Prof. Dr. Peter Marti
Institut für Baustatik und Konstruktion
D-BAUG, Studiengang Bauingenieurwissenschaften

BAUSTATIK I – KOLLOQUIUM 5, Merkblatt 2

(101-0113)

Thema: Kern von symmetrischen Querschnitten

Kern von symmetrischen Querschnitten mit den Hauptachsen *y* und *z*

Definition:

Greift die resultierende Längskraft N_x (Zug- oder Druckkraft) **innerhalb** des Kerns an, so haben alle Normalspannungen σ_x über den ganzen Querschnitt dasselbe Vorzeichen wie N_x (Zug- oder Druck).

Aus dieser Definition geht hervor, dass sich die neutrale Achse (Nulllinie) für Angriffspunkte $A\,(y_A, z_A)$ der resultierenden Längskraft N_x **innerhalb des Kerns** immer **ausserhalb des Querschnitts** befindet.
Liegt der Angriffspunkt $A\,(y_A, z_A)$ gerade auf dem Kernrand, gilt für den Querschnittsrand: $\sigma_x = 0$, d.h. die neutrale Achse (Nulllinie) liegt auf dem Querschnittsrand.

Merke:

Der Kern ist nicht von der Beanspruchung sondern nur von der Geometrie des Querschnitts abhängig.

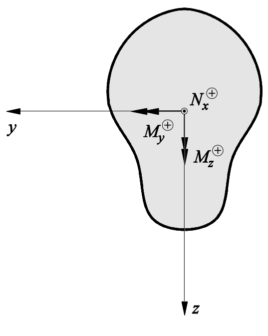
Spannungsformel nach Navier (bezogen auf Hauptachsen):

$$\sigma_x = \frac{N_x}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y = \frac{N_x}{A} + \frac{N_x \cdot z_A}{I_y} \cdot z + \frac{N_x \cdot y_A}{I_z} \cdot y = \frac{N_x}{A} \cdot \left(1 + \frac{z_A}{i_y^2} \cdot z + \frac{y_A}{i_z^2} \cdot y\right)$$

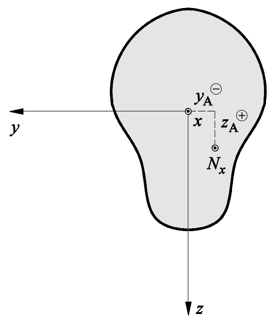
wobei:

$y_A = -\frac{M_z}{N}, \quad z_A = \frac{M_y}{N}$: Koordinaten des Angriffspunkts der statisch äquivalenten Normalkraft

$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}, \quad i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}}$: Hauptträgheitsradien



$$M_y = N_x \cdot z_A$$
$$M_z = -N_x \cdot y_A$$



Gleichung für die neutrale Achse:

$$\sigma_x = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{1 + \frac{z_A}{i_y^2} \cdot z + \frac{y_A}{i_z^2} \cdot y = 0}$$

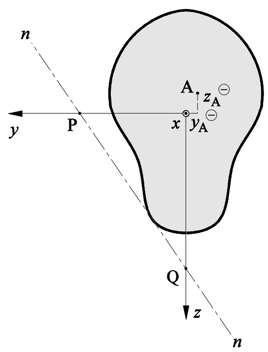
Ermittlung des Kerns:

Durch Abrollen der neutralen Achse (Nulllinie) entlang der konvexen Hülle des Querschnitts erhält man unter Anwendung der Gleichung für die neutrale Achse die Punkte A (y_A, z_A) des Kernrands

Merke:	y_A, z_A	:	Punkte des Kernrands
	y , z	:	Punkte der neutralen Achse

Spezielle Punkte der neutralen Achse:

Idealerweise werden für die Berechnung der unbekannten Kernpunkte A (y_A, z_A) die Schnittpunkte P $(y_P, 0)$ und Q $(0, z_Q)$ der neutralen Achsen *n* - *n* mit den Hauptachsen *y* und *z* verwendet:



- Schnittpunkt mit der *y*-Achse:	P $(y_P, 0)$	$\rightarrow$	$y_A = -\frac{i_z^2}{y_P}$
- Schnittpunkt mit der *z*-Achse:	Q $(0, z_Q)$	$\rightarrow$	$z_A = -\frac{i_y^2}{z_Q}$

→ 2 Gleichungen für 2 Unbekannte: y_A und z_A

Falls die neutrale Achse **parallel** zu den Hauptachsen verläuft, sind folgende Fälle zu unterscheiden:

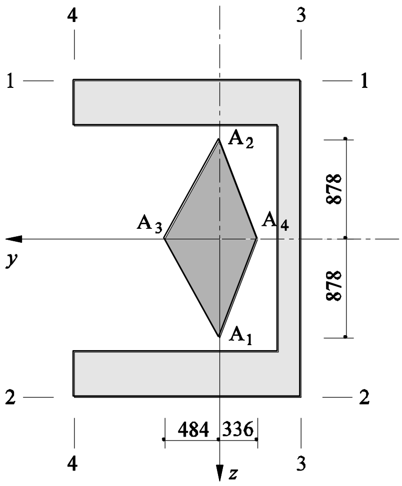
a) Neutrale Achse *n*-*n* parallel zur *y*-Achse:

- Schnittpunkt mit der *y*-Achse: P $(y_P = \pm\infty, 0) \rightarrow y_A = -\frac{i_z^2}{y_P} = 0$
- Schnittpunkt mit der *z*-Achse: Q $(0, z_Q) \rightarrow z_A = -\frac{i_y^2}{z_Q}$

b) Neutrale Achse *n*-*n* parallel zur *z*-Achse:

- Schnittpunkt mit der *y*-Achse: P $(y_P, 0) \rightarrow y_A = -\frac{i_z^2}{y_P}$
- Schnittpunkt mit der *z*-Achse: Q $(0, z_Q = \pm\infty) \rightarrow z_A = -\frac{i_y^2}{z_Q} = 0$

Aufgabe 3 aus Kolloquium 5



Merke:

Neutrale Achse	Kernbegrenzung
berührt Querschnitt in Punkt	Gerade
berührt Querschnitt längs Seite	Kernecke