Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Prof. Dr. Peter Marti
Institut für Baustatik und Konstruktion
D-BAUG, Studiengang Bauingenieurwissenschaften
Herbstsemester

BAUSTATIK I – KOLLOQUIUM 10, Lösung

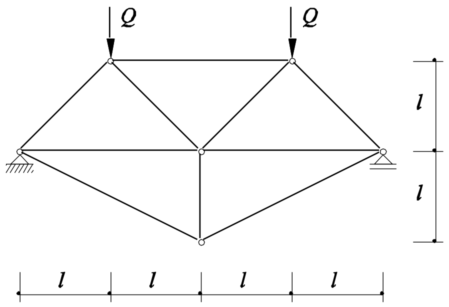
(101-0113)

Thema: Kraftmethode

Aufgabe 1, Lösung

Gegeben: Unterspanntes Fachwerk, EA = konstant für alle Stäbe

Gesucht: Stabkräfte S_i



Grad der statischen Unbestimmtheit: $\boxed{n=1}$

Abzählkriterium für ebene Fachwerke:

$$\boxed{n = r + s - 2k - g = 3 + 10 - 2 \cdot 6 - 0 = 1}$$

N.B. g = Anzahl Gelenke am Ersatzsystem

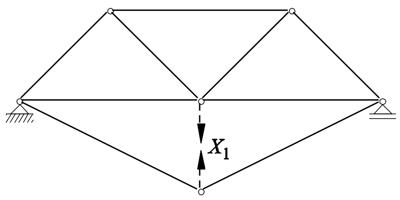
Vergleich:
Abzählkriterium für ebene Rahmen:

$$\boxed{n = r + 3s - 3k - g = 3 + 3 \cdot 10 - 3 \cdot 6 - 14 = 1}$$

N.B.Pro Knoten:

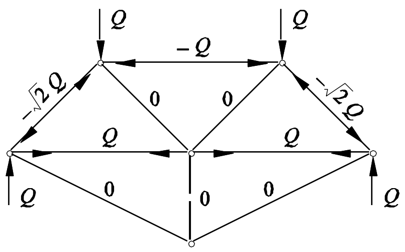
$$g = [\text{Anzahl angeschlossene Stäbe } -1]$$

GS und ÜG:

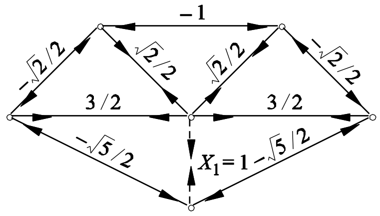


Merke:
Für ein GS dürfen Stäbe **nicht entfernt** sondern nur Bindungen gelöst werden. An deren Stelle sind die entsprechenden ÜG X_i einzuführen.

$S_0(Q)$ am GS:



$S_1(X_1 = 1)$ am GS:



$$\boxed{\delta_{10} = \sum S_{i1} \cdot \frac{S_{i0}}{EA} \cdot l_i = \text{Verformung am GS an der Stelle und in Richtung von } X_1 \text{ infolge äusserer Einwirkung:}}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EA} \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \left(-Q\sqrt{2} \right) \cdot l\sqrt{2} + (-1) \cdot (-Q) \cdot 2l + 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot Q \cdot 2l \right] = \underline{\frac{Ql}{EA} \cdot \left(8 + 2\sqrt{2} \right)}$$

Merke: δ_{10} : 1. Index entspricht Ort und Richtung $\rightarrow$ massgebend dafür ist der BZ mit S_{i1}
2. Index entspricht Ursache $\rightarrow$ massgebend dafür ist der VZ mit S_{i0}

$$\boxed{\delta_{11} = \sum S_{i1} \cdot \frac{S_{i1}}{EA} \cdot l_i = \text{Verformung am GS an der Stelle und in Richtung von } X_1 \text{ infolge } X_1 = 1\text{:}}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EA} \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) \cdot l\sqrt{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot l\sqrt{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot l\sqrt{5} + 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 2l + 1 \cdot 1 \cdot 2l + 1 \cdot 1 \cdot l \right]$$

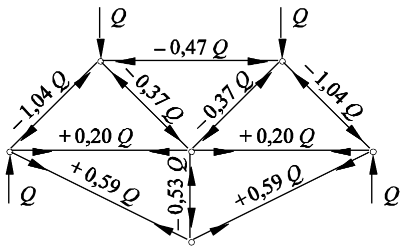
$$= \underline{\frac{l}{EA} \cdot \left(12 + 2\sqrt{2} + \frac{5\sqrt{5}}{2} \right)}$$

Merke: δ_{11} : 1. Index entspricht Ort und Richtung $\rightarrow$ massgebend dafür ist der BZ mit S_{i1}
2. Index entspricht Ursache $\rightarrow$ massgebend dafür ist der VZ mit S_{i1}

Verträglichkeitsbedingung:

$$\delta_1 = \delta_{10} + X_1 \cdot \delta_{11} = 0 \quad \rightarrow \quad X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{\frac{Ql}{EA} \cdot \left(8 + 2\sqrt{2} \right)}{\frac{l}{EA} \cdot \left(12 + 2\sqrt{2} + \frac{5\sqrt{5}}{2} \right)} = \underline{\underline{-0.53Q}} \qquad [\text{kN}]$$

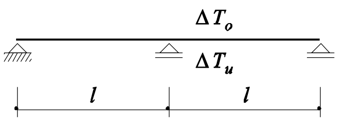
Stabkräfte durch Superposition: $S_i = S_{i0} + X_1 \cdot S_{i1}$

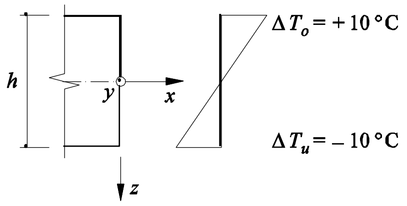


Aufgabe 2

Gegeben: System und Einwirkung:
$l = 5$ m, $h = 0.25$ m, $E = 2.1 \cdot 10^8$ kN/m^2, $I = 1.43 \cdot 10^{-3}$ m^4, $\alpha_T = 10^{-5}$ °C^{-1}
Temperaturänderung: Trägeroberseite: $\Delta T_o = +10$ °C
Trägerunterseite: $\Delta T_u = -10$ °C

Gesucht: Auflagerkräfte, Momente und Krümmungen infolge einer linear über die Stabhöhe verteilten Temperaturänderung

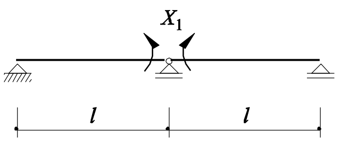




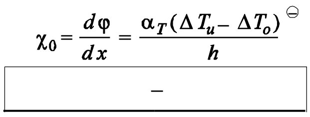
Grad der statischen Unbestimmtheit: $\boxed{n = 1}$

Verformungslinie qualitativ:

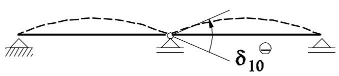
GS und ÜG:



χ_0 : $(M_0 = 0$!)

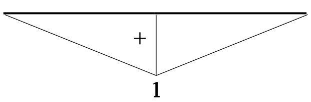


$w_0(\Delta T_o, \Delta T_u)$:

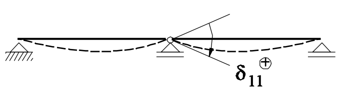


Merke: Temperaturdifferenz ergibt am stat. best. GS keine Schnittgrössen (Eigenspannungszustand)

$M_1(X_1 = 1)$:



$w_1(X_1 = 1)$:



$\boxed{\delta_{10} = \text{Verformung am GS an der Stelle und in Richtung von } X_1 \text{ infolge differentieller Temperatur:}}$

$$\delta_{10} = \int M_1 \cdot \chi_0 \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{\alpha_T \cdot \left(\Delta T_u - \Delta T_o\right)^{(-)}}{h} \cdot 2l = \underline{\frac{\alpha_T \cdot \left(\Delta T_u - \Delta T_o\right)^{(-)} \cdot l}{h}}$$

Merke: δ_{10} : 1. Index entspricht Ort und Richtung $\rightarrow$ massgebend dafür ist der BZ mit M_1
2. Index entspricht Ursache $\rightarrow$ massgebend dafür ist der VZ mit χ_0

$\boxed{\delta_{11} = \text{Verformung am GS an der Stelle und in Richtung von } X_1 \text{ infolge } X_1 = 1\text{:}}$

$$\delta_{11} = \int M_1 \cdot \frac{M_1}{EI} \cdot dx = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{EI} \cdot 2l = \underline{\frac{2l}{3EI}}$$

Merke: δ_{11} : 1. Index entspricht Ort und Richtung $\rightarrow$ massgebend dafür ist der BZ mit M_1
2. Index entspricht Ursache $\rightarrow$ massgebend dafür ist der VZ mit M_1

Verträglichkeitsbedingung:

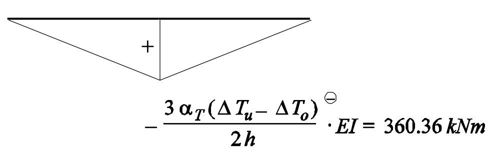
$$\delta_1 = \delta_{10} + X_1 \cdot \delta_{11} = 0 \quad \rightarrow \quad X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{\alpha_T \cdot \left(\Delta T_u - \Delta T_o\right)^{(-)} \cdot l}{h} \cdot \frac{3EI}{2l} = \underline{\underline{-\frac{3 \cdot \alpha_T \cdot \left(\Delta T_u - \Delta T_o\right)^{(-)} \cdot EI}{2 \cdot h}}}$$

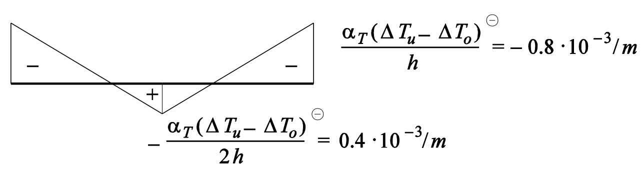
$$\rightarrow \quad X_1 = -\frac{3 \cdot 10^{-5} \cdot \left(-10-10\right) \cdot 2.1 \cdot 10^{8} \cdot 1.43 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0.25} = \underline{\underline{360.36 \text{ kNm}}}$$

Momente und Krümmungen durch Superposition:

$M = X_1 \cdot M_1 : \quad (M_0 = 0)$

$\chi = \chi_0 + X_1 \cdot \chi_1 = \chi_0 + X_1 \cdot \dfrac{M_1}{EI} :$





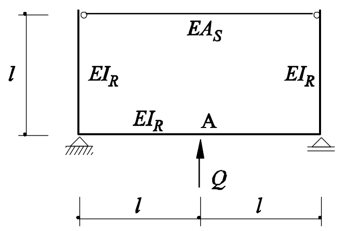
Aufgabe 3, Lösung

Gegeben: U-Rahmen, oben mit Seil geschlossen; Einwirkung Q

Seil: $EA_S = 6EI_R / l^2$
(Das Seil ist mit einer Spannvorrichtung versehen, mit der eine beliebige Spannkraft eingestellt werden kann.)

Rahmen: $EA_R = \infty$; $EI_R = \text{konst.}$
Rechteckquerschnitt mit $h = l/6$

Gesucht:
a) Momente infolge der Einzellast Q ohne Vorspannung
b) Wie gross muss die Spannkraft P_0 (vor dem Aufbringen der Last Q) sein, damit sich der Punkt A insgesamt (nach dem Aufbringen der Last Q) nicht verschiebt?
c) Wie gross muss P_0 gewählt werden, damit im Rahmenquerschnitt beim Punkt A keine Zugspannungen unter der Last Q auftreten?



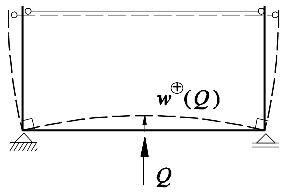
Ermittlung des Grades der statischen Unbestimmtheit mit dem Abzählkriterium für ebene Rahmen

$$\boxed{n = r + 3s - 3k - g = 3 + 3 \cdot 4 - 3 \cdot 4 - 2 = 1}$$

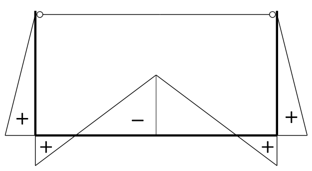
Andere Möglichkeit zur Ermittlung der statischen Unbestimmtheit:
Zurückführen auf ein stabiles statisch bestimmtes GS durch Lösen von Bindungen
$\rightarrow \boxed{n = 1}$ = Anzahl der gelösten Bindungen

a) Momentenlinie infolge Einzellast Q ohne Vorspannung

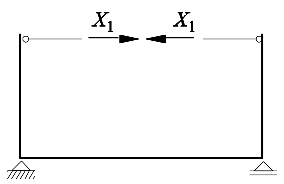
Verformungslinie qualitativ:



$M_{qualitativ}$:

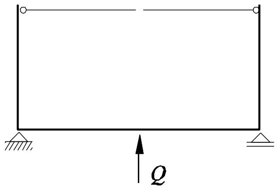


GS und ÜG:

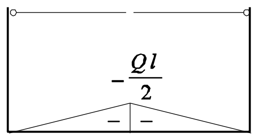


Merke:
Für ein GS dürfen Stäbe **nicht entfernt** sondern nur Bindungen gelöst werden. An deren Stelle sind die entsprechenden ÜG X_i einzuführen.

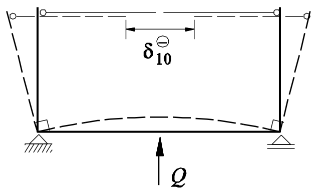
Einwirkung Q am Grundsystem:



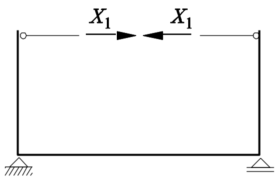
$M_0(Q)$:



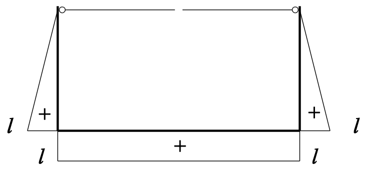
$w_0(Q)$:



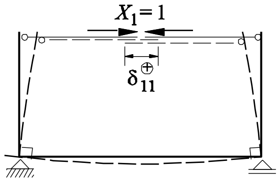
Überzählige Grösse $X_1 = 1$ am Grundsystem:



$M_1(X_1 = 1)$:



$w_1(X_1 = 1)$:



$$\delta_{10} = \int M_1 \cdot \frac{M_0}{EI} \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot l \cdot \left(-\frac{Ql}{2EI}\right) \cdot 2l = \underline{-\frac{Ql^3}{2EI}}$$

$$\delta_{11} = \int M_1 \cdot \frac{M_1}{EI} \cdot dx + \int N_1 \cdot \frac{N_1}{EA} \cdot dx$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot l \cdot \frac{l}{EI} \cdot l + l \cdot \frac{l}{EI} \cdot 2l + 1 \cdot \frac{1}{EA} \cdot 2l = \frac{8l^3}{3EI} + \frac{2l}{EA} = \frac{8l^3}{3EI} + \frac{2l \cdot l^2}{6EI} = \underline{\frac{3l^3}{EI}}$$

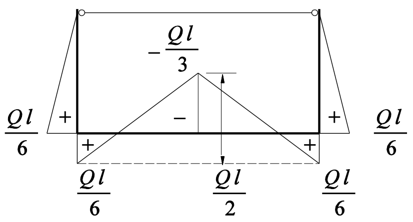
Verträglichkeitsbedingung:

$$\delta_1 = \delta_{10} + X_1 \cdot \delta_{11} = 0$$

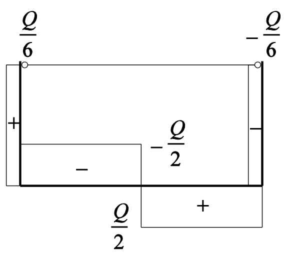
$$\rightarrow \qquad X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = \frac{Ql^3}{2EI} \cdot \frac{EI}{3l^3} = \underline{\underline{\frac{Q}{6}}} \qquad [\mathrm{kN}]$$

Schnittkräfte durch Superposition: $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}_0 + \boldsymbol{X}_1 \cdot \boldsymbol{S}_1$

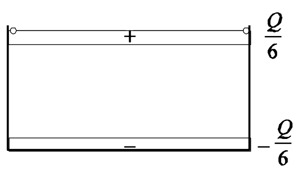
M :



V :

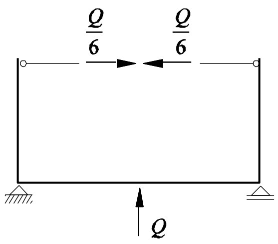


N :

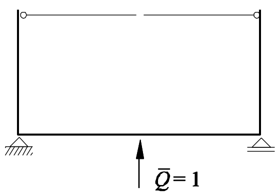


b) Grösse der Vorspannkraft P_0 im Seil, damit die Durchbiegung w_A im Punkt A verschwindet

$\mathrm{VZ}(Q)$:

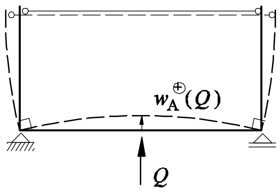


$\mathrm{BZ}(\overline{Q}=1)$:

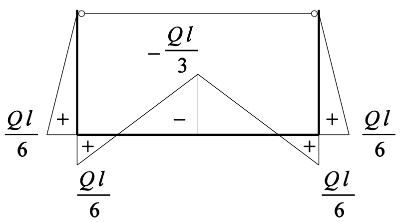


Merke:
Gemäss Reduktionssatz kann der Belastungszustand BZ an einem beliebigen statisch bestimmten Grundsystem gewählt werden (vgl. Aufgabe 4, Seite 14).

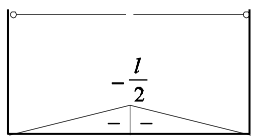
Verformungslinie:



$M(Q)$:

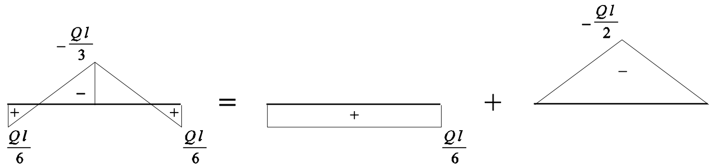


$\overline{M}(\overline{Q}=1)$:

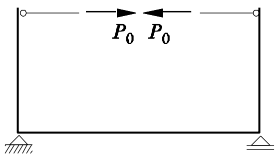


$$w_A(Q)=\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{l}{2}\right)\cdot\frac{Ql}{6EI}\cdot 2l+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{l}{2}\right)\cdot\left(-\frac{Ql}{2EI}\right)\cdot 2l=-\frac{Ql^3}{12EI}+\frac{Ql^3}{6EI}=\underline{\frac{Ql^3}{12EI}}$$

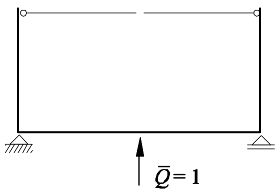
Merke:



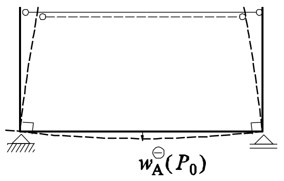
$\mathrm{VZ}(P_0)$:



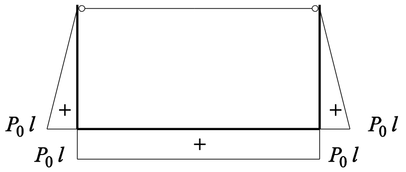
$\mathrm{BZ}(\overline{Q}=1)$: (wie Seite 8)



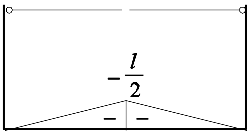
Verformungslinie:



$M(P_0)$:



$\overline{M}(\overline{Q}=1)$: (wie Seite 8)



$$w_{\mathrm{A}}(P_0)=\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{l}{2}\right)\cdot\frac{P_0\cdot l}{EI}\cdot 2l=\underline{-\frac{P_0\cdot l^3}{2EI}}$$

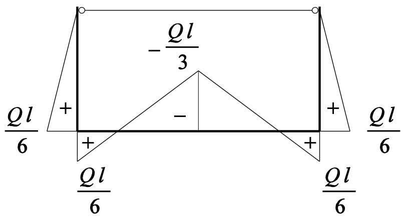
Bedingung für die totale Durchbiegung im Punkt A: $w_A = 0$

$$w_{\mathrm{A}}=w_{\mathrm{A}}(Q)+w_{\mathrm{A}}(P_0)=0 \quad\rightarrow\quad \frac{Ql^3}{12EI}-\frac{P_0\cdot l^3}{2EI}=0$$

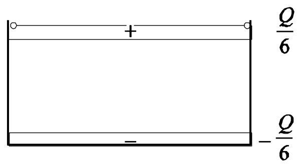
$$\rightarrow\quad \boxed{P_0=\frac{Q}{6}}$$

c) Grösse von P_0, damit im Querschnitt im Punkt A keine Zugspannungen auftreten

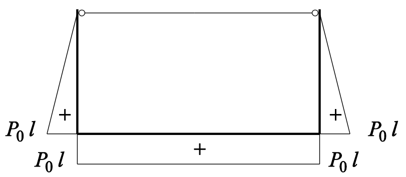
$M(Q)$:



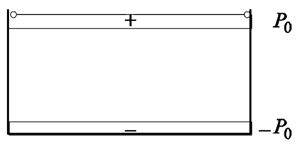
$N(Q)$:



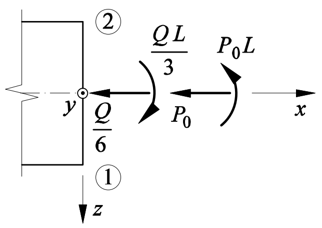
$M(P_0)$:

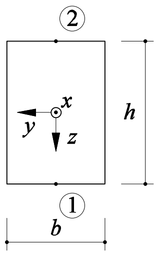


$N(P_0)$:



Beanspruchung Querschnitt A: $\boxed{\sigma_x \leq 0}$





$$A = b \cdot h$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$h = \frac{l}{6} \quad \text{(gegeben)}$$

$$z_{(1)} = \frac{h}{2} \qquad z_{(2)} = -\frac{h}{2}$$

Normalspannungen allgemein:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

Schnittkräfte im Querschnitt A:

$$N_x = -P_0 - \frac{Q}{6}$$

$$M_y = P_0 \cdot l - \frac{Ql}{3}$$

$$M_z = 0$$

Punkt (1):

$$z_{(1)} = \frac{h}{2} \qquad \sigma_{(1)}(\mathrm{A}) = \frac{1}{A} \cdot \left(-P_0 - \frac{Q}{6}\right) + \frac{h}{2 \cdot I_y} \cdot \left(P_0 \cdot l - \frac{Ql}{3}\right) = \frac{1}{A} \cdot \left(-P_0 - \frac{Q}{6}\right) + \frac{1}{W} \cdot \left(P_0 \cdot l - \frac{Ql}{3}\right) \le 0$$

$$\rightarrow \qquad \frac{1}{b \cdot h} \cdot \left(-P_0 - \frac{Q}{6}\right) + \frac{6}{b \cdot h^2} \cdot \left(P_0 \cdot l - \frac{Ql}{3}\right) \le 0$$

$$\text{mit } h = \frac{l}{6} \qquad \rightarrow \qquad -P_0 - \frac{Q}{6} + 36P_0 - 12Q \le 0$$

$$\rightarrow \qquad \boxed{P_0 \le \frac{73}{210} Q = 0.35Q}$$

Punkt (2):

$$z_{(2)} = -\frac{h}{2} \qquad \sigma_{(2)}(\mathrm{A}) = \frac{1}{A} \cdot \left(-P_0 - \frac{Q}{6}\right) - \frac{h}{2 \cdot I_y} \cdot \left(P_0 \cdot l - \frac{Ql}{3}\right) = \frac{1}{A} \cdot \left(-P_0 - \frac{Q}{6}\right) - \frac{1}{W} \cdot \left(P_0 \cdot l - \frac{Ql}{3}\right) \le 0$$

$$\rightarrow \qquad \frac{1}{b \cdot h} \cdot \left(-P_0 - \frac{Q}{6}\right) - \frac{6}{b \cdot h^2} \cdot \left(P_0 \cdot l - \frac{Ql}{3}\right) \le 0$$

$$\text{mit } h = \frac{l}{6} \qquad \rightarrow \qquad -P_0 - \frac{Q}{6} - 36P_0 + 12Q \le 0$$

$$\rightarrow \qquad \boxed{P_0 \ge \frac{71}{222} Q = 0.32Q}$$

Bereich für die Vorspannkraft P_0, für die gilt $\sigma_x(\mathrm{A}) \le 0$:

$\boxed{0.32Q \le P_0 \le 0.35Q}$ → Normalkraft im Querschnitt A greift im Kern an

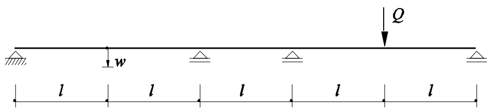
Bemerkung: $P_0 = \frac{Q}{3} = 0.333Q$ → Moment im Querschnitt A verschwindet

→ konstante Druckspannungen über den ganzen Querschnitt

Aufgabe 4, Lösung

Gegeben: System und Einwirkung Q, $EI = \text{konstant}$

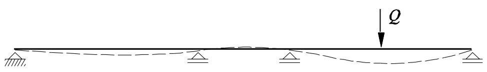
Gesucht: Momentenlinie und Durchbiegung w



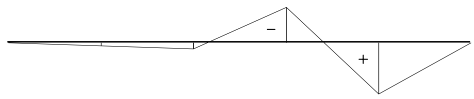
Abzählkriterium für ebene Rahmen:

$$\boxed{n = r + 3s - 3k - g = 5 + 3 \cdot 3 - 3 \cdot 4 - 0 = 2}$$

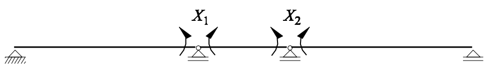
Verformungslinie qualitativ:



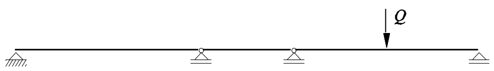
$M_{qualitativ}$:



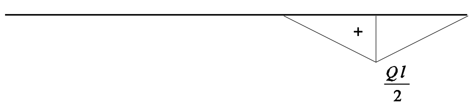
GS und ÜG:



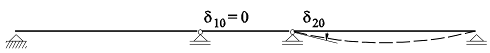
Q am Grundsystem:



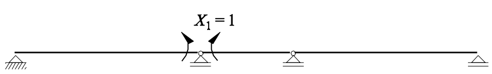
$M_0(Q)$:



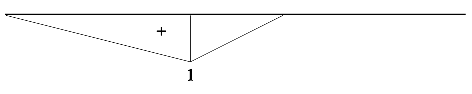
$w_0(Q)$:



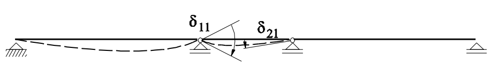
$X_1 = 1$ am Grundsystem:



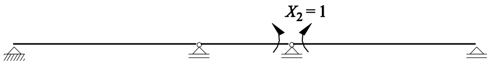
$M_1(X_1 = 1)$:



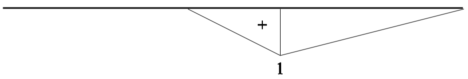
$w_1(X_1 = 1)$:



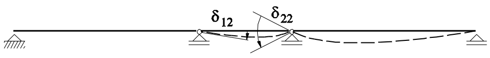
$X_2 = 1$ am Grundsystem:



$M_2(X_2 = 1)$:



$w_2(X_2 = 1)$:



$$\delta_{10} = \int M_1 \cdot \frac{M_0}{EI} \cdot dx = \underline{0}$$

$$\delta_{20} = \int M_2 \cdot \frac{M_0}{EI} \cdot dx = \frac{1}{4} \cdot 1 \cdot \frac{Ql}{2EI} \cdot 2l = \underline{\frac{Ql^2}{4EI}}$$

$$\delta_{11} = \int M_1 \cdot \frac{M_1}{EI} \cdot dx = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{EI} \cdot 3l = \underline{\frac{l}{EI}}$$

$$\delta_{22} = \int M_2 \cdot \frac{M_2}{EI} \cdot dx = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{EI} \cdot 3l = \underline{\frac{l}{EI}} \qquad (= \delta_{11} \text{ aus Symmetriegründen})$$

$$\delta_{12} = \int M_1 \cdot \frac{M_2}{EI} \cdot dx = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot \frac{1}{EI} \cdot l = \underline{\frac{l}{6EI}}$$

$$\delta_{21} = \int M_2 \cdot \frac{M_1}{EI} \cdot dx = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot \frac{1}{EI} \cdot l = \underline{\frac{l}{6EI}}$$

Merke: $\boxed{\delta_{12} = \delta_{21}}$ Indices vertauschbar, da BZ und VZ vertauschbar (Maxwell)

Verträglichkeitsbedingung:

$$\delta_1 = \delta_{10} + X_1 \cdot \delta_{11} + X_2 \cdot \delta_{12} = 0 \quad \rightarrow \quad 0 + \frac{l}{EI} \cdot X_1 + \frac{l}{6EI} \cdot X_2 = 0$$

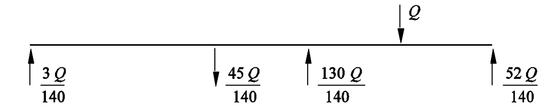
$$\delta_2 = \delta_{20} + X_1 \cdot \delta_{21} + X_2 \cdot \delta_{22} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{Ql^2}{4EI} + \frac{l}{6EI} \cdot X_1 + \frac{l}{EI} \cdot X_2 = 0$$

$$\rightarrow \quad X_1 = \frac{\delta_{20} \cdot \delta_{12} - \delta_{10} \cdot \delta_{22}}{\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12}^2} = \underline{\underline{\frac{3Ql}{70}}} \qquad [\text{kNm}]$$

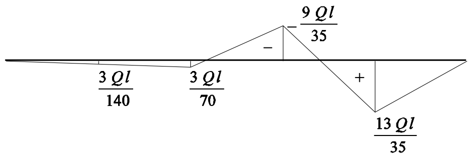
$$X_2 = \frac{\delta_{10} \cdot \delta_{12} - \delta_{20} \cdot \delta_{11}}{\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12}^2} = \underline{\underline{-\frac{9Ql}{35}}} \qquad [\text{kNm}]$$

Auflagerkräfte und Schnittkräfte durch Superposition: $\boldsymbol{S = S_0 + X_1 \cdot S_1 + X_2 \cdot S_2}$

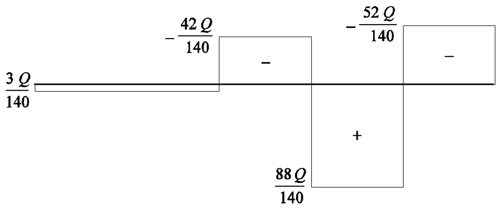
SKD:



$M = M_0 + X_1 \cdot M_1 + X_2 \cdot M_2$:



$V = V_0 + X_1 \cdot V_1 + X_2 \cdot V_2$:

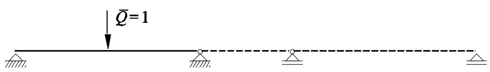


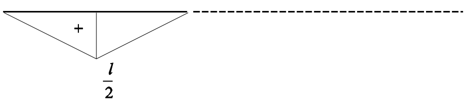
Durchbiegung *w*:

Gemäss Reduktionssatz kann der Belastungszustand BZ an einem beliebigen statisch bestimmten Grundsystem gewählt werden. Bei der Wahl des GS sollte darauf geachtet werden, dass der Rechenaufwand möglichst klein ist.

3 Varianten für die Wahl eines statisch bestimmten GS:

a) BZ Variante 1 $\overline{M}$:

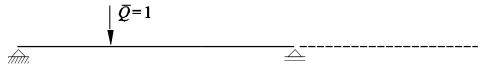




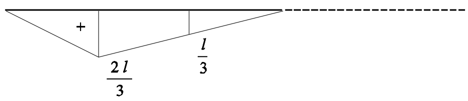
$$w = \frac{1}{4} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{3Ql}{70EI} \cdot 2l = \underline{\underline{\frac{3Ql^3}{280EI}}}$$

$\rightarrow$ Aufwand gering!

b) BZ Variante 2



$\overline{M}$:

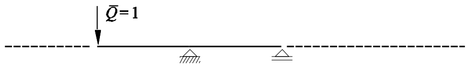


$$w=\frac{1}{3}\cdot\frac{2l}{3}\cdot\frac{3Ql}{140EI}\cdot l+\frac{1}{6}\cdot\left[\frac{2l}{3}\cdot\left(2\cdot\frac{3Ql}{140EI}+\frac{3Ql}{70EI}\right)+\frac{l}{3}\cdot\left(\frac{3Ql}{140EI}+2\cdot\frac{3Ql}{70EI}\right)\right]\cdot l$$

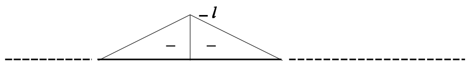
$$+\frac{1}{6}\cdot\left[\frac{l}{3}\cdot\left(2\cdot\frac{3Ql}{70EI}-\frac{9Ql}{35EI}\right)\right]\cdot l=\left(\frac{1}{210}+\frac{13}{840}-\frac{2}{210}\right)\cdot\frac{Ql^3}{EI}=\underline{\underline{\frac{3Ql^3}{280EI}}}$$

$\rightarrow$ Aufwand gross!

c) BZ Variante 3



$\overline{M}$:



$$w=\frac{1}{6}\cdot\left[(-l)\cdot\left(\frac{3Ql}{140EI}+2\cdot\frac{3Ql}{70EI}\right)\right]\cdot l+\frac{1}{6}\cdot\left[(-l)\cdot\left(2\cdot\frac{3Ql}{140EI}-\frac{9Ql}{35EI}\right)\right]\cdot l$$

$$=\frac{1}{6}\cdot\left(-\frac{15}{140}+\frac{12}{70}\right)\cdot\frac{Ql^3}{EI}=\underline{\underline{\frac{3Ql^3}{280EI}}}$$

$\rightarrow$ Aufwand mittel!