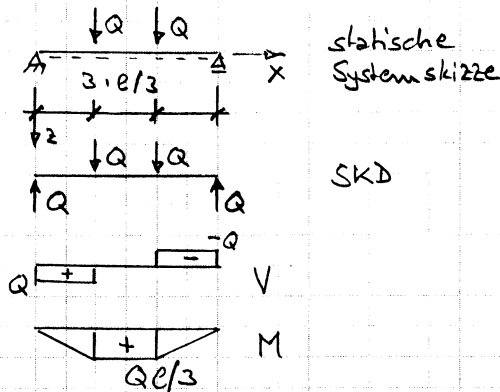


Statische Methode



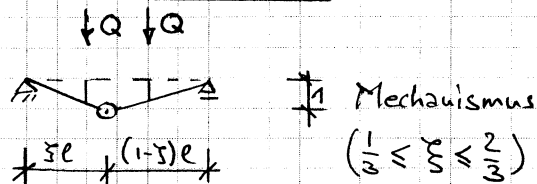
$$M_{max} = Q_3 e/3 = M_u \rightarrow \underline{Q_3 = 3M_u / e}$$

unterer (statischer) Grenzwertsatz: $\underline{Q_3 \leq Q_u}$

Mechanismuskontrolle: gibt es einen mit dem betrachteten Kräftezustand verträglichen Mechanismus?

→ Ja, siehe unten, Bedingung $\frac{1}{3} \leq \xi \leq \frac{2}{3}$

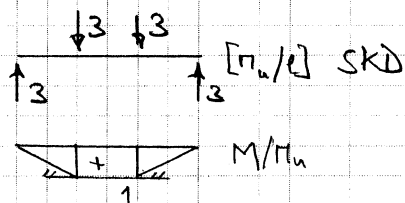
Kinematische Methode



Arbeitsgleichung $W = D$:

$$\left. \begin{aligned} W &= Q_k \left(\frac{1}{3\xi} + \frac{1}{3(1-\xi)} \right) \\ D &= M_u \cdot \left(\frac{1}{\xi e} + \frac{1}{(1-\xi)e} \right) \end{aligned} \right\} \underline{Q_k = 3M_u / e}$$

oberer (kinematischer) Grenzwertsatz: $\underline{Q_k \geq Q_u}$



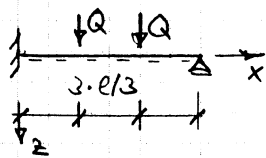
Plastizitätskontrolle: gibt es einen mit dem betrachteten Mechanismus verträglichen Kräftezustand, der die Fließbedingungen nirgends verletzt?

→ Ja, siehe nebenstehende Figuren!

Traglast

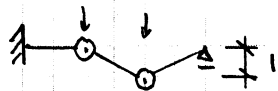
- Eingabelung von $Q_u \dots Q_3 \leq Q_u \leq Q_k$
- statische Methode mit Mechanismuskontrolle $\dots Q_3 \rightarrow Q_u$
- kinematische " " Plastizitäts " $\dots Q_k \rightarrow Q_u$

Über alle drei Wege gelangt man zu $\underline{Q_u = 3M_u / e}$.



statische Systemskizze

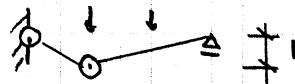
Fließbedingung $|M| \leq M_u$



$$W = Q_k \cdot l$$

$$D = M_u \left(\frac{3}{e} + 2 \cdot \frac{3}{e} \right)$$

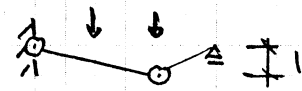
$$Q_k = 9 M_u / l$$



$$W = Q_k \cdot \left(l + \frac{l}{2} \right)$$

$$D = M_u \left(\frac{3}{e} \cdot 2 + \frac{3}{2e} \right)$$

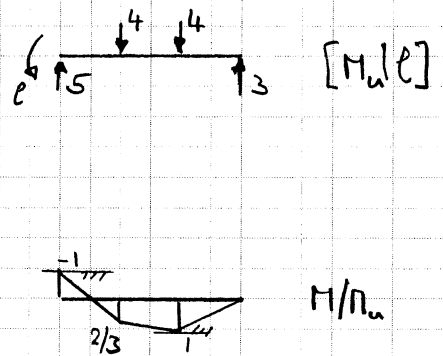
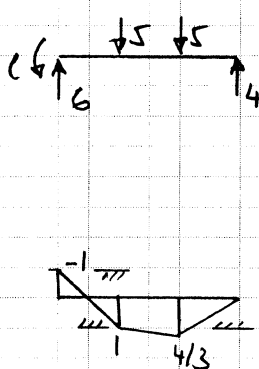
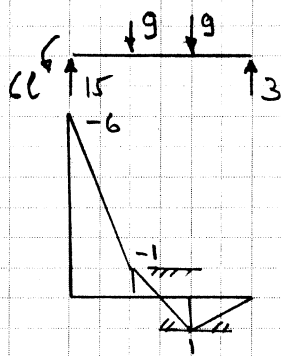
$$Q_k = 5 M_u / l$$



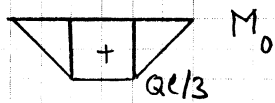
$$W = Q_k \cdot \left(\frac{l}{2} + l \right)$$

$$D = M_u \left(\frac{3}{2e} \cdot 2 + \frac{3}{e} \right)$$

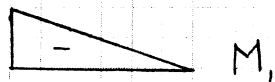
$$Q_k = 4 M_u / l$$



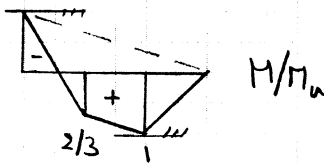
statische Methode in diesem Fall viel einfacher:



M_0



M_1



M/M_u

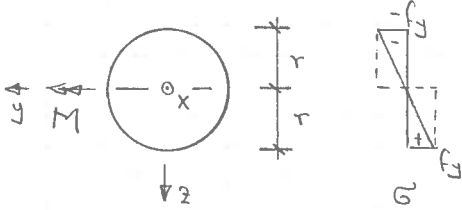
Optimale Superposition von M_0 und M_1 (vgl. Kraftmethode), so, dass Fließbedingung nirgends verletzt wird.

$$Q_k \cdot \frac{l}{3} = M_u \left(1 + \frac{1}{3} \right) \rightarrow Q_k = 4 M_u / l$$



verträglicher Mechanismus, Mechanismus = Kontrolle erfüllt \rightarrow Traglast $Q_k = 4 M_u / l$

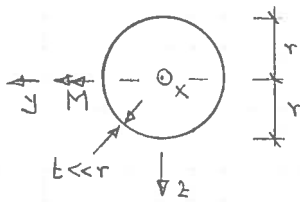
Kreis- und Kreisringquerschnitte



elastisch: $I = \frac{\pi r^4}{4}$, $W = \frac{\pi r^3}{4}$, $M_y = W f_y$

plastisch: $Z = \frac{4r^3}{3}$, $M_u = Z f_y$

Formfaktor $f = Z/W = \frac{16}{3\pi} \approx 1.7$

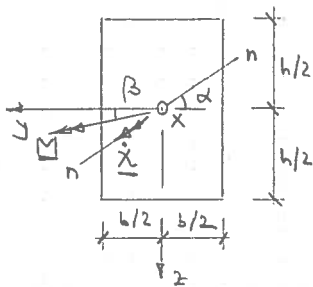


elastisch: $I = \pi r^3 t$, $W = \pi r^2 t$, $M_y = W f_y$

plastisch: $Z = 4r^2 t$, $M_u = Z f_y$

Formfaktor $f = Z/W = 4/\pi \approx 1.27$

Rechteckquerschnitte



Schiefe Biegung, Neutralachse n-n

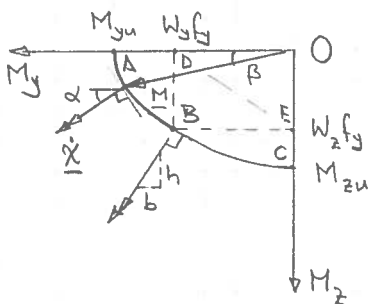
Annahme $\tan \alpha \leq h/b \rightarrow M_y = M_{yu} - \frac{b^3 f_y \tan^2 \alpha}{12}$

$M_z = \frac{b^3 f_y \tan \alpha}{6}$

$M_{yu} = b h^2 f_y / 4 = Z_y f_y$

Elimination von $\alpha \rightarrow \frac{M_y}{M_{yu}} + \frac{3}{4} \left(\frac{M_z}{M_{zu}} \right)^2 = 1 \dots$ Ellipse AB

$M_{zu} = h b^2 f_y / 4 = Z_z f_y$



analog $\frac{M_z}{M_{zu}} + \frac{3}{4} \left(\frac{M_y}{M_{yu}} \right)^2 = 1 \dots$ Ellipse BC

Momentenvektor \underline{M} unter β zur y-Achse geneigt

Krümmungsvektor $\underline{\chi}$ unter α zur y-Achse geneigt

Formfaktoren: A ... $Z_y/W_y = 1.5$ $W_y = b h^2 / 6$

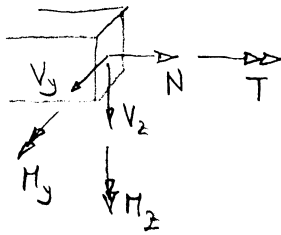
B ... $Z/W = 2$

C ... $Z_z/W_z = 1.5$ $W_z = h b^2 / 6$

N.B. Im Interaktionsdiagramm wird der plastische Widerstand durch die mit den elliptischen Segmenten AB und BC beschriebene Fließgrenze begrenzt. Die Fließgrenze des elastischen Querschnitts ist durch die Gerade DE gegeben (Fließbeginn).

Schnittgrößen - Interaktion

siehe 'Baustatik' 21.4

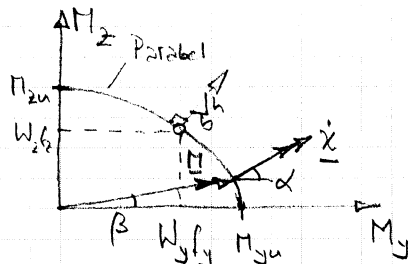
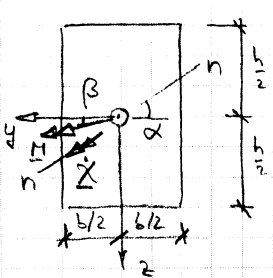


Im allgemeinen ist die Interaktion der Schnittgrößen zu berücksichtigen, z.B. Einfluss von M_2 , N und T auf M_y .

In der Regel erfordert dies ein iteratives Vorgehen mit zuerst angenäherten und dann schrittweise verbesserten Schnittgrößen.

Mit dem Querflächenträgheitsmoment I_y und I_z gibt es keine echte Interaktion am Querschnitt \rightarrow stets auch benachbarte Querschnitte betrachten!

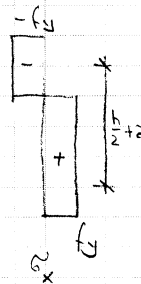
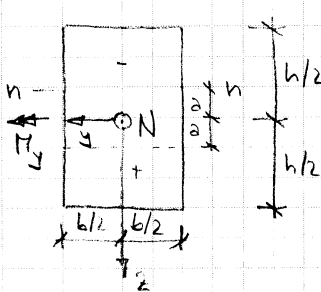
Schiefe Biegung des Rechteckquerschnitts:



$$M_{yu} = \frac{bh^2}{4} f_y, \quad M_{zu} = \frac{hb^2}{4} f_y$$

$$W_y = \frac{bh^2}{6}, \quad W_z = \frac{hb^2}{6}$$

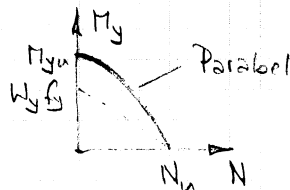
Spezielle Biegung und Normalkraft am Rechteckquerschnitt:



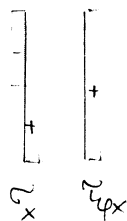
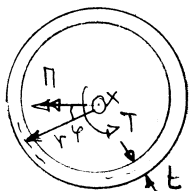
$$N = 2abf_y$$

$$M_y = \left(\frac{b}{2} - a\right)bf_y \left(h - \left(\frac{b}{2} - a\right)\right) = \left(\frac{b^2}{4} - a^2\right)bf_y$$

$$M_y = M_{yu} - a^2bf_y = N_{yu} - \frac{N^2}{4bf_y} \Rightarrow \frac{M_y}{N_{yu}} + \left(\frac{N}{N_u}\right)^2 = 1$$



Biegung und Torsion am Kreisrohrquerschnitt (Radius r bis Profil-Mittellinie):

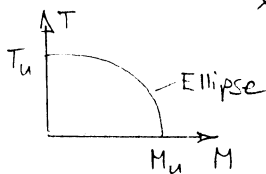


$$v. \text{Mises } \sigma_x^2 + 3\tau_{\phi x}^2 = f_y^2$$

$$T_u = 2 \cdot A_0 \cdot \tau_{\phi x} t = 2r^2 \pi \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} \cdot t, \quad T = 2r^2 \pi \cdot t \cdot \tau_{\phi x}$$

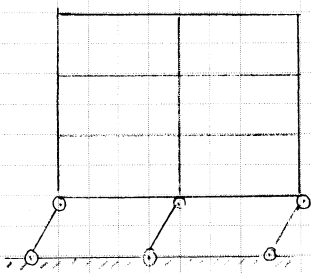
$$M_u = 4 \int_0^{\pi/2} t f_y r^2 \sin^2 \varphi d\varphi = 4r^2 t f_y, \quad M = 4r^2 t \cdot \sigma_x$$

$$\Rightarrow \left(\frac{M}{M_u}\right)^2 + \left(\frac{T}{T_u}\right)^2 = 1$$



Kapazitätsbemessung

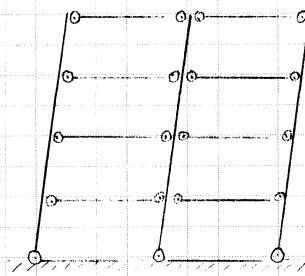
Definition (SIA 260): Methode der Erdbebenebemessung mit geeignet festgelegten und ausreichend duktil ausgebildeten plastischen Verformungsbereichen sowie übrigen Tragwerksbereichen, die zur Sicherstellung eines elastischen Verhaltens mit erhöhten Tragwiderständen versehen werden.



Weiches Geschoss mit plastischen Gelenken an Stützenden

→ vermeiden ▽

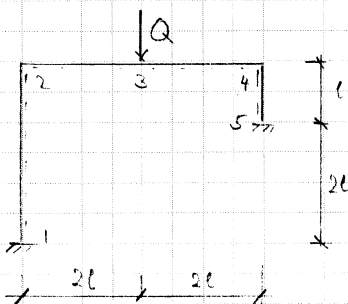
"soft storey effect"



Plastische Gelenke am Stützenfuß und an den Biegeenden, elastisches Verhalten der aufgehenden Stützen durch Überbemessung sichergestellt, Biegeenden geschwächt aber duktil ausgelegt.

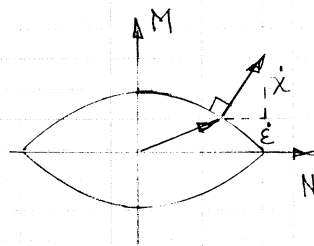
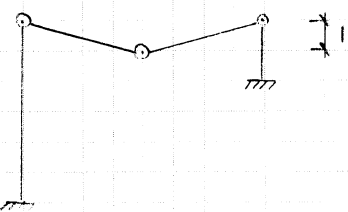
"strong column / weak beam concept"

Berücksichtigung der M-N-Interaktion



Im Beispiel mit angenommenen konstanten Biegesteifigkeiten ($\pm M_u$) bleibt M zwischen den angegebenen Extremlagen unbestimmt.

Berücksichtigung der M-N-Interaktion erfordert im allgemeinen ein iteratives Vorgehen. Von zunächst geschätzten Biegesteifigkeiten ausgehend, ergeben sich die Normalkräfte aus Gleichgewichtsüberlegungen an geeigneten Schnittkörpern, und damit können über die Interaktionsbeziehung verbesserte Biegesteifigkeiten angesetzt werden, etc.



Ferner ist zu beachten, dass ausser Krümmungen im allgemeinen auch Stabdehnungen auftreten.

In den plastischen Gelenken ergeben sich somit in der Regel nicht nur Verdünnungen, sondern auch Stabverlängerungen bzw. -verkürzungen.

Dies kann weitere plastische Gelenke erfordern, zum Beispiel im Punkt 1.

