. Der Querkraftwiderstand ist nicht massgebend.

- Bestimmen Sie drei verschiedene Kollapsmechanismen mit zugehöriger Näherung für die Traglast (oberer Grenzwertsatz).
- Machen Sie die Plastizitätskontrolle für denjenigen Mechanismus, welcher die beste Näherung der Traglast liefert. Handelt es sich um die Traglast?

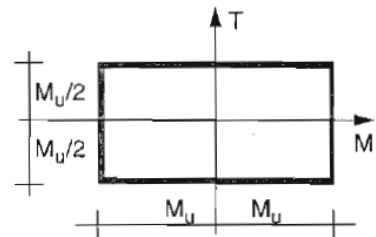
Gegeben: Ebener Trägerrost, Lasten Q , Länge L , Biege- und Torsionswiderstände (M_U und T_U) der Stäbe 123 und 24.

Gesucht: Exakte Traglast Q_U , zugehöriger Bruchmechanismus und Schnittgrössendiagramme.

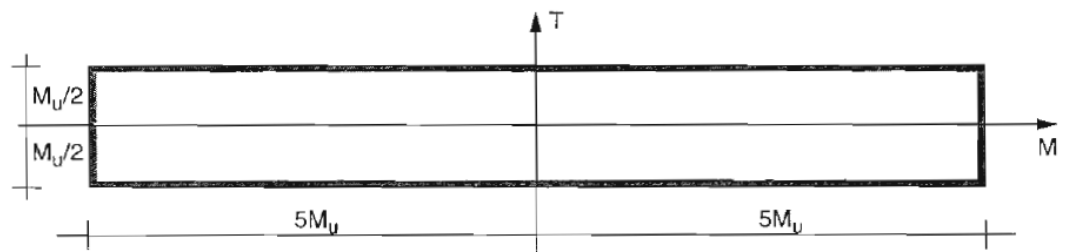
Perspektive:



Stab 123:

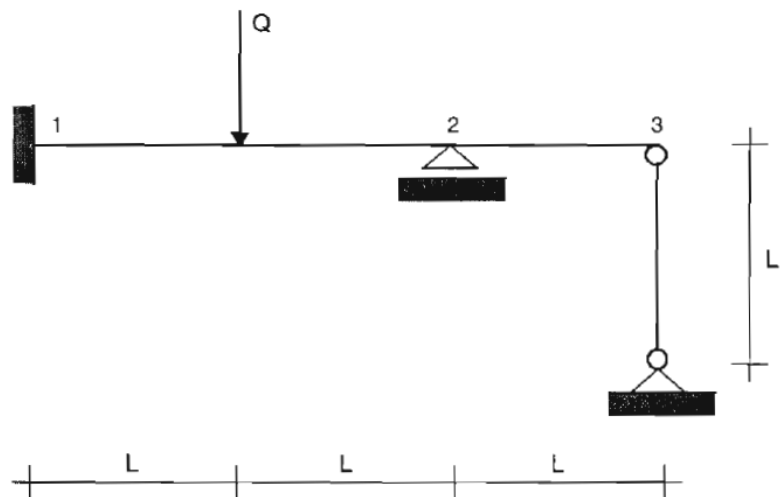


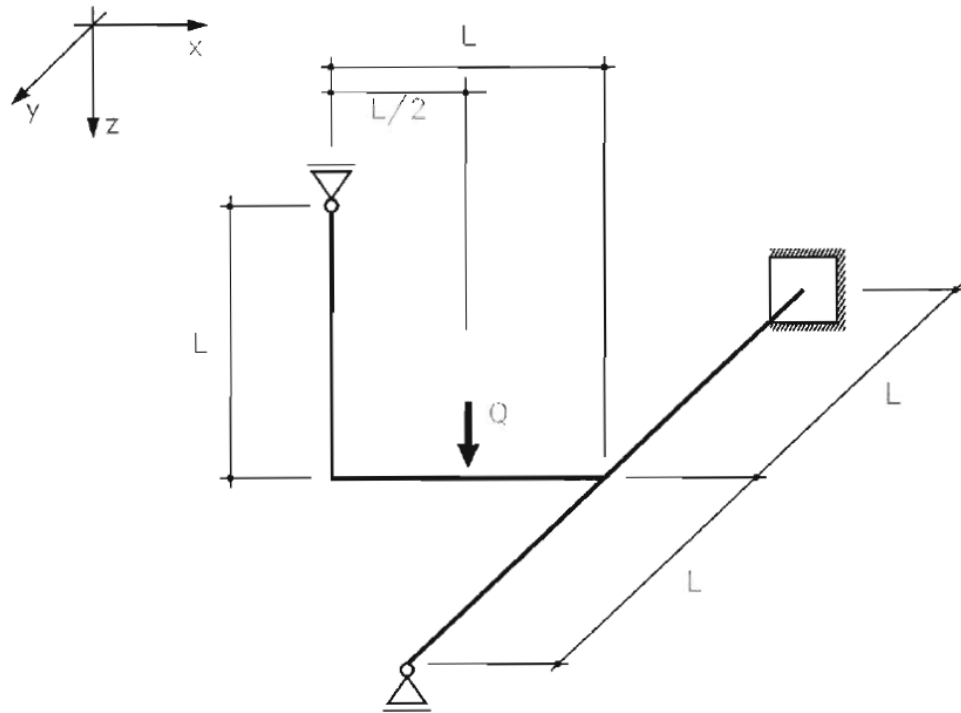
Stab 24:



Gegeben: Abgespannter Träger 123, Länge L, Last Q,
Biegesteifigkeit $M_U^+ = M_U^-$; Normalkraftwiderstand $N_u = \frac{M_u}{3L}$

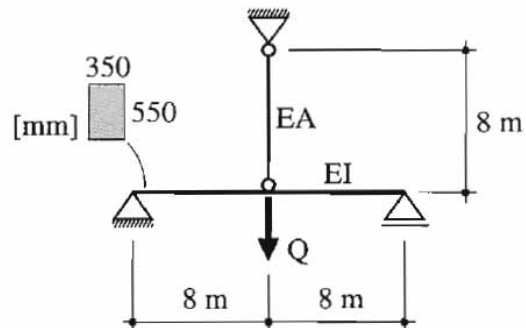
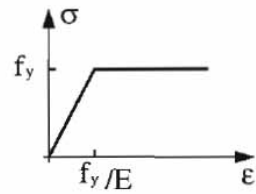
Gesucht: Exakte Traglast Q_U , zugehöriger Bruchmechanismus und Schnittgrössendiagramme





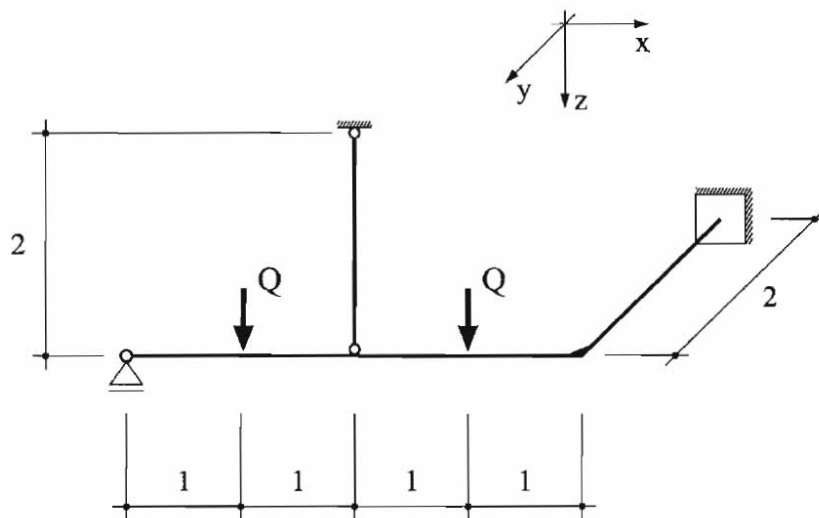
Alle Stäbe des im Bild dargestellten räumlichen Stabsystems genügen den Fließbedingungen $|M| \leq M_u$, $|N| \leq N_u = 3M_u/(2L)$, $|T| \leq T_u = M_u$. Der Querkraftwiderstand wird nicht massgebend.

Ermitteln Sie die Traglast Q_u , den zugehörigen Bruchmechanismus und die zugehörigen Reaktionen und Schnittgrößen.



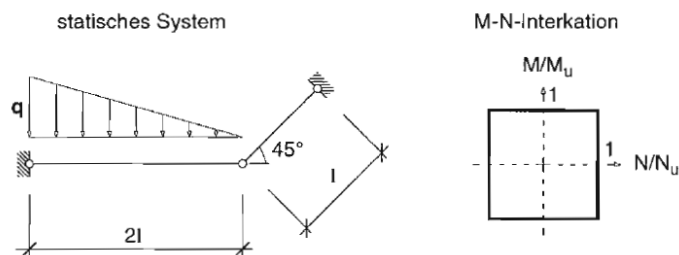
Die Einzellast Q , welche am ebenen Stabsystem angreift, wird kontinuierlich gesteigert. Alle Stäbe besitzen ein linear elastisch-ideal plastisches Stoffgesetz mit der Fließgrenze f_y von 350 N/mm^2 sowie einen E-Modul von 200 kN/mm^2 . Die Dehnsteifigkeit EA des Hängers beträgt $0,2 \cdot 10^6 \text{ kN}$, die Biegesteifigkeit EI des Balkens $0,9705 \cdot 10^6 \text{ kNm}^2$, und die Schubverformungen dürfen vernachlässigt werden.

- Ermitteln Sie im elastischen Zustand die Schnittgrößen M , V und N in Abhängigkeit von Q sowie die dazugehörigen Auflagerreaktionen.
- Gelangt der Balken oder der Hänger zuerst ins Fließen, welche Grösse besitzt Q bei Fließbeginn, und wie gross ist dabei die Durchbiegung im Lastangriffspunkt?
- Wie gross ist die Traglast?



Alle Stäbe des im Bild dargestellten räumlichen Stabsystems (Abmessungen in m) genügen den Fließbedingungen $|N| \leq 17 \text{ kN}$, $|M| \leq 4 \text{ kNm}$, $|T| \leq 1 \text{ kNm}$. Der Querkraftwiderstand wird nicht massgebend.

Ermitteln Sie die Traglast Q_u und den zugehörigen Bruchmechanismus.



Gegeben: Ebenes statisches System, (vereinfachte) M-N-Interaktion, I,

$$M_u = \frac{3 \cdot l^3 \cdot f_y}{2000}, N_u = \frac{3 \cdot l^2 \cdot f_y}{100}.$$

Gesucht: Traglast q_u , zugehöriger Mechanismus und Plastizitätskontrolle.

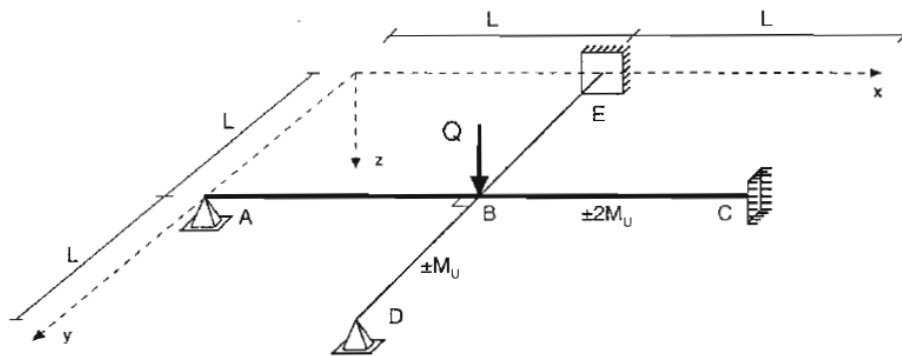
Gegeben: Ebener Trägerrost L
Biegesteifigkeit M_U

Gesucht: Traglast Q_U für

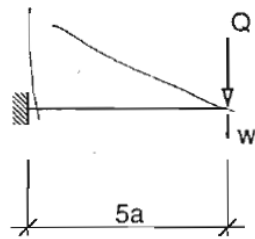
a) $T_U = 0$

b) $T_U = M_U$ für alle Stäbe

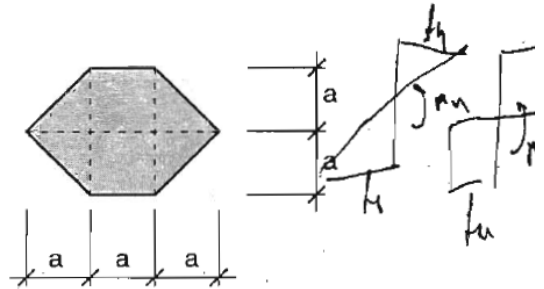
inkl. Bruchmechanismen und Schnittgrössendiagrammen.



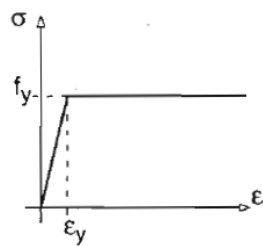
Statisches System



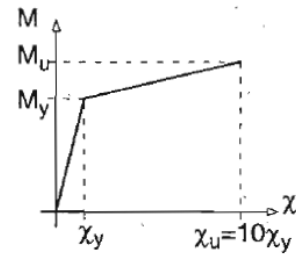
Querschnitt



σ - ϵ - Diagramm



M- χ - Diagramm

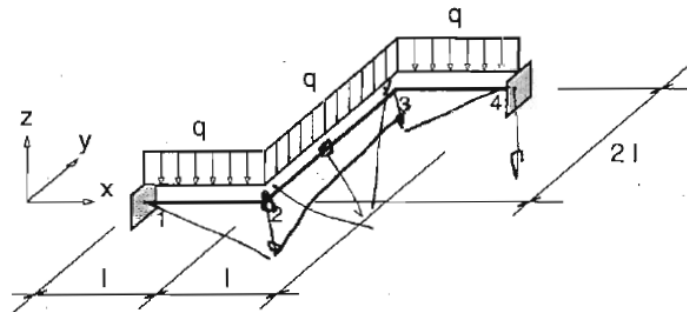


Gegeben: Statisches System, Querschnitt, Spannungs- Dehnungs- Beziehung und Momenten- Krümmungs- Beziehung mit vereinfachtem Verlauf in der elastisch-plastischen Phase. Das Material verhält sich unter Zug und Druck gleich.

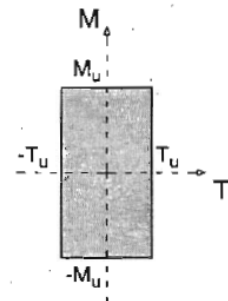
- Gesucht:
- Fliessmoment M_y und Bruchmoment M_u .
 - Belastung Q_y beim Fließbeginn des initial spannungsfreien Systems.
 - Traglast Q_u .
 - Durchbiegung w beim Erreichen von Q_y bzw. Q_u .

Handwritten signature and scribbles.

Statisches System



M-T-Interaktion



Gegeben: Statisches System und M-T-Interaktion, $T_u = \frac{M_u}{2}$, M_u .

Gesucht: a) Traglast q_u .

b) Schnittgrößen infolge Auflagersenkung Δ des Punktes 4 beim Erreichen der Traglast.