

BAUSTATIK I – KOLLOQUIUM 3, Lösung

(101-0113)

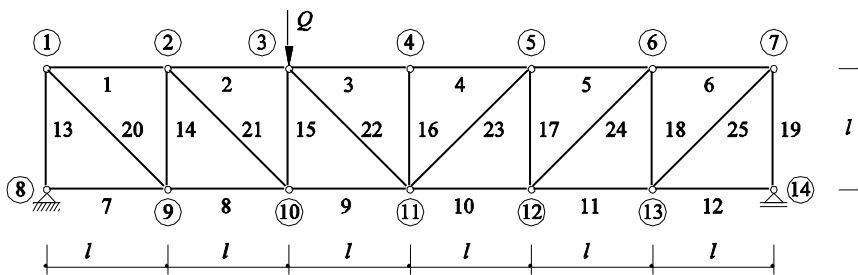
Thema: Fachwerke

Aufgabe 1, Lösung

Gegeben: Ideales Fachwerk

- Gesucht: a) Stabkräfte S_1 bis S_{25} infolge Q
 b) Stabkräfte qualitativ infolge H

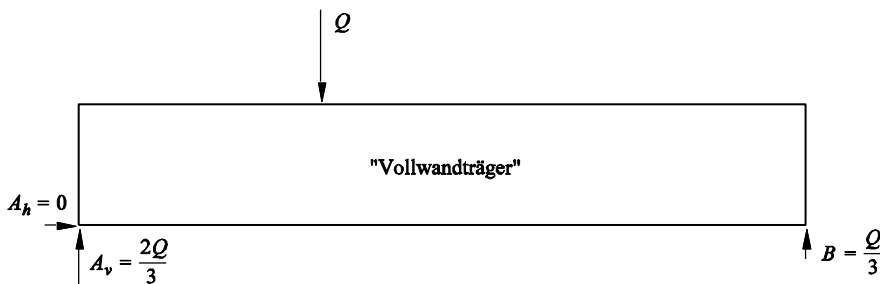
Aufgabe 1a): Stabkräfte S_1 bis S_{25} quantitativ infolge Q



- Abzählkriterium: - Anzahl Auflagerreaktionen $a = 3$
 - Anzahl Stäbe $s = 25$
 - Anzahl Knoten $k = 14$

$a + s = 2k \rightarrow 3 + 25 = 2 \cdot 14 \rightarrow$ System statisch bestimmt
 (kinematische Unverschieblichkeit sichergestellt)

SKD:



Gleichgewicht:

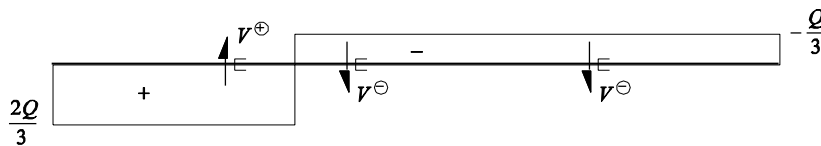
$$\sum F_v = 0 \rightarrow A_v + B - Q = 0$$

$$\sum F_h = 0 \rightarrow A_h = 0$$

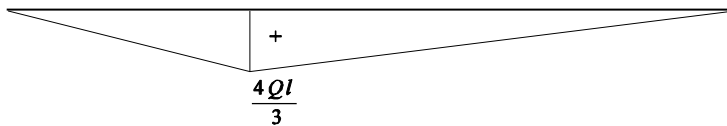
$$\sum M(A) = 0 \rightarrow B \cdot 6l - Q \cdot 2l = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} A_h = 0 \\ A_v = \frac{2Q}{3} \\ B = \frac{Q}{3} \end{cases}$$

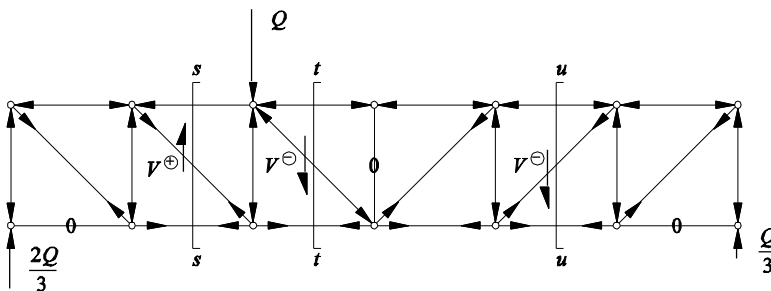
Querkraftlinie V_0 am Ersatzträger („Vollwandträger“):



Momentenlinie M_0 am Ersatzträger („Vollwandträger“):



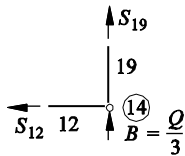
Lagerreaktionen und Stabkräfte (qualitativ) infolge Q :



Ermittlung der Stabkräfte quantitativ:

Knotengleichgewicht:

Knoten (B)=Knoten (14):

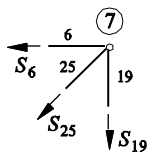


$$\sum F_v = 0 \rightarrow B + S_{19} = 0$$

$$\rightarrow S_{19} = -B = -\frac{Q}{3}$$

$$\sum F_h = 0 \rightarrow S_{12} = \underline{\underline{0}}$$

Knoten (7):



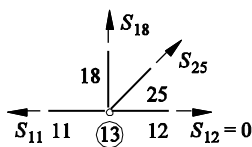
$$\sum F_v = 0 \rightarrow S_{19} + \frac{S_{25}}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\rightarrow S_{25} = -S_{19}\sqrt{2} = \frac{Q\sqrt{2}}{3}$$

$$\sum F_h = 0 \rightarrow S_6 + \frac{S_{25}}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\rightarrow S_6 = -\frac{S_{25}}{\sqrt{2}} = -\frac{Q}{3}$$

Knoten (13):



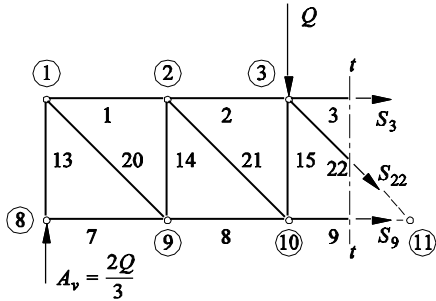
$$\sum F_v = 0 \rightarrow S_{18} + \frac{S_{25}}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\rightarrow S_{18} = -\frac{S_{25}}{\sqrt{2}} = -\frac{Q}{3}$$

$$\sum F_h = 0 \rightarrow S_{11} - \frac{S_{25}}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\rightarrow S_{11} = \frac{S_{25}}{\sqrt{2}} = \frac{Q}{3}$$

Schnittverfahren von A. Ritter und Gleichgewicht am Schnittkörper (Schnitt $t-t$):



$$S_3: \quad \sum M_{(11)} = 0$$

$$S_3 \cdot l - Q \cdot l + \frac{2Q}{3} \cdot 3l = 0$$

$$\rightarrow S_3 = \underline{\underline{-Q}}$$

$$S_9: \quad \sum M_{(3)} = 0$$

$$S_9 \cdot l - \frac{2Q}{3} \cdot 2l = 0$$

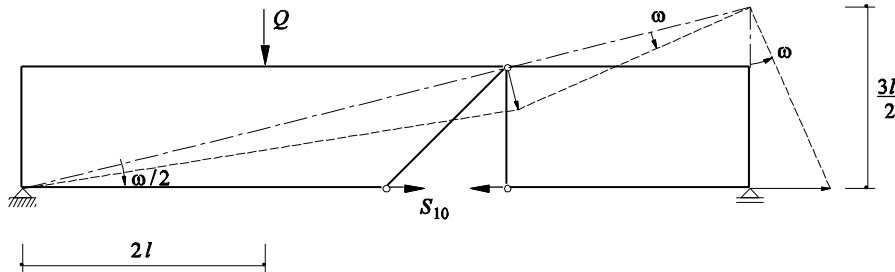
$$\rightarrow S_9 = \underline{\underline{\frac{4Q}{3}}}$$

$$S_{22}: \quad \sum F_v = 0$$

$$\frac{S_{22}}{\sqrt{2}} + Q - \frac{2Q}{3} = 0$$

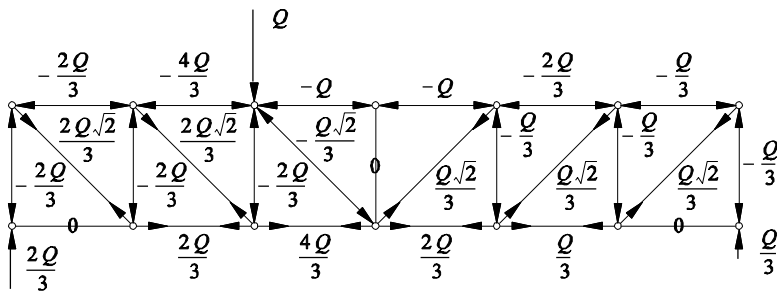
$$\rightarrow S_{22} = \underline{\underline{-\frac{Q\sqrt{2}}{3}}}$$

Anwendung des PVV:

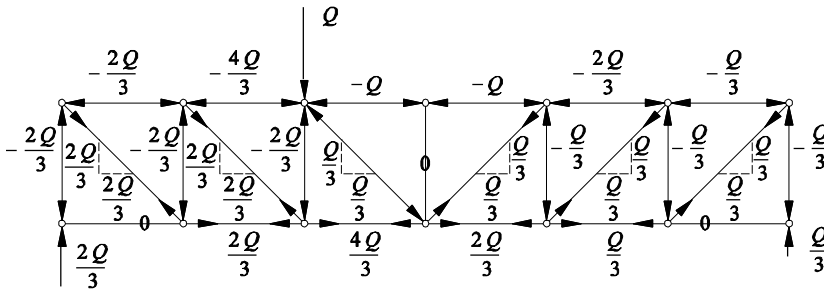


$$-S_{10} \cdot \omega \cdot \frac{3l}{2} + Q \cdot \frac{\omega}{2} \cdot 2l = 0 \rightarrow S_{10} = \underline{\underline{\frac{2Q}{3}}}$$

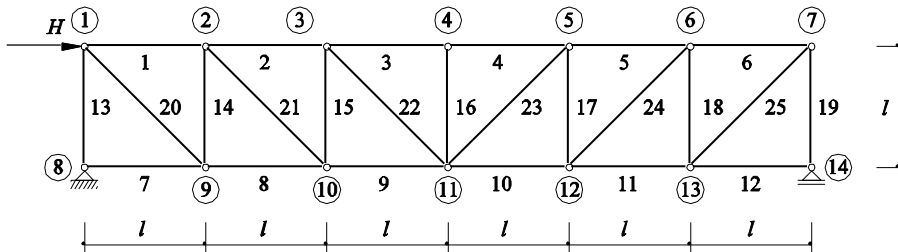
Endgültige Stabkräfte:



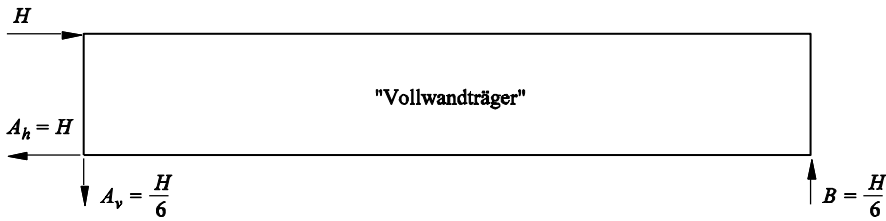
Schräge Stäbe mit Komponenten dargestellt:



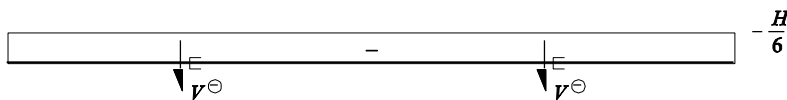
Aufgabe 1b): Stabkräfte qualitativ infolge H



SKD:



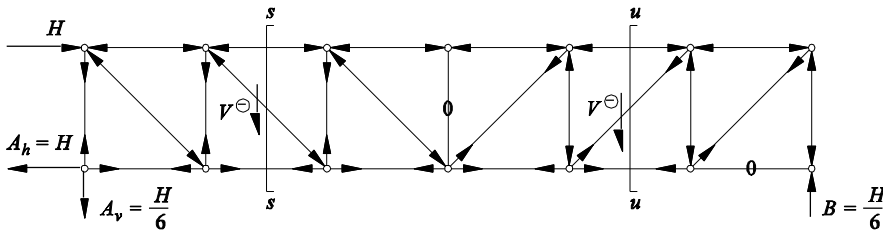
Querkraftlinie V_0 :



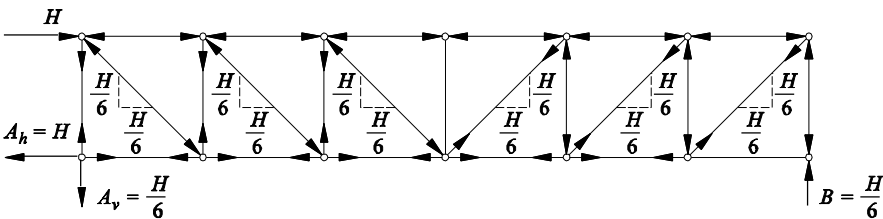
Momentenlinie M_0 :



Lagerreaktionen und Stabkräfte infolge H (qualitativ):



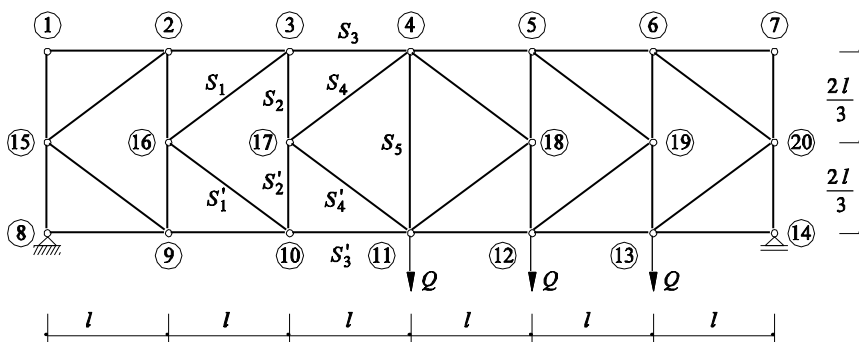
Schräge Stäbe mit Komponenten dargestellt:



Aufgabe 2, Lösung

Gegeben: Ideales Fachwerk

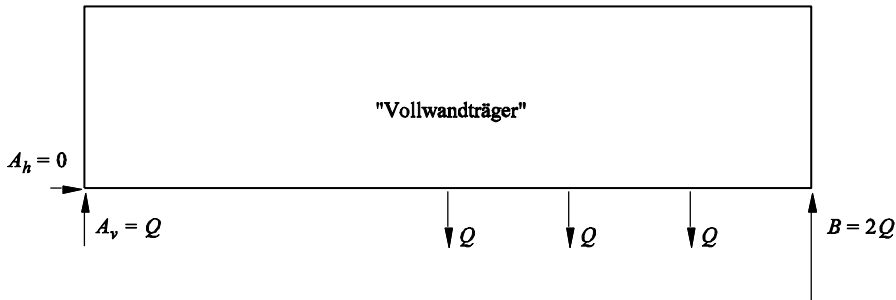
Gesucht: Tragverhalten und Stabkräfte S_1 bis S_5



- Abzählkriterium:
- Anzahl Auflagerreaktionen $a = 3$
 - Anzahl Stäbe $s = 37$
 - Anzahl Knoten $k = 20$

$a + s = 2k \rightarrow 3 + 37 = 2 \cdot 20$ System statisch bestimmt
(kinematische Unverschieblichkeit sichergestellt)

SKD:

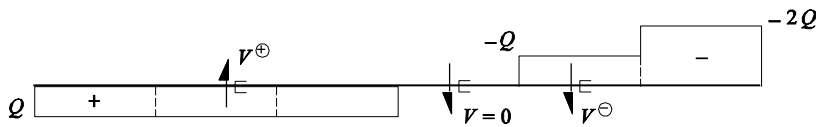


Gleichgewicht:

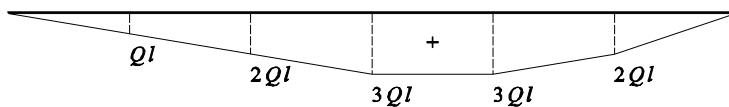
$$\begin{aligned} \sum F_v = 0 &\rightarrow A_v + B - 3Q = 0 \\ \sum F_h = 0 &\rightarrow A_h = 0 \\ \sum M(A) = 0 &\rightarrow B \cdot 6l - Q \cdot (3l + 4l + 5l) = 0 \end{aligned}$$

→
$$\begin{cases} A_h = 0 \\ A_v = Q \\ B = 2Q \end{cases}$$

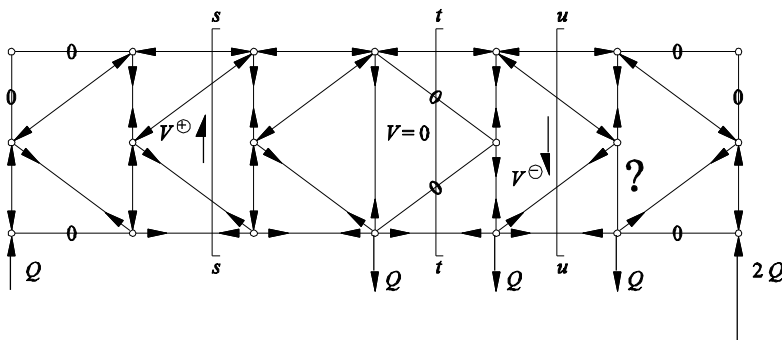
Querkraftlinie V_0 :



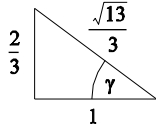
Momentenlinie M_0 :



Lagerreaktionen und Stabkräfte (qualitativ) infolge Q:

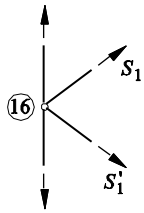


Geometrie des Fachwerks:



Knotengleichgewicht:

Knoten (16):

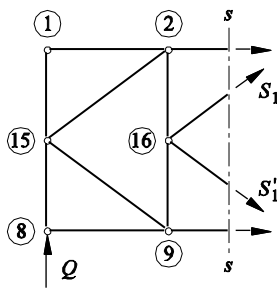


$$S_1: \quad \sum F_h = 0$$

$$S_1 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} + S_1' \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} = 0$$

$$\rightarrow S_1 = -S_1'$$

Gleichgewicht am Schnittkörper (Schnitt s - s):



$$S_1: \quad \sum F_v = 0$$

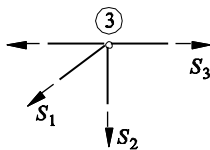
$$Q + S_1 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} - S_1' \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = 0$$

$$S_1 = -S_1' \rightarrow 2S_1 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = -Q$$

$$\rightarrow S_1 = -S_1' = \underline{\underline{-\frac{Q\sqrt{13}}{4}}}$$

Knotengleichgewicht:

Knoten (3):

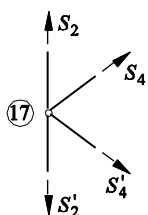


$$S_2: \quad \sum F_v = 0$$

$$S_1 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} + S_2 = 0$$

$$\rightarrow S_2 = -S_1 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = -\left(-\frac{Q\sqrt{13}}{4}\right) \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = \underline{\underline{\frac{Q}{2}}}$$

Knoten (17):

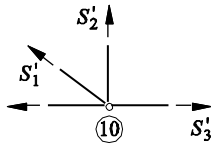


$$S_4: \quad \sum F_h = 0$$

$$S_4 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} + S_4' \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} = 0$$

$$\rightarrow S_4 = -S_4'$$

Knoten (10):

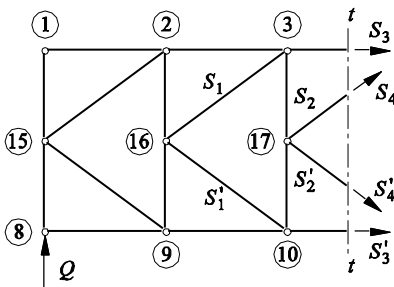


$$S'_2: \quad \sum F_v = 0$$

$$S'_1 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} + S'_2 = 0$$

$$\rightarrow S'_2 = -S'_1 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = -\frac{Q\sqrt{13}}{4} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = \underline{\underline{-\frac{Q}{2}}}$$

Gleichgewicht am Schnittkörper (Schnitt t - t):



$$S_4: \quad \sum F_v = 0$$

$$Q + S_4 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} - S'_4 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = 0$$

$$Q + (S_4 - S'_4) \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = 0$$

$$S_4 = -S'_4 \rightarrow 2S_4 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = -Q$$

$$\rightarrow S_4 = -S'_4 = \underline{\underline{-\frac{Q\sqrt{13}}{4}}}$$

$$S_3: \quad \sum F_h = 0$$

$$(S_4 + S'_4) \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} + S_3 + S'_3 = S_3 + S'_3 = 0$$

$$\rightarrow S_3 = -S'_3$$

$$\sum M_{(17)} = 0$$

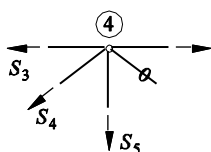
$$Q \cdot 2l + (S_3 - S'_3) \cdot \frac{2l}{3} = 0$$

$$\rightarrow Q \cdot 2l + 2S_3 \cdot \frac{2l}{3} = 0$$

$$\rightarrow S_3 = -S'_3 = \underline{\underline{\frac{3Q}{2}}}$$

Knotengleichgewicht:

Knoten (4):

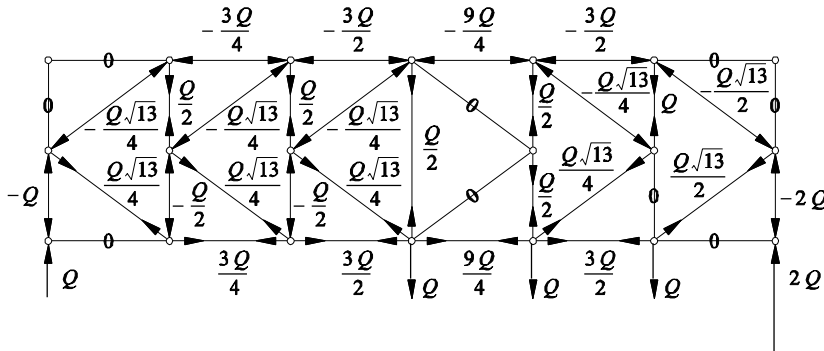


$$S_5: \quad \sum F_v = 0$$

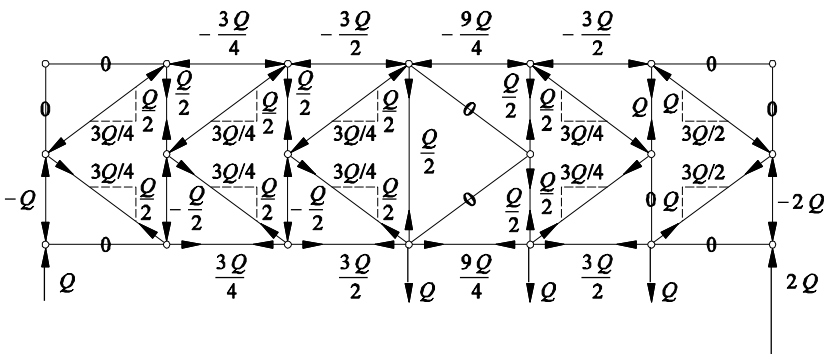
$$S_4 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} + S_5 = 0$$

$$\rightarrow S_5 = -S_4 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{Q\sqrt{13}}{4} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = \underline{\underline{\frac{Q}{2}}}$$

Endgültige Stabkräfte:

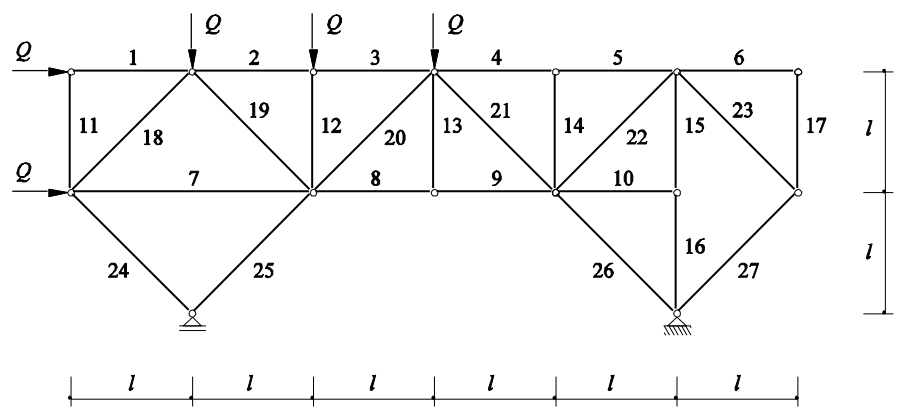


Schräge Stäbe mit Komponenten dargestellt:

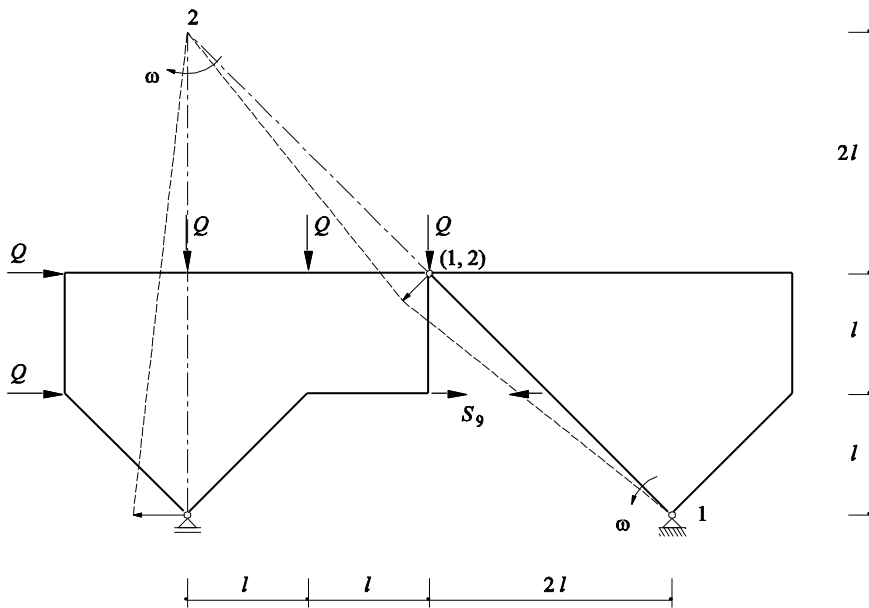


Aufgabe 3, Lösung

Gegeben: Ideales Fachwerk
 Gesucht: Stabkraft S_9 infolge Q mit dem PVV berechnet



Ermittlung von S_9 mit dem PVV:



$$S_9 \cdot (-\omega \cdot 3l + \omega \cdot l) + Q \cdot (-\omega \cdot 3l - \omega \cdot 2l + \omega \cdot l + \omega \cdot 2l) = 0$$

$$S_9 \cdot \omega \cdot 2l + Q \cdot \omega \cdot 2l = 0$$

$$\rightarrow S_9 = \underline{\underline{-Q}}$$