

BAUSTATIK I – KOLLOQUIUM 4, Lösung

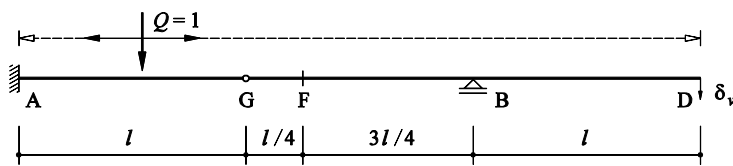
(101-0113)

Thema: Einflusslinien

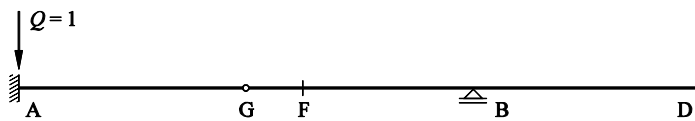
Aufgabe 1, Lösung

Gegeben: System

Gesucht: Einflusslinien $\eta_{A_v}, \eta_{B_v}, \eta_{M_A}, \eta_{V_G}, \eta_{V_F}, \eta_{M_F}$ und η_{δ_v}

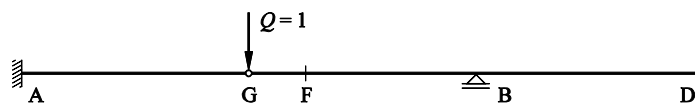


a) Einflusslinie η_{A_v} (vertikale Auflagerkraft in A) mit punktwiser Bestimmung:



$Q = 1$ in $x = 0$:

$A_v = 1 \rightarrow \eta_{A_v}(x = 0) = 1$



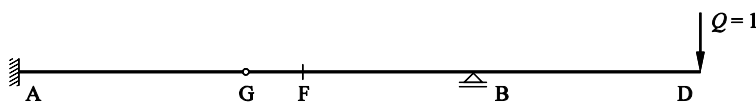
$Q = 1$ in $x = l$:

$A_v = 1 \rightarrow \eta_{A_v}(x = l) = 1$



$Q = 1$ in $x = 2l$:

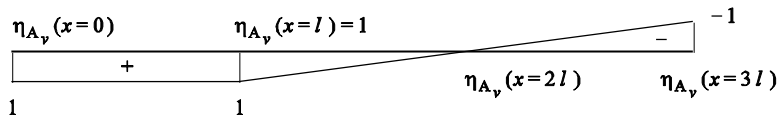
$A_v = 0 \rightarrow \eta_{A_v}(x = 2l) = 0$



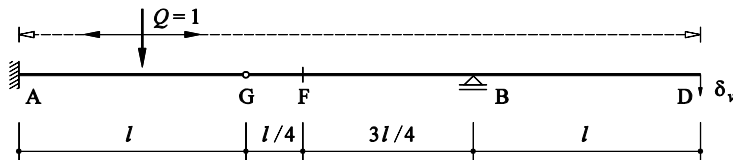
$Q = 1$ in $x = 3l$:

$A_v = -1 \rightarrow \eta_{A_v}(x = 3l) = -1$

$\eta_{A_v} :$

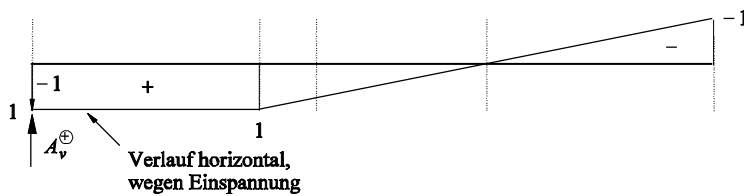


b) Methode Land: Negative Einheitsverformung am Ort und in Richtung der gesuchten Zustandsgrösse



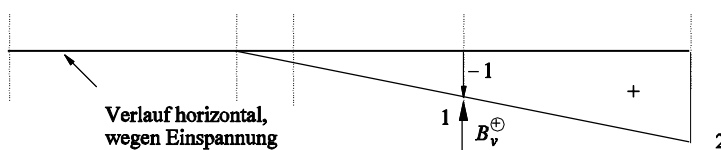
Einflusslinie für die vertikale Auflagerkraft in A:

$\eta_{A_v} :$



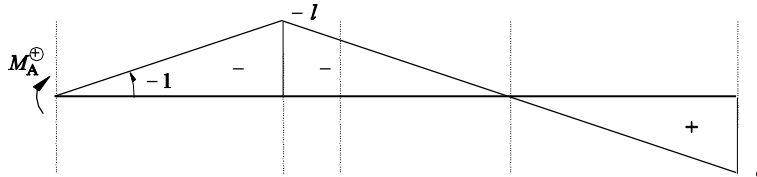
Einflusslinie für die vertikale Auflagerkraft in B:

$\eta_{B_v} :$



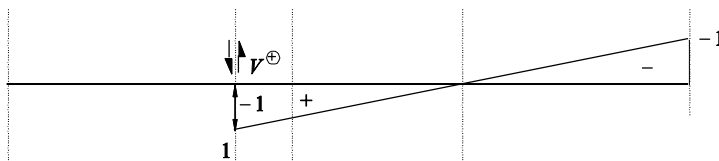
Einflusslinie für das Einspannmoment in A:

η_{M_A} :



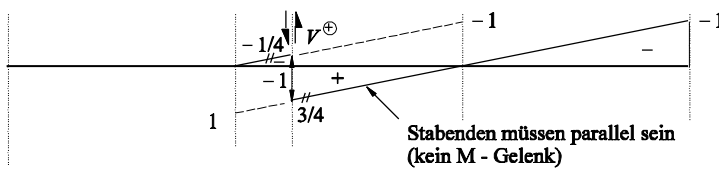
Einflusslinie für die Querkraft in G:

η_{V_G} :



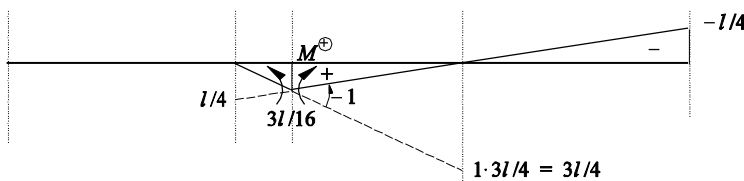
Einflusslinie für die Querkraft in F:

η_{V_F} :



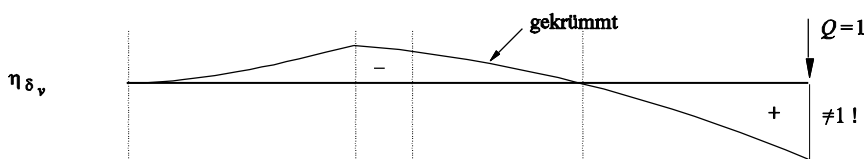
Einflusslinie für das Moment in F:

η_{M_F} :

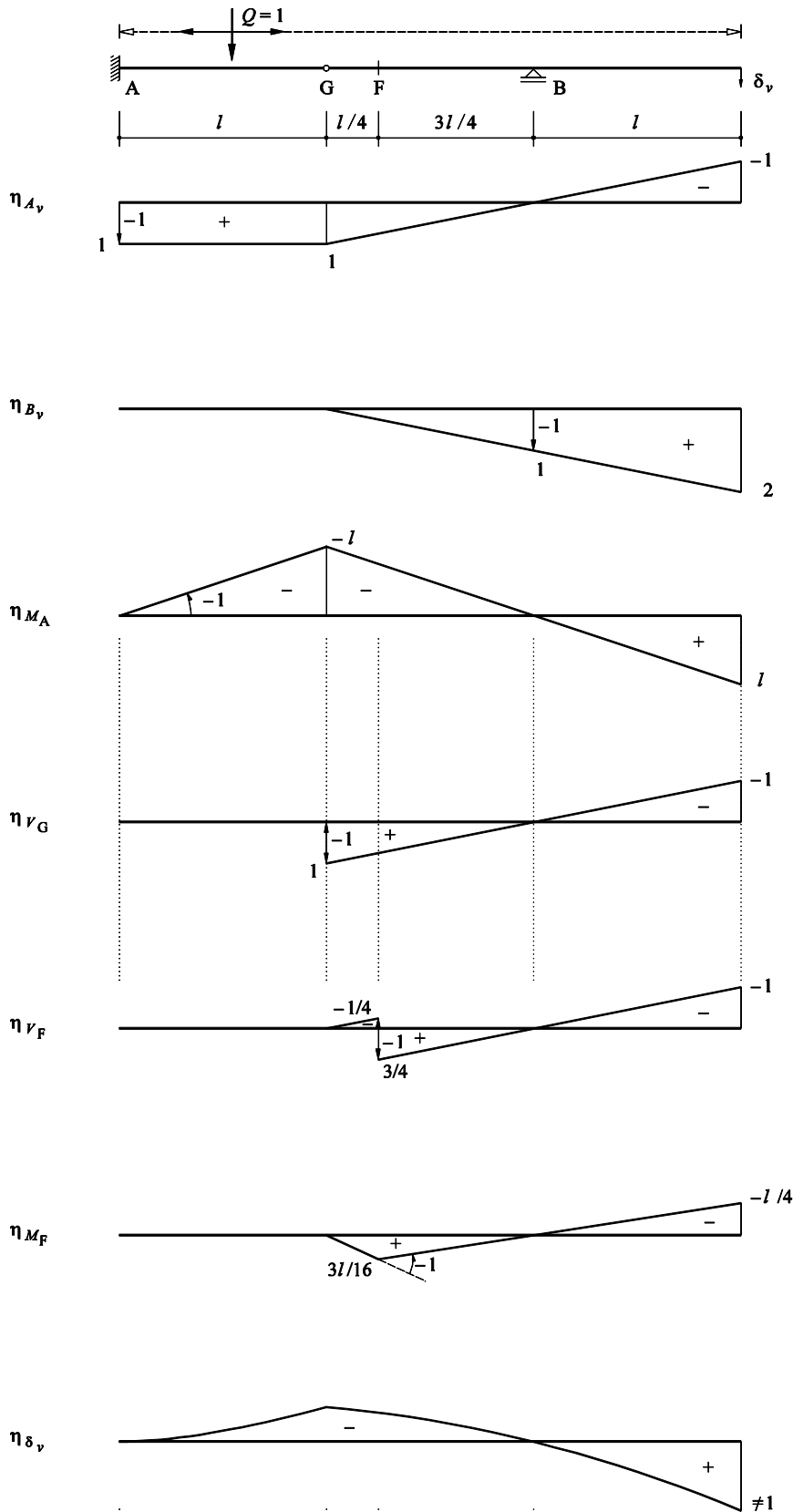


Einflusslinie für die Durchbiegung δ_v :

η_{δ_v} :



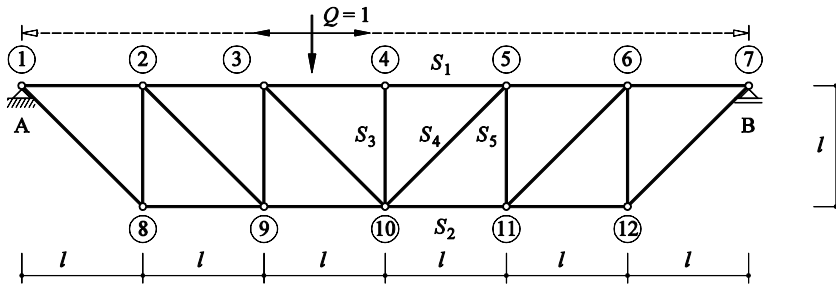
c) Zusammenstellung:



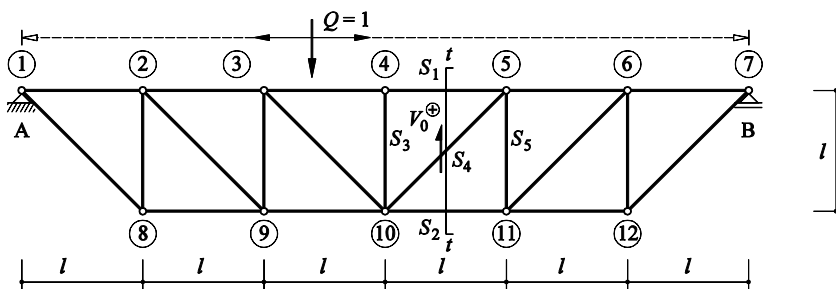
Aufgabe 2, Lösung

Gegeben: System

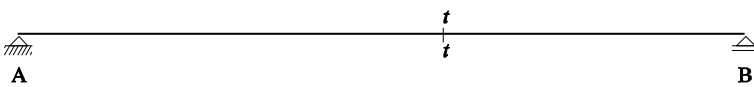
Gesucht: Einflusslinien $\eta_{A_v}, \eta_{S_1}, \eta_{S_2}, \eta_{S_3}, \eta_{S_4}$ und η_{S_5}



a) Anwendung der Methode Land (kinematische Methode)

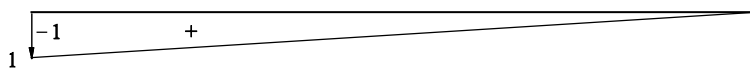


Ersatzträger:

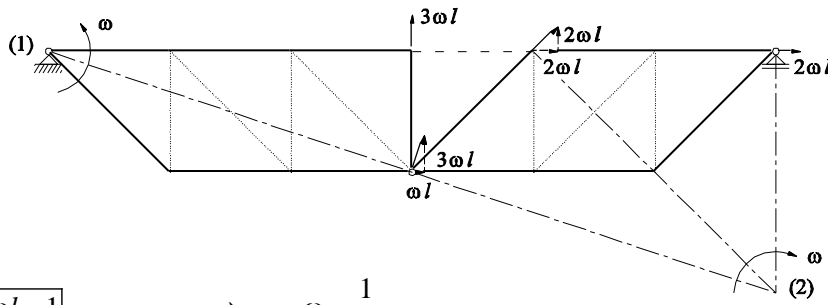


Einflusslinie für die Auflagerkraft A_v (Verschiebung des Auflagers um -1)

η_{A_v} :



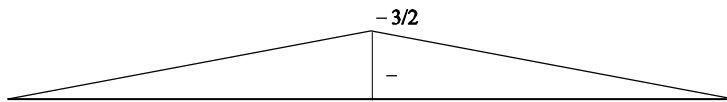
Einflusslinie für die Stabkraft S_1 (Verlängerung des Stabes um 1)



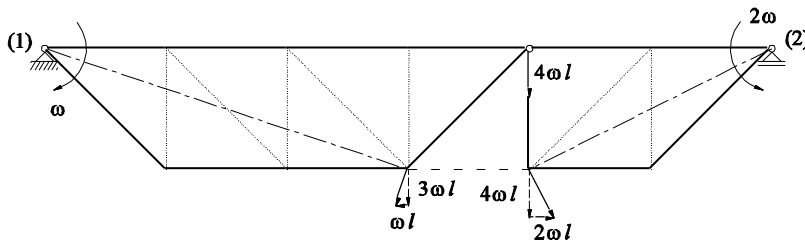
$2\omega l = 1 \rightarrow \omega = \frac{1}{2l}$

Wert für die Einflusslinie: $3\omega l = \frac{3}{2}$

η_{S_1} :



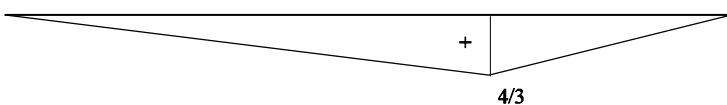
Einflusslinie für die Stabkraft S_2 (Verlängerung des Stabes um 1)



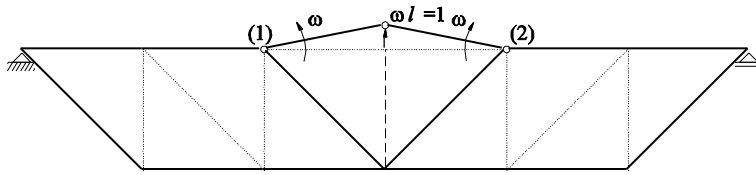
$\omega l + 2\omega l = 1 \rightarrow \omega = \frac{1}{3l}$

Wert für die Einflusslinie: $4\omega l = \frac{4}{3}$

η_{S_2} :

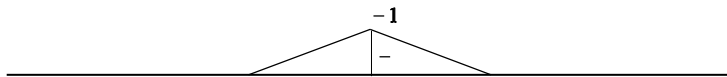


Einflusslinie für die Stabkraft S_3 (Verlängerung des Stabes um 1)

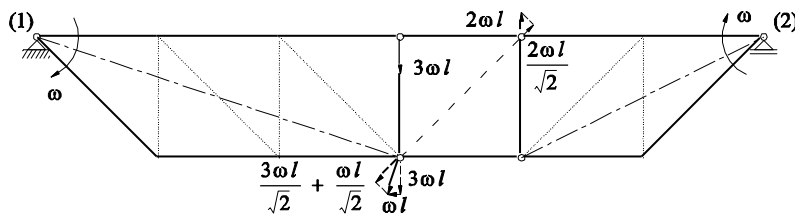


Merke: Für alle Lasten zwischen den Knoten 1 - 3 resp. 5 - 7 ist Stab S_3 ein Nullstab!

η_{S_3} :



Einflusslinie für die Stabkraft S_4 (Verlängerung des Stabes um 1)

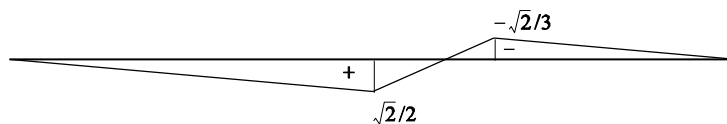


$$\frac{2\omega l}{\sqrt{2}} + \left(\frac{3\omega l}{\sqrt{2}} + \frac{\omega l}{\sqrt{2}} \right) = 1$$

$$\rightarrow \omega = \frac{\sqrt{2}}{6l}$$

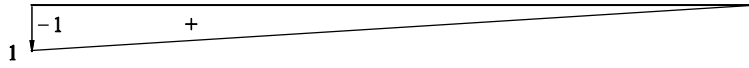
Werte für die Einflusslinie: $3\omega l = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $2\omega l = \frac{\sqrt{2}}{3}$

η_{S_4} :



Einflusslinie für die Auflagerkraft A_v :

η_{A_v} :



Einflusslinie für die Stabkraft S_1 (Ritterscher Schnitt $t - t$):

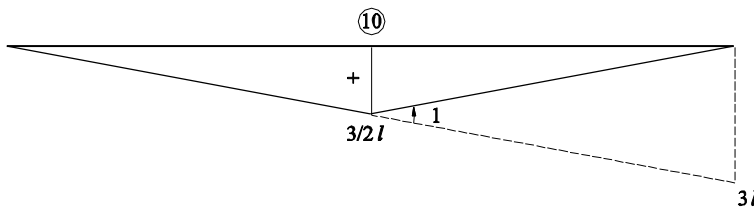
$S_1 : \quad \sum M_{(10)} = 0 :$

Falls $Q = 1$ links von Knoten (10): $S_1 \cdot l - Q \cdot (3l - x) + A_v \cdot 3l = S_1 \cdot l + M_{0(10)} = 0$
mit $M_{0(10)} = A_v \cdot 3l - Q \cdot (3l - x)$

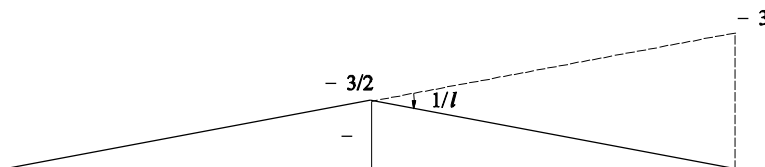
Falls $Q = 1$ rechts von Knoten (10): $S_1 \cdot l + A_v \cdot 3l = S_1 \cdot l + M_{0(10)} = 0$
mit $M_{0(10)} = A_v \cdot 3l$

$\rightarrow \quad \boxed{S_1 = -\frac{M_{0(10)}}{l}} \quad \rightarrow \quad \eta_{S_1} = -\frac{1}{l} \cdot \eta_{M_{0(10)}} \quad (-, \text{ da Druck infolge } M_0^{(+)})$

$\eta_{M_{0(10)}} : (\text{ am Ersatzträger })$



$\eta_{S_1} = -\frac{1}{l} \cdot \eta_{M_{0(10)}} :$



Einflusslinie für die Stabkraft S_2 (Ritterscher Schnitt $t-t$):

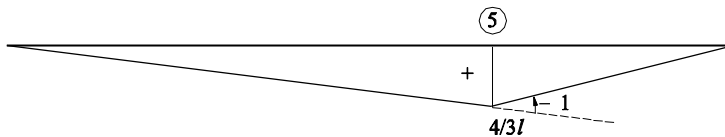
$S_2 : \quad \sum M_{(5)} = 0 :$

Falls $Q = 1$ links von Knoten (5): $S_2 \cdot l + Q \cdot (4l - x) - A_v \cdot 4l = S_2 \cdot l - M_{0(5)} = 0$
 mit $M_{0(5)} = A_v \cdot 4l - Q \cdot (4l - x)$

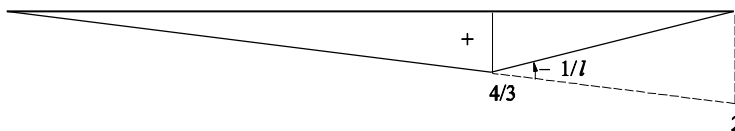
Falls $Q = 1$ rechts von Knoten (5): $S_2 \cdot l - A_v \cdot 4l = S_2 \cdot l - M_{0(5)} = 0$
 mit $M_{0(5)} = A_v \cdot 4l$

$\rightarrow \quad \boxed{S_2 = \frac{M_{0(5)}}{l} \quad \rightarrow \quad \eta_{S_2} = \frac{1}{l} \cdot \eta_{M_{0(5)}}}$

$\eta_{M_{0(5)}} : (am \text{ Ersatzträger})$



$\eta_{S_2} = \frac{1}{l} \cdot \eta_{M_{0(5)}} :$



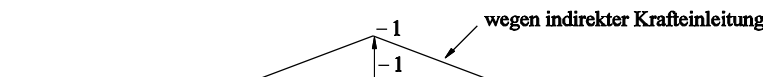
Einflusslinie für die Stabkraft S_3 :

Der Stab 3 kann nur dann eine Normalkraft S_3 haben, wenn die Last $Q = 1$ im Knoten (4) angreift oder zwischen den Knoten (3) und (5) steht.

Merke:

Für zwischen den Knoten angreifende Lasten gilt eine indirekte Krafteinleitung (Verteilung der Kräfte auf die benachbarten Knoten wie beim einfachen Balken \rightarrow linearer Verlauf der Einflusslinie zwischen den ermittelten Werten an diesen Knoten)

$\eta_{S_3} :$



Einflusslinie für die Stabkraft S_4 (Ritterscher Schnitt $t-t$):

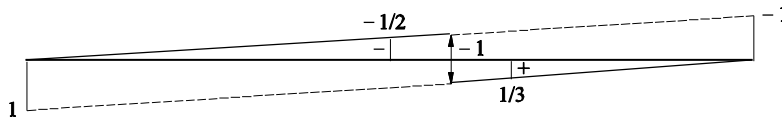
$S_4: \quad \sum F_v = 0:$

Falls $Q = 1$ links von Knoten (4): $\frac{S_4}{\sqrt{2}} - Q + A_v = \frac{S_4}{\sqrt{2}} + V_{0(t-t)} = 0$
mit $V_{0(t-t)} = A_v - Q$

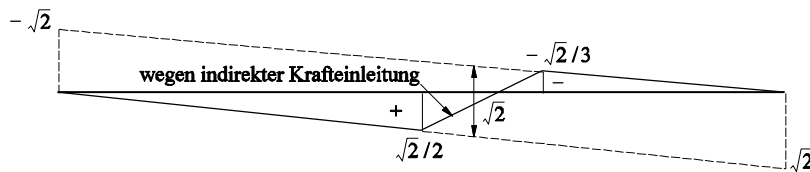
Falls $Q = 1$ rechts von Knoten (5): $\frac{S_4}{\sqrt{2}} + A_v = \frac{S_4}{\sqrt{2}} + V_{0(t-t)} = 0$
mit $V_{0(t-t)} = A_v$

$\rightarrow \quad \boxed{S_4 = -V_{0(t-t)} \cdot \sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\eta_{S_4} = -\eta_{V_{0(t-t)}} \cdot \sqrt{2}} \quad (-, \text{ da Druck infolge } V_0^{(+)})$

$\eta_{V_{0(t-t)}} : (\text{ am Ersatzträger })$



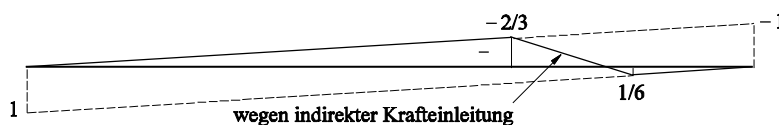
$\eta_{S_4} = -\eta_{V_{0(t-t)}} \cdot \sqrt{2}:$



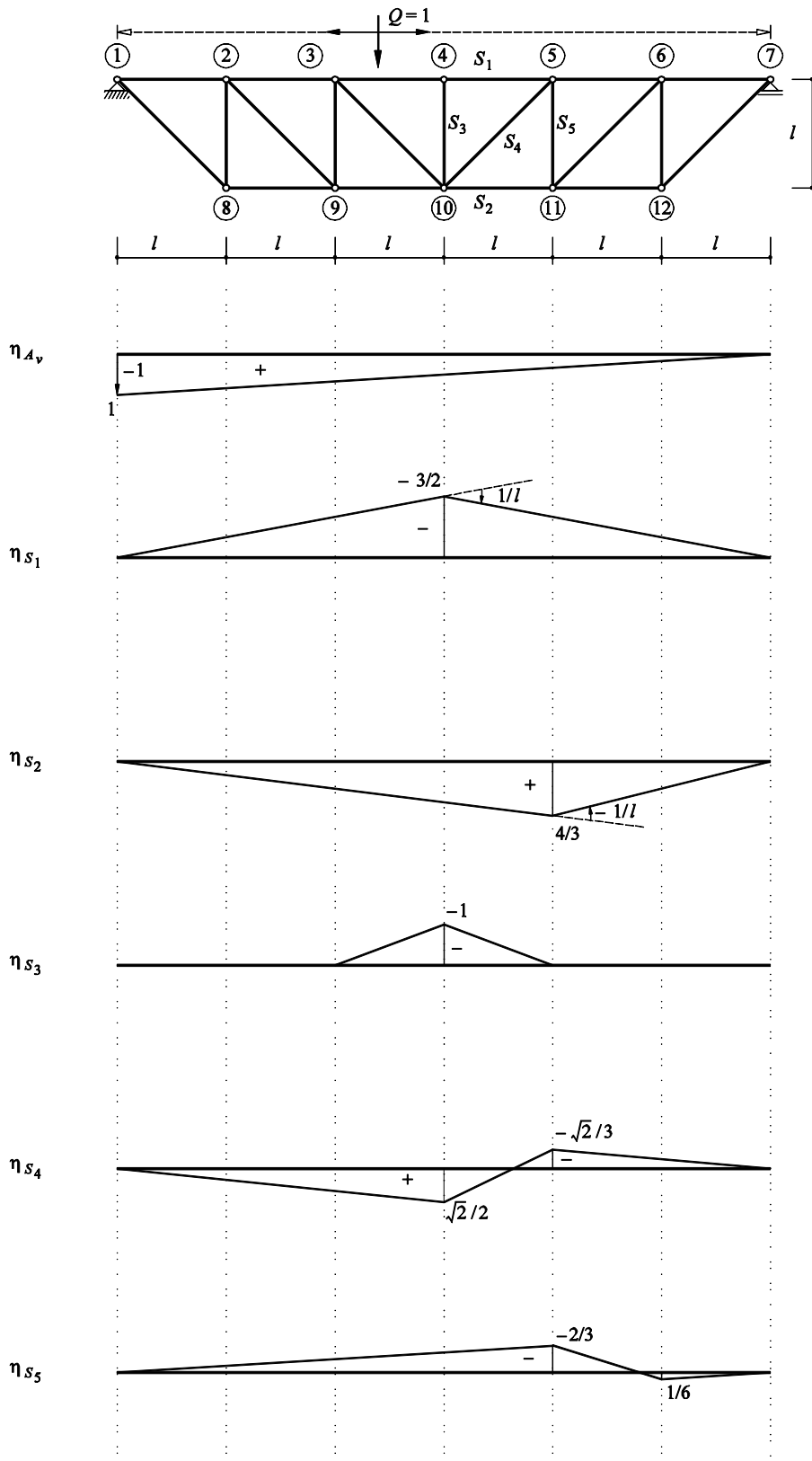
Einflusslinie für die Stabkraft S_5 :

$S_5: \quad S_5 = V_0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\eta_{S_5} = \eta_{V_0}} \quad (\text{Zug infolge } V_0^{(+)})$

$\eta_{S_5} = \eta_{V_0}:$



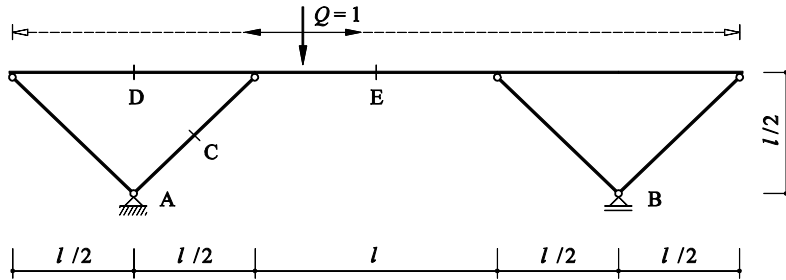
c) Zusammenstellung:



Aufgabe 3, Lösung

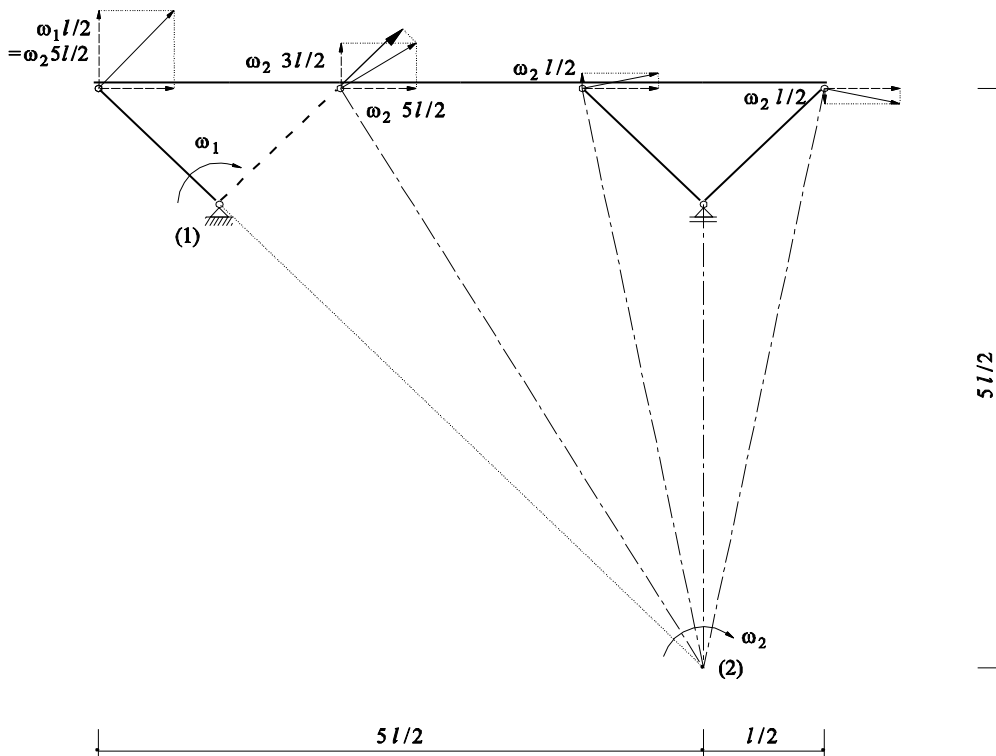
Gegeben: System

Gesucht: Einflusslinien $\eta_{N_C}, \eta_{N_D}, \eta_{M_D}, \eta_{V_D}$ und η_{M_E}



a) Anwendung der Methode Land (kinematische Methode)

Einflusslinie für die Normalkraft N in C :



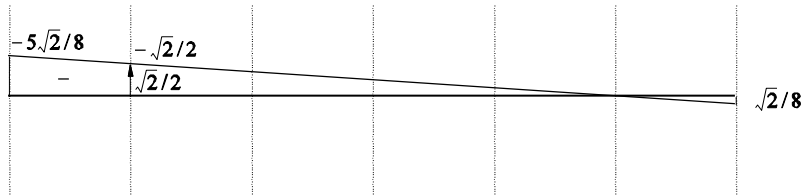
$$\omega_1 \frac{l}{2} = \omega_2 \cdot \frac{5l}{2} \quad \rightarrow \quad \omega_1 = 5\omega_2$$

$$\boxed{\frac{5\omega_2 l}{2\sqrt{2}} + \frac{3\omega_2 l}{2\sqrt{2}} = 1} \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{\omega_2 = \frac{2\sqrt{2}}{8l}}}$$

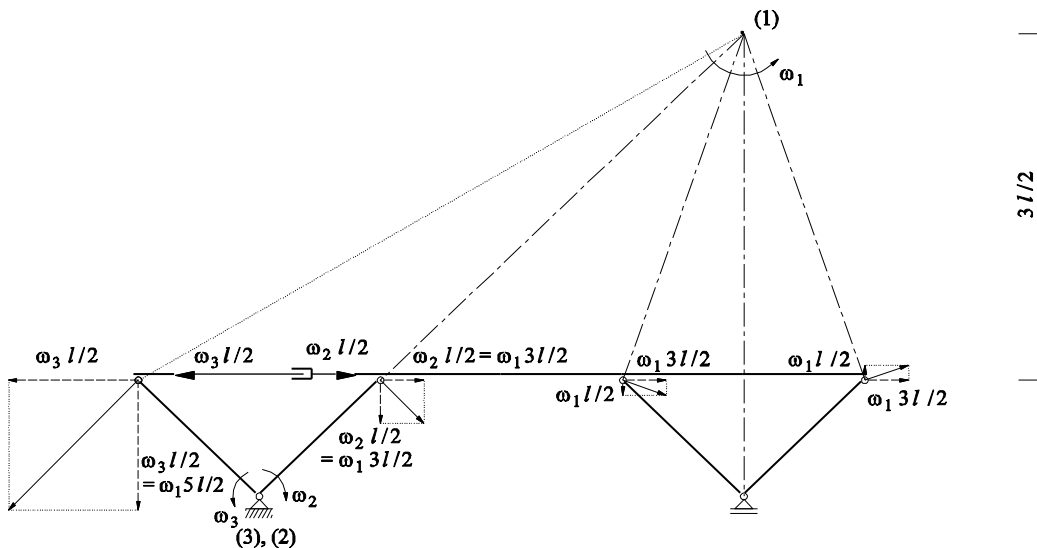
Werte für die Einflusslinie: $\omega_2 \cdot \frac{5l}{2} = \underline{\underline{\frac{5\sqrt{2}}{8}}}$

$$\omega_2 \cdot \frac{l}{2} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{2}}{8}}}$$

η_{N_C} :



Einflusslinie für die Normalkraft N in D



$$\omega_2 \cdot \frac{l}{2} = \omega_1 \cdot \frac{3l}{2} \quad \rightarrow \quad \omega_2 = 3\omega_1$$

$$\omega_3 \cdot \frac{l}{2} = \omega_1 \cdot \frac{5l}{2} \quad \rightarrow \quad \omega_3 = 5\omega_1$$

Merke: Gleiche Neigung des Trägers auf ganzer Länge

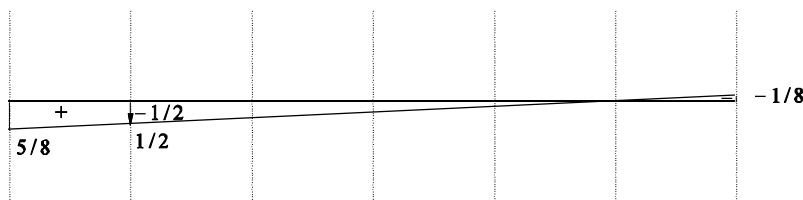
$$\boxed{\omega_3 \cdot \frac{l}{2} + \omega_2 \cdot \frac{l}{2} = 1}$$

$$5\omega_1 \cdot \frac{l}{2} + 3\omega_1 \cdot \frac{l}{2} = 1 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{\omega_1 = \frac{1}{4l}}}$$

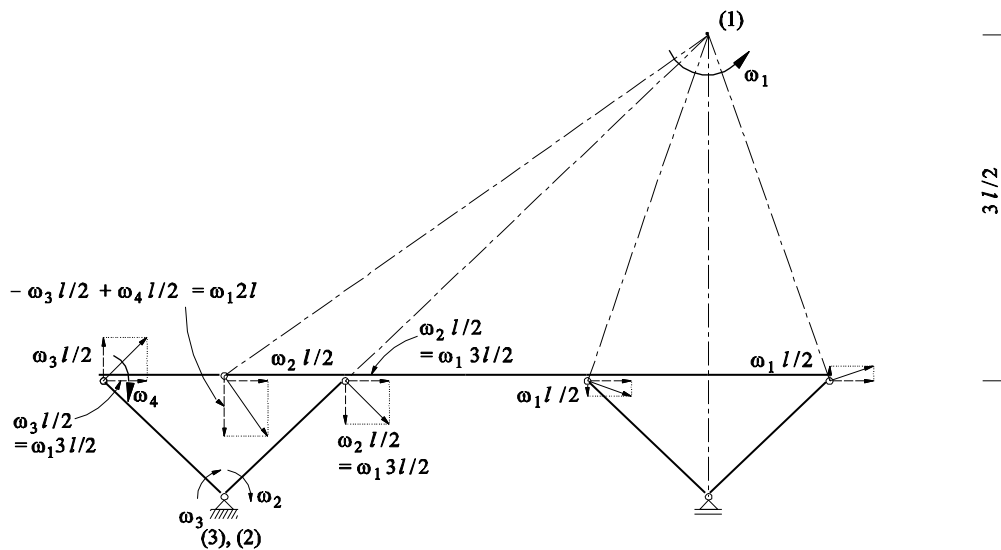
Werte für die Einflusslinie: $\omega_3 \cdot \frac{l}{2} = \omega_1 \cdot \frac{5l}{2} = \underline{\underline{\frac{5}{8}}}$

$$\omega_1 \cdot \frac{l}{2} = \underline{\underline{\frac{1}{8}}}$$

η_{N_D} :



Einflusslinie für das Moment M in D



$$\omega_2 \cdot \frac{l}{2} = \omega_1 \cdot \frac{3l}{2} \quad \rightarrow \quad \omega_2 = 3\omega_1$$

$$\omega_3 \cdot \frac{l}{2} = \omega_1 \cdot \frac{3l}{2} \quad \rightarrow \quad \omega_3 = 3\omega_1 = \omega_2$$

$$-\omega_3 \cdot \frac{l}{2} + \omega_4 \cdot \frac{l}{2} = \omega_1 \cdot 2l \quad \rightarrow \quad \omega_4 = 7\omega_1 \quad (\text{Die Lage des Momentanzentrums 4 ist unwichtig})$$

$$\boxed{\omega_4 + \omega_1 = 1}$$

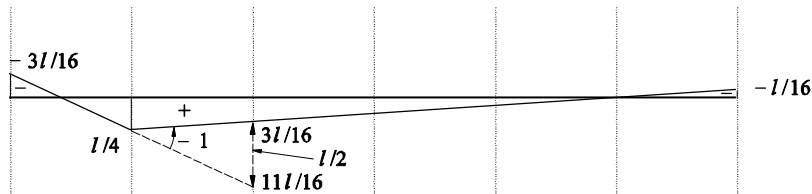
$$7\omega_1 + \omega_1 = 1 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{\omega_1 = \frac{1}{8}}}$$

Werte für die Einflusslinie: $\omega_3 \cdot \frac{l}{2} = 3\omega_1 \cdot \frac{l}{2} = \underline{\underline{\frac{3l}{16}}}$

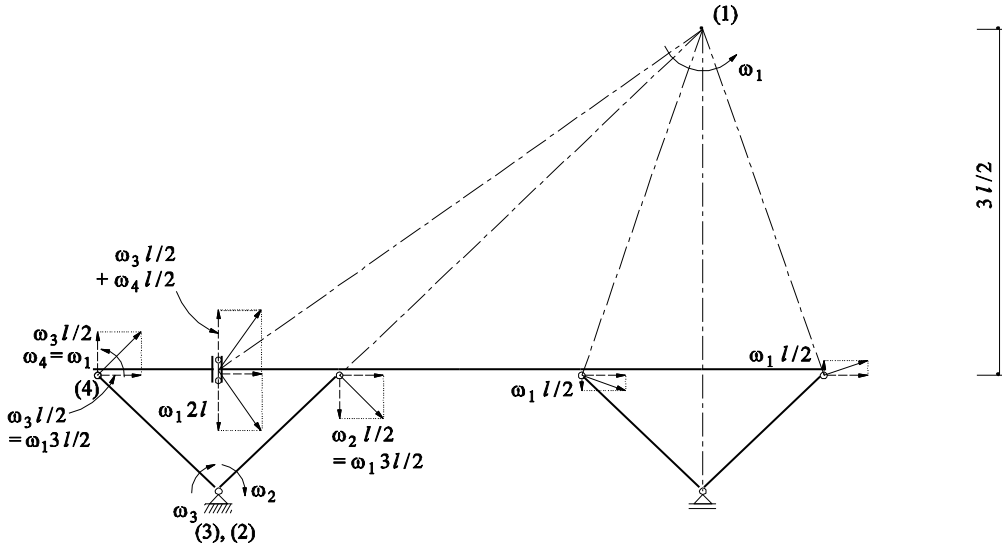
$$\omega_1 \cdot 2l = \underline{\underline{\frac{l}{4}}}$$

$$\omega_1 \cdot \frac{l}{2} = \underline{\underline{\frac{l}{16}}}$$

η_{M_D} :



Einflusslinie für die Querkraft V in D



$$\omega_2 \cdot \frac{l}{2} = \omega_1 \cdot \frac{3l}{2} \quad \rightarrow \quad \omega_2 = 3\omega_1$$

$$\omega_3 \cdot \frac{l}{2} = \omega_1 \cdot \frac{3l}{2} \quad \rightarrow \quad \omega_3 = 3\omega_1$$

$\omega_4 = \omega_1$ (Gleiche Neigung des Trägers auf ganzer Länge; die Lage des Momentanzentrums 4 ist unwichtig!)

$$\left(\omega_3 \cdot \frac{l}{2} + \omega_4 \cdot \frac{l}{2} \right) + \omega_1 \cdot 2l = 1$$

$$\left(3\omega_1 \cdot \frac{l}{2} + \omega_1 \cdot \frac{l}{2} \right) + \omega_1 \cdot 2l = 1 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{\omega_1 = \frac{1}{4l}}}$$

Werte für die Einflusslinie:

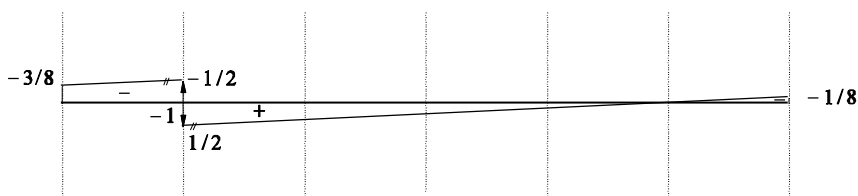
$$\omega_3 \cdot \frac{l}{2} = 3\omega_1 \cdot \frac{l}{2} = \underline{\underline{\frac{3}{8}}}$$

$$\left(\omega_3 \cdot \frac{l}{2} + \omega_1 \cdot \frac{l}{2} \right) = 4\omega_1 \cdot \frac{l}{2} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

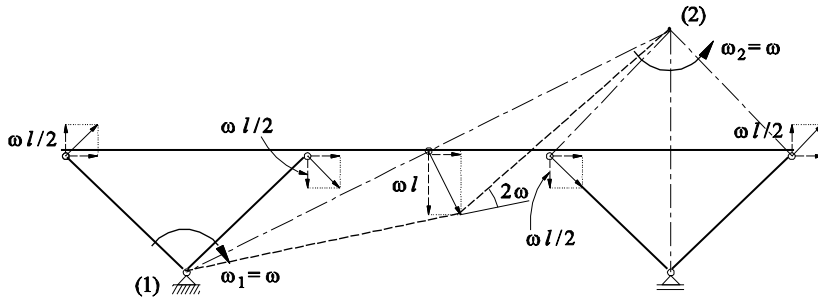
$$\omega_1 \cdot 2l = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

$$\omega_1 \cdot \frac{l}{2} = \underline{\underline{\frac{1}{8}}}$$

η_{V_D} :



Einflusslinie für das Moment M in E



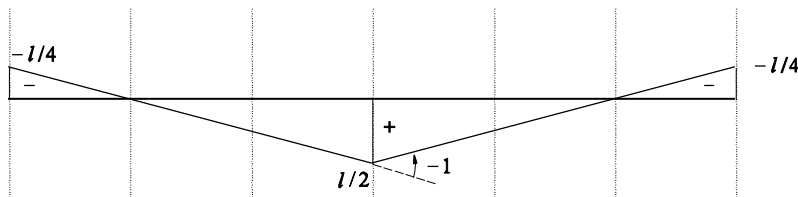
$$\boxed{2\omega = 1} \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{\omega = \frac{1}{2}}}$$

Werte für die Einflusslinie:

$$\omega l = \underline{\underline{\frac{l}{2}}}$$

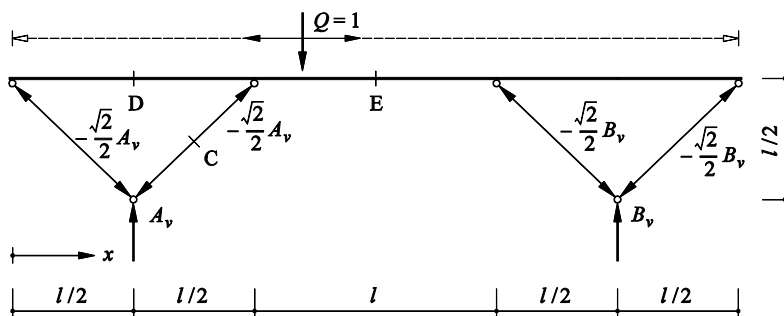
$$\omega \frac{l}{2} = \underline{\underline{\frac{l}{4}}}$$

η_{M_E} :

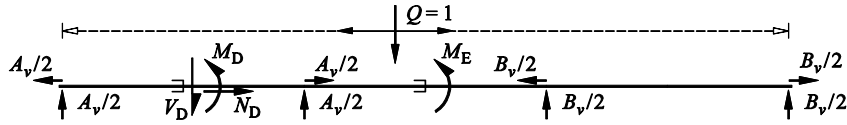


b) EL für Schnittgrößen durch Beziehung zu einer einfach ermittelbaren Einflusslinie

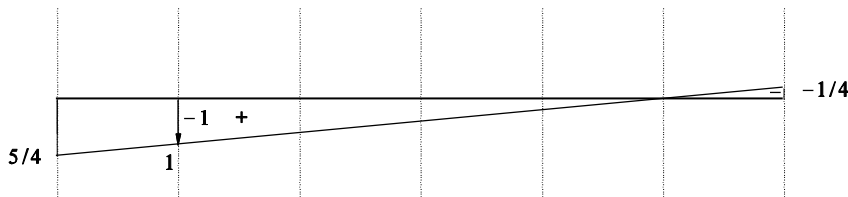
SKD:



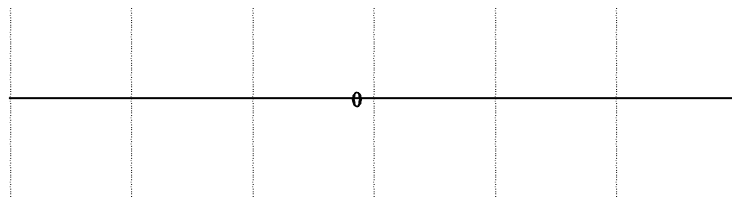
Ersatzsystem:



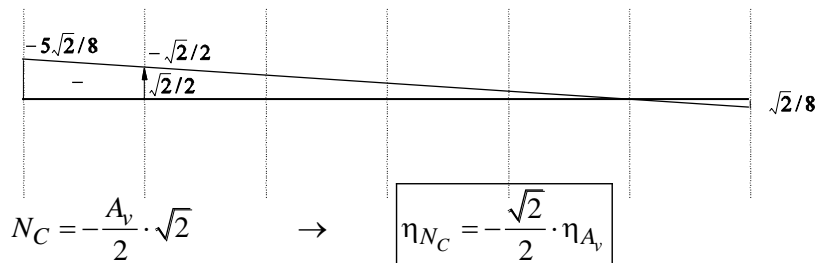
η_{A_v} :



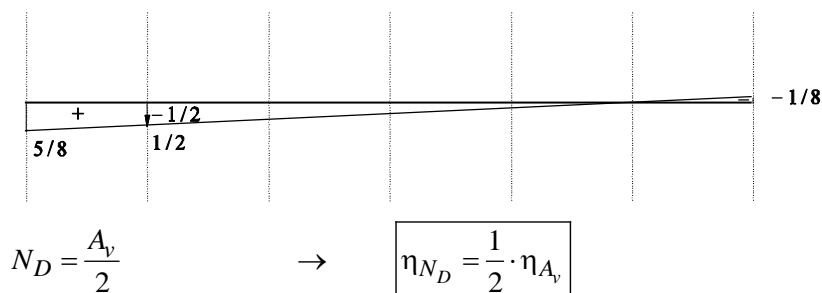
η_{A_h} :



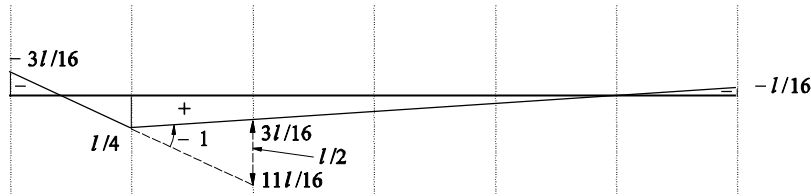
η_{N_C} :



η_{N_D} :



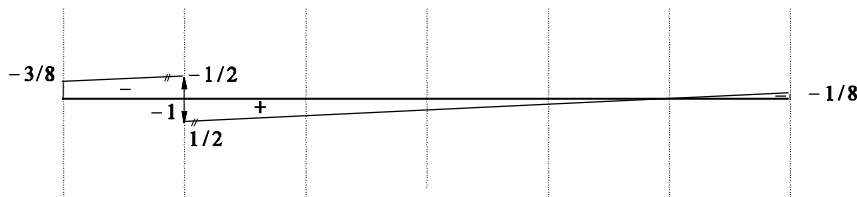
η_{M_D} :



$$Q = 1 \text{ rechts von D: } M_D = \frac{A_v}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{l}{4} \cdot A_v \quad \rightarrow \quad \boxed{\eta_{M_D} = \frac{l}{4} \cdot \eta_{A_v}}$$

$$Q = 1 \text{ links von D: } M_D = \frac{A_v}{2} \cdot \frac{l}{2} - 1 \cdot \left(\frac{l}{2} - x \right) \\ = \frac{l}{4} \cdot A_v - \left(\frac{l}{2} - x \right) \quad \rightarrow \quad \boxed{\eta_{M_D} = \frac{l}{4} \cdot \eta_{A_v} - \left(\frac{l}{2} - x \right)}$$

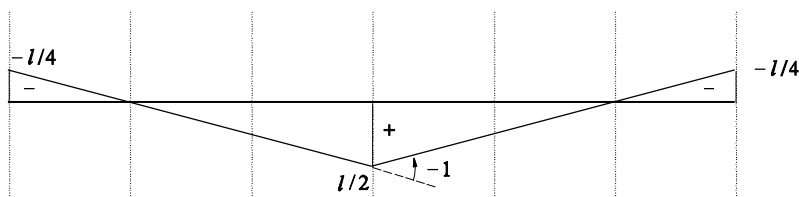
η_{V_D} :



$$Q = 1 \text{ rechts von D: } V_D = \frac{A_v}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{\eta_{V_D} = \frac{1}{2} \cdot \eta_{A_v}}$$

$$Q = 1 \text{ links von D: } V_D = \frac{A_v}{2} - 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\eta_{V_D} = \frac{1}{2} \cdot \eta_{A_v} - 1}$$

η_{M_E} :



$$Q = 1 \text{ rechts von E: } M_E = A_v \cdot l \quad \rightarrow \quad \boxed{\eta_{M_E} = l \cdot \eta_{A_v}}$$

$$Q = 1 \text{ links von E: } M_E = A_v \cdot l - 1 \cdot \left(\frac{3l}{2} - x \right) = l \cdot A_v - \left(\frac{3l}{2} - x \right) \\ \rightarrow \quad \boxed{\eta_{M_E} = l \cdot \eta_{A_v} - \left(\frac{3l}{2} - x \right)}$$

Symmetrie beachten !

c) Zusammenstellung

