

# PRÄAMBEL

## **Einleitung**

Dieses Skript wurde als Unterstützung für die Studierenden der Bau-, Umwelt- und Geomatikingenieurwissenschaften erstellt. Es bildet zusammen mit der Lehrveranstaltung und den Übungsstunden eine didaktische Einheit. Dem interessierten Leser steht mit diesem Skript eine Übersicht über den aktuellen Stand der anwendungsbezogenen Statistik zur Verfügung. In der einführenden Präambel sollen dem Leser die Ziele und der Aufbau der Lehrveranstaltung und des Skriptes nähergebracht werden.

Informationen über den Inhalt und die Organisation der Lehrveranstaltung sind verfügbar auf: <http://www.ibk.ethz.ch/fa/>.

## **Ziel dieses Skriptes**

Das Ziel dieses Skriptes ist es, dem interessierten Leser die grundlegenden Kenntnisse und Werkzeuge der Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie zu vermitteln. Der Schwerpunkt liegt auf der Anwendung dieser Kenntnisse und Werkzeuge, mit dem Ziel, die Entscheidungsfindung im Ingenieurwesen verbessern zu können.

Es wird vorausgesetzt, dass der Leser kein oder nur wenig Vorwissen auf dem Gebiet der Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie hat. Das Ziel dieses Skriptes ist es, dem Leser die benötigten theoretischen Grundlagen und die technischen Fähigkeiten im Themengebiet der Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie zu vermitteln. Der Fokus liegt darauf, wie die Theorie für die Modellerstellung und die Entscheidungsfindung im Ingenieurwesen angewendet werden kann.

Das Skript ist unterteilt in die folgenden sieben Module, welche jeweils aus einem oder mehreren Kapiteln bestehen:

Modul A - Entscheidungsfindung im Ingenieurwesen

Modul B - Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie

Modul C - Beschreibende Statistik

Modul D - Modellierung von Unsicherheiten

Modul E - Parameterschätzung und Modellerstellung

Modul F - Methoden der strukturellen Zuverlässigkeit

Modul G - Bayes'sche Entscheidungsanalyse

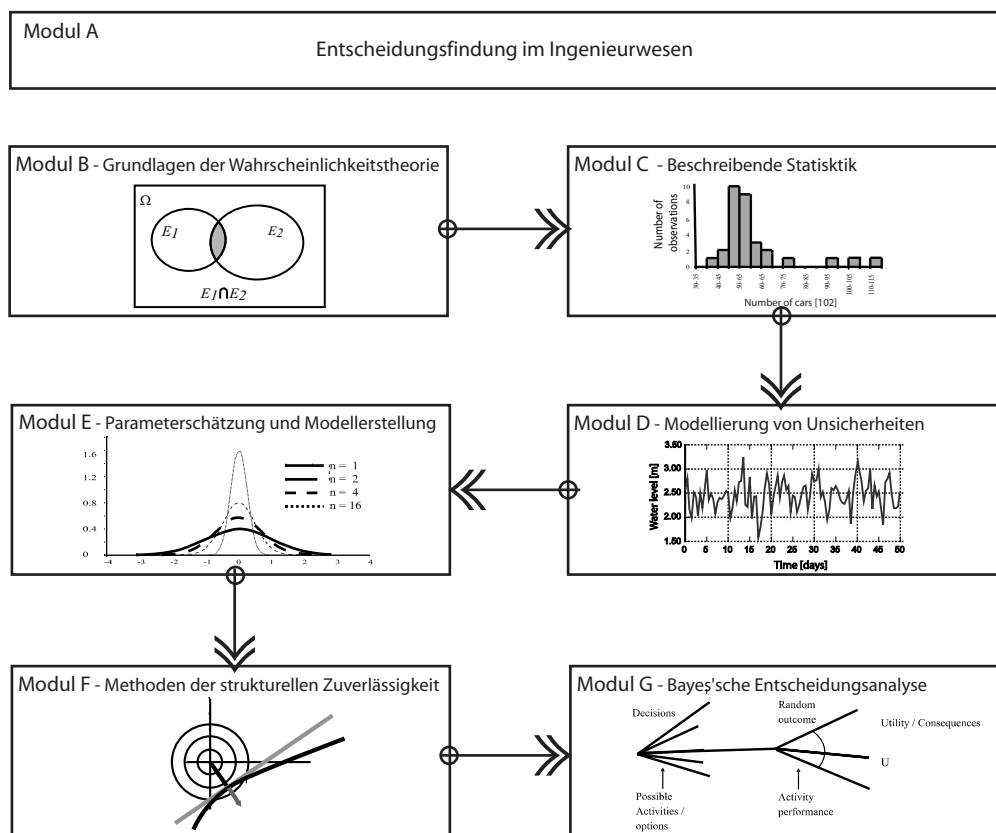


Abbildung 1: Illustration der Module der Lehrveranstaltung und des didaktischen Konzeptes

Die Logik hinter diesem Aufbau ist es, zuerst als Motivation aufzuzeigen, wie die Anwendung der Statistik und Wahrscheinlichkeit als Grundlage zur Entwicklung von Modellen im Ingenieurwesen und zur risikobasierten Entscheidungsfindung dienen kann (Modul A, siehe Abbildung 1). Danach wird eine grundlegende Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie angeboten. In Modul C wird mittels der deskriptiven Statistik eine Auswahl an Hilfsmitteln präsentiert, die es dem Ingenieur ermöglichen, Daten zu beurteilen und in einer komprimierten Form zu kommunizieren. Modul D bietet eine Einführung in die Modellierung von Unsicherheiten und liefert die Grundsteine, welche benötigt werden, um Unsicherheiten in Modellen im Ingenieurwesen in Form von Zufallsvariablen und -prozessen zu repräsentieren. Der Hauptfokus in Modul E liegt auf Aspekten der Modellwahl, der Modellparameterabschätzung und der Modellverifizierung. In dem darauf folgenden Modul F wird gezeigt, wie auf Basis von erstellten Wahrscheinlichkeitsmodellen von Zufallsvariablen die Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen, welche relevant für die Entscheidungsfindung im Ingenieurwesen sind, beurteilt werden können. Schlussendlich wird in Modul G aufgezeigt,

wie Unsicherheitsmodelle im Ingenieurwesen und deren probabilistischen Eigenschaften in systematischen Rahmenbedingungen für eine Entscheidungsfindung im Ingenieurwesen verwendet werden können.

Am Ende dieses Skriptes sollte der Leser fähig sein,

- Daten beurteilen zu können, welche auf Beobachtungen und/oder auf Experimentresultaten basieren, und diese Daten in einer unmissverständlichen und standardisierten Form präsentieren und kommunizieren zu können.
- einfache Modelle im Ingenieurwesen formulieren und validieren zu können, mit der gebührenden Berücksichtigung der zugehörigen Unsicherheiten, welche sowohl auf Grund von Mangel an Wissen und Daten als auch durch natürliche Variabilität entstehen.
- einfache Wahrscheinlichkeitsabschätzungen durchführen zu können, wie z.B. die Evaluation der Wahrscheinlichkeiten von Leistungen verschiedener Massnahmen im Ingenieurwesen.
- einfache risikobasierte Entscheidungsprobleme formulieren und lösen zu können.

Am Ende jedes Kapitels des Skriptes finden sich einige kurze aber grundlegende Übungsaufgaben, welche der Leser dazu verwenden kann, um sein Wissen zu überprüfen.

## Danksagung

Die vorliegenden Vorlesungsunterlagen können als das Ergebnis eines anspruchsvollen Kochrezeptes verstanden werden: eine Menge Inspiration, etwas Forschung, ein klein wenig Erfahrung, viel Hilfe und eine Tonne Zeit.

*Inspiration ist, was uns antreibt:* Bei der Entwicklung dieses Skriptes wurde ich durch zahlreiche exzellente Lehrbücher inspiriert, die zu den Themen der angewandten Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie im Ingenieurwesen verfasst wurden. Neben den bekannten Büchern von Benjamin & Cornell [4] oder Ang & Tang [2] sollen hier auch die Bücher von Madsen, Krenk & Lind [9], Thoft-Christensen & Baker [13] sowie Stewart & Melchers [12] erwähnt werden: Alles herausragende Bücher, die es - jedes für sich - verdient haben, aufmerksam gelesen zu werden.

*Forschung ist, was unseren Blickwinkel ändert:* Ich habe versucht, eine Auswahl der neusten Ideen und Erkenntnisse aus der Forschung zur Zuverlässigkeitstheorie und Risikobewertung im Ingenieurwesen in dieses Skript zu integrieren. In diesem Zusammenhang möchte ich meinen Forschungskollegen und insbesondere den Mitgliedern meiner Forschungsgruppe hier an der ETH danken.

*Erfahrung ist, was wir sind:* Ich habe mein Berufsleben damit verbracht, Problemlösungen im Ingenieurwesen zu erarbeiten und ich glaube, dass dieses Skript durch diese wertvollen Erfahrungen stark beeinflusst wurde. In diesem Zusammenhang möchte ich mich in erster Linie bei den Ingenieuren bedanken, die mir ihre Zeit gewidmet haben, um mich in diesem Bereich auszubilden.

*Hilfe macht uns stärker:* Alleine hätte ich dieses Skript in der gegenwärtigen Form niemals vollenden können. An dieser Stelle möchte ich insbesondere den Mitgliedern meiner Forschungsgruppe für ihren Einsatz und ihre kostbare Zeit bei der Umsetzung dieses Projektes danken. Ein besonderes Dankeschön geht an Katharina Krämer, die die Arbeit an der gegenwärtigen Version dieses Skriptes koordiniert hat. Herzlich danken möchte ich auch Prof. Dr. Carnal und Frau Carnal, deren Hilfe bei der deutschen Übersetzung unersetzlich war.

*Zeit ist alles, was wir geben können:* Die Bearbeitung dieses Skriptes hat eine grosse Menge Zeit in Anspruch genommen; sowohl meine als auch die aller anderen beteiligten Personen. Zeit ist kostbar und, nach allem was wir wissen, nicht wiederverwertbar. Meine geschriebenen Werke widme ich euch, die ihr hinter mir steht - Meine geliebten Kinder Emma, Andreas und Ditte - Zur gegebenen Zeit werdet ihr verstehen.

# Inhaltsverzeichnis

<b>A</b>	<b>ENTSCHEIDUNGSFINDUNG IM INGENIEURWESEN</b>	<b>1</b>
	Vorlesung 1 . . . . .	1
	A.1 Einführung . . . . .	3
	A.2 Gesellschaftliche Entscheidungsfindung und Risiko . . . . .	4
	A.2.1 Beispiel A.1 - Machbarkeit eines Wasserkraftwerks . . . . .	5
	A.3 Definition von Risiko . . . . .	9
	A.4 Fragen und Übungen zur Selbstevaluation . . . . .	11
<b>B</b>	<b>GRUNDLAGEN DER WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE</b>	<b>13</b>
	Vorlesung 2 . . . . .	13
	B.1 Einführung . . . . .	15
	B.2 Definition der Wahrscheinlichkeit . . . . .	15
	B.2.1 Frequentistische Definition . . . . .	15
	B.2.2 Klassische Definition . . . . .	16
	B.2.3 Die Bayes'sche Definition . . . . .	17
	B.2.4 Praktische Konsequenzen der verschiedenen Interpretationen der Wahrscheinlichkeit . . . . .	18
	B.3 Ereignisraum und Ereignisse . . . . .	18
	B.4 Die drei Axiome der Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . .	20
	B.5 Bedingte Wahrscheinlichkeiten und der Satz von Bayes . . . . .	20
	B.5.1 Beispiel B.1 - Verwendung des Satz von Bayes für die Untersuchung von Stahlbeton . . . . .	22
	B.5.2 Beispiel B.2 - Verwendung des Satz von Bayes bei der Neubewertung einer Brücke . . . . .	23
	B.6 Fragen und Übungen zur Selbstevaluation . . . . .	25

<b>C</b>	<b>BESCHREIBENDE STATISTIK</b>	<b>29</b>
	Vorlesung 3 . . . . .	29
	C.1 Einführung . . . . .	31
	C.2 Numerische Kennwerte . . . . .	31
	C.2.1 Lageparameter . . . . .	31
	C.2.2 Beispiel C.1 - Daten zur Druckfestigkeit von Betonproben . . . . .	32
	C.2.3 Beispiel C.2 - Daten über das Verkehrsaufkommen . . . . .	33
	C.2.4 Streuungsparameter . . . . .	34
	C.2.5 Andere Parameter . . . . .	34
	C.2.6 Stichprobenmomente und zentrale Stichprobenmomente . . . . .	35
	C.2.7 Korrelationsparameter . . . . .	36
	C.3 Grafische Darstellungen . . . . .	38
	C.3.1 Eindimensionale Streudiagramme . . . . .	38
	C.3.2 Histogramme . . . . .	40
	C.3.3 Quantil-Plots . . . . .	45
	C.3.4 Tukey box plots . . . . .	51
	C.3.5 Q-Q-Plots und Mittelwert-Differenz-Plots nach Tukey . . . . .	53
	C.4 Fragen und Übungen zur Selbstevaluation . . . . .	57
<b>D</b>	<b>MODELLIERUNG VON UNSICHERHEITEN</b>	<b>61</b>
	Vorlesung 4 . . . . .	61
	D.1 Einführung . . . . .	63
	D.2 Unsicherheiten im Ingenieurwesen . . . . .	63
	D.3 Zufallsvariablen . . . . .	66
	D.3.1 Verteilungs- und Dichtefunktionen . . . . .	67
	D.3.2 Die Momente von Zufallsvariablen und der Erwartungswertoperator . . . . .	69
	D.3.3 Beispiel D.1 - Die Gleichverteilung . . . . .	70
	Vorlesung 5 . . . . .	72
	D.3.4 Eigenschaften des Erwartungswertoperators . . . . .	73
	D.3.5 Zufallsvektoren und multivariate Momente . . . . .	74
	D.3.6 Beispiel D.2 - Linearkombination von Zufallsvariablen . . . . .	76

D.3.7	Bedingte Verteilung und bedingte Momente . . . . .	76
D.3.8	Die Dichtefunktion einer Summe von zwei Zufallsvariablen . . . . .	78
D.3.9	Beispiel D.3 - Dichtefunktion einer Summe von zwei Zufallsvariablen, Spezialfall Normalverteilung . . . . .	80
D.3.10	Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für Funktionen von Zufallsvariablen . . . . .	81
D.3.11	Beispiel D.4 - Wahrscheinlichkeitsverteilung für Funktionen von Zufallsvariablen . . . . .	83
Vorlesung 6	. . . . .	86
D.3.12	Häufig verwendete Dichte- und Verteilungsfunktionen . . . . .	87
D.3.13	Der zentrale Grenzwertsatz und die damit verbundenen Verteilungen . . . . .	90
D.3.14	Beispiel D.5 - Der zentrale Grenzwertsatz . . . . .	90
D.3.15	Die Normalverteilung . . . . .	91
D.3.16	Die Lognormalverteilung . . . . .	93
D.4	Stochastische Prozesse und Extremwerte . . . . .	94
D.4.1	Zufallssequenzen: Bernoulli-Versuche . . . . .	94
D.4.2	Beispiel D.6 - Beton-Qualitätskontrolle . . . . .	96
Vorlesung 7	. . . . .	97
D.4.3	Der Poisson'sche Zählprozess . . . . .	98
D.4.4	Kontinuierliche stochastische Prozesse . . . . .	99
D.4.5	Stationarität und Ergodizität . . . . .	102
D.4.6	Statistische Erfassung von Extremwerten . . . . .	104
D.4.7	Extremwertverteilungen . . . . .	106
D.4.8	Typ I: Extremwertverteilung für Maxima - Gumbel max . . . . .	109
D.4.9	Typ I: Extremwertverteilung für Minima - Gumbel min . . . . .	109
D.4.10	Typ II: Extremwertverteilung für Maxima - Fréchet max . . . . .	110
D.4.11	Typ III: Extremwertverteilung für Minima - Weibull min . . . . .	111
D.4.12	Wiederkehrperiode für extreme Ereignisse . . . . .	112
D.4.13	Beispiel D.7 - 100-jähriges Hochwasser . . . . .	112
D.5	Fragen und Übungen zur Selbstevaluation . . . . .	114

Vorlesung 8	117
E.1 Einführung	119
E.2 Wahl der Wahrscheinlichkeitsverteilungen	120
E.2.1 Wahl mit Hilfe von Wahrscheinlichkeitspapier	121
E.3 Schätzung der Verteilungsparameter	125
E.3.1 Die Methode der Momente	126
E.3.2 Die Maximum-Likelihood-Methode	126
E.3.3 Beispiel E.1 - Parameterschätzung für die Beton-Druckfestigkeit	128
Vorlesung 9	131
E.4 Bayes'sche Methoden der Parameterschätzung	132
E.4.1 Beispiel E.2 - Fließspannung von Stahl	134
E.5 Bayes'sche Regressionsanalyse	137
E.5.1 Lineare Regression: A priori Modell	137
E.5.2 Beispiel E.3 - Zugfestigkeit von Holz, a priori Modell	139
E.5.3 Aktualisieren der Regressionskoeffizienten: A posteriori Model	142
E.5.4 Beispiel E.4 - Aktualisieren der in Beispiel E.3 bestimmten Regressionskoeffizienten	142
Vorlesung 10	145
E.6 Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Statistik	146
E.6.1 Die Chi-Quadrat( $\chi^2$ )-Verteilung	146
E.6.2 Die Chi ( $\chi$ )-Verteilung	147
E.7 Schätzer für Stichprobenparameter - Stichprobenstatistiken	148
E.7.1 Statistische Parameter des Stichprobenmittelwertes	148
E.7.2 Statistische Merkmale der Stichprobenvarianz	151
E.7.3 Konfidenzintervalle	152
E.8 Prüfen der statistischen Signifikanz	154
E.8.1 Verfahren zum Testen von Hypothesen	154
E.8.2 Prüfen eines Mittelwertes bei bekannter Varianz	156
E.8.3 Einige Bemerkungen über Tests	157
Vorlesung 11	159
E.9 Bewertung des Modells durch statistische Tests	160



E.9.1	Der $\chi^2$ -Test für die Güte der Anpassung . . . . .	160
E.9.2	Der Kolmogorov-Smirnov-Test für die Güte der Anpassung . . . . .	165
E.9.3	Modellvergleich . . . . .	167
E.10	Fragen und Übungen zur Selbstevaluation . . . . .	169
<b>F</b>	<b>METHODEN DER STRUKTURELLEN ZUVERLÄSSIGKEIT</b>	<b>173</b>
	Vorlesung 12 . . . . .	173
F.1	Einführung . . . . .	175
F.2	Versagensereignisse und Basiszufallsvariablen . . . . .	175
F.3	Lineare Grenzzustandsfunktionen und normalverteilte Variablen . . . . .	176
F.3.1	Beispiel F.1 - Zuverlässigkeit eines Stahlstabes, lineare Sicherheitsmarge . . . . .	179
F.4	Das Fehlerfortpflanzungsgesetz . . . . .	179
F.4.1	Beispiel F.2 - Fehlerfortpflanzung bei Messfehlern . . . . .	180
F.5	Nichtlineare Grenzzustandsfunktionen . . . . .	182
F.5.1	Beispiel F.3 - Zuverlässigkeit bei nichtlinearer Grenzzustandsfunktion, FORM . . . . .	184
F.6	Simulationsmethoden . . . . .	186
F.6.1	Beispiel F.4 - Budgetüberschreitung, Monte Carlo Simulation . . . . .	187
F.7	Fragen und Übungen zur Selbstevaluation . . . . .	190
<b>G</b>	<b>BAYES'SCHE ENTSCHEIDUNGS-ANALYSE</b>	<b>193</b>
	Vorlesung 13 . . . . .	193
G.1	Einführung . . . . .	195
G.2	Der Entscheidungs-/Ereignis-Baum . . . . .	195
G.3	Entscheidungen aufgrund von Erwartungswerten . . . . .	197
G.4	Entscheidungsfindung bei Unsicherheit . . . . .	199
G.5	Entscheidungsanalyse bei bekannter Information - A-priori- Analyse . . . . .	199
G.6	Entscheidungsanalyse mit zusätzlicher Information - A-posteriori-Analyse . . . . .	201
G.7	Entscheidungsanalyse mit „unbekannter“ Information - Prä-posteriori Analyse . . . . .	204
G.8	Entscheidungsanalyse mit Risikobehandlung . . . . .	205
G.9	Fragen und Übungen zur Selbstevaluation . . . . .	209

<b>LITERATURVERZEICHNIS</b>	<b>210</b>
<b>ANHANG</b>	<b>212</b>
<b>A ANTWORTEN/LÖSUNGEN ZU DEN FRAGEN/ÜBUNGEN</b>	<b>213</b>
A.1 Modul A . . . . .	214
A.2 Modul B . . . . .	216
A.3 Modul C . . . . .	219
A.4 Modul D . . . . .	221
A.5 Modul E . . . . .	224
A.6 Modul F . . . . .	228
A.7 Modul G . . . . .	232
<b>C RECHENBEISPIELE</b>	<b>237</b>
C.1 Modul E . . . . .	238
C.1.1 Gleichung E.63 . . . . .	238
C.1.2 Gleichung E.67 . . . . .	238
C.1.3 Beispiele zum Chi-Quadrat Signifikanztest (Seite 163) . . . . .	239
C.2 Modul F . . . . .	240
C.2.1 Beispiel F.2 . . . . .	240
C.2.2 Beispiel F.3 . . . . .	240
<b>T TABELLEN</b>	<b>243</b>
<b>INDEX</b>	<b>250</b>