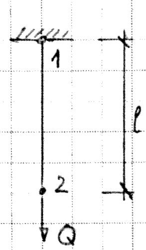
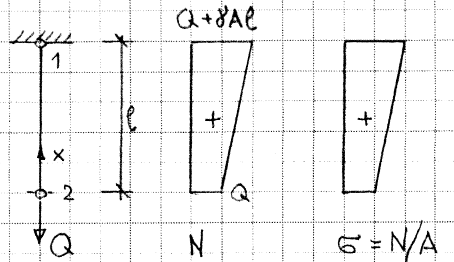
Problemstellung



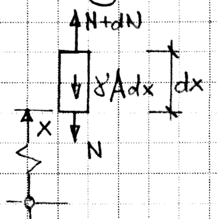
Bei 1 verankertes, bei 2 mit Q belastetes Seil

Q	Nutzlast
ℓ	Länge
A	Querschnittsfläche
γ	spezifisches Gewicht
f	Zugfestigkeit
N	Normalkraft
σ	Normalspannung

A = const



Gleichgewicht am differentiellen Seilelement:



$$dN - \gamma A\,dx = 0$$

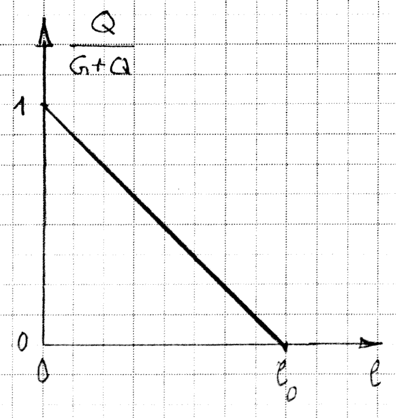
$$\rightarrow N = \gamma A x + c$$

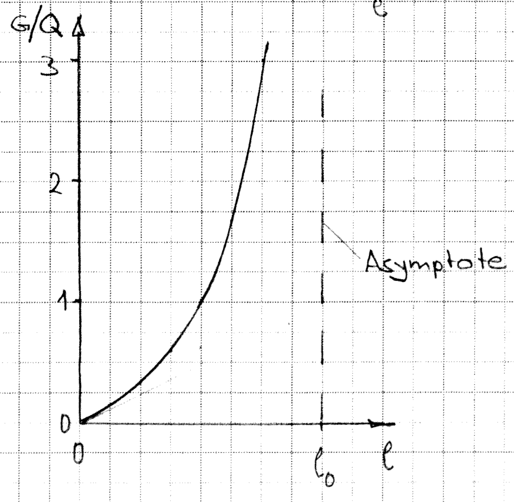
$$N(0) = Q \rightarrow \underline{N = Q + \gamma A x}$$

$$\underline{\sigma(\ell) = f} \rightarrow Q + \underbrace{\gamma A \ell}_{G = \text{Eigenlast}} = Af \rightarrow \frac{Q}{G+Q} = \frac{Q}{Af} = 1 - \frac{\gamma\ell}{f} = 1 - \frac{\ell}{\ell_0}$$

$\ell_0 = f/\gamma$ = Reisslänge

$$\frac{G}{Q} = \frac{G}{Af - G} = \frac{1}{\frac{\ell_0}{\ell} - 1} = \frac{\ell/\ell_0}{1 - \ell/\ell_0}$$

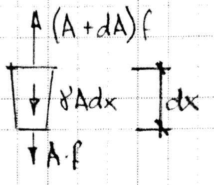




Feststellungen:
- Für $\ell \rightarrow \ell_0$ wächst G bei gegebenem $Q > 0$ über alle Grenzen.
- Die Reisslänge ℓ_0 des Seils unter $Q = 0$ kann mit A = const und $Q > 0$ nicht erreicht werden.
- Da die Kosten näherungsweise zu G proportional sind, wird die Konstruktion für $\ell \rightarrow \ell_0$ immer unwirtschaftlicher:

  Kosten pro Einheitslänge und gegebenem Q proportional zu $(\ell_0 - \ell)^{-1}$.
- Die Festigkeit f wird nur bei der Verankerung 1 ausgenutzt.

$A = A(x)$, optimal gewählt

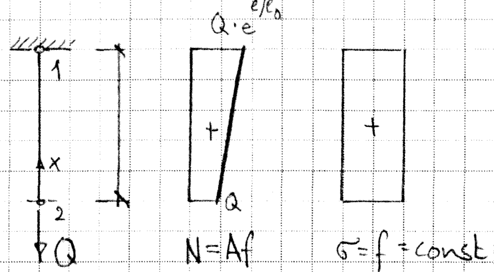


Annahme $\sigma(x) = f = \text{const}$

$$dA \cdot f - \gamma A dx = 0$$

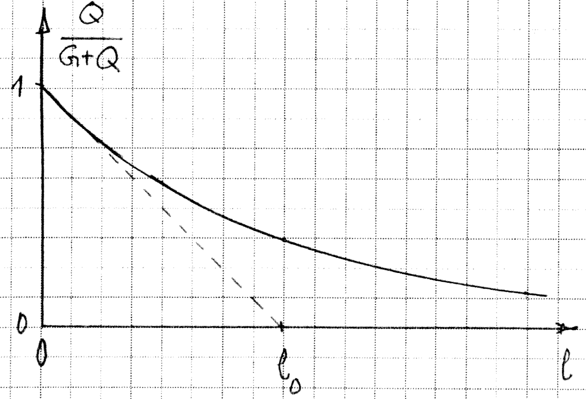
$$\rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{dx}{\ell_0} \quad \rightarrow A = c \cdot e^{x/\ell_0}$$

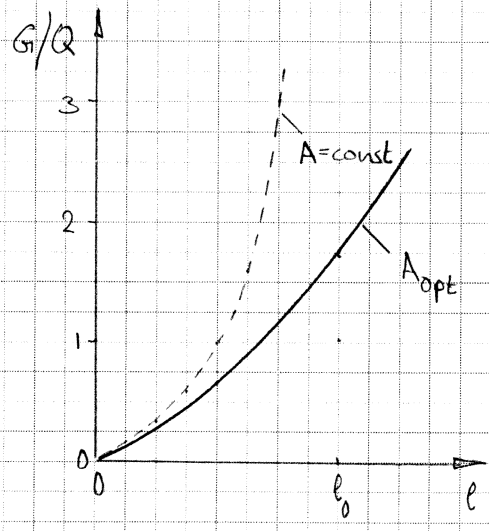
$$A(0) = \frac{Q}{f} \quad \rightarrow \underline{A = \frac{Q}{f} \cdot e^{x/\ell_0}}$$



$$G = \int_0^\ell \gamma A dx = \frac{\gamma Q}{f} \cdot \ell_0 \cdot e^{x/\ell_0}\Big|_0^\ell = \underline{Q \cdot (e^{\ell/\ell_0} - 1)}$$

$$\frac{Q}{G+Q} = e^{-\ell/\ell_0} \quad \text{und} \quad \frac{G}{Q} = e^{\ell/\ell_0} - 1$$





Feststellungen:
- Dank der optimierten Querschnittsvariation (f überall ausgenutzt) kann ℓ_0 theoretisch für $Q>0$ überschritten werden.
- Die Konstruktion ist wirtschaftlicher als jene mit $A=\text{const}$.

Bemerkung zur Reisslänge ℓ_0:

z.B. Stahl $\left.\begin{array}{l}\gamma = 78.5 \text{ kNm}^{-3} \\ f = 500 \text{ N/mm}^2\end{array}\right\} \ell_0 = \frac{f}{\gamma} = 6369 \text{ m}$