

# **Testat-Prüfung**

## **Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung**

**FS 2011**

- Musterlösung -

*ETH Zürich*

Studienrichtungen:  
Bauingenieurwissenschaften  
Umweltingenieurwissenschaften  
Geomatik und Planung

**05.05.2011**  
**08:00 – 09:00**

<b>Vorname:</b>	
<b>Familienname:</b>	
<b>Stud. Nr.:</b>	
<b>Studienrichtung:</b>	
<b>Punkte:</b>	

## Testat-Prüfung: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung

### Datum und Dauer:

Donnerstag, 5. Mai 2011  
Beginn: 8:00 Uhr  
Zeitdauer: 60 Minuten

---

### Erlaubte Hilfsmittel:

- 1 A4 Blatt (beidseitig beschrieben).
- Schreibzeug (kein Bleistift).
- Wörterbücher.

### Nicht erlaubte Hilfsmittel:

- Taschenrechner.
- Kommunikationsmittel (z.B. Telefon).
- Skript, Vorlesungsunterlage, etc.

### Hinweise:

- Bitte kontrollieren Sie zuerst, ob Sie das Material vollständig erhalten haben:
  - o Aufgabenstellung inkl. genereller Information (19 Seiten).
- Bitte legen Sie Ihre Legi vor sich auf den Tisch.
- Alle Aufgabenblätter müssen mit Familiennamen und Vornamen versehen werden.
- Nur die zur Verfügung gestellten Blätter dürfen verwendet werden.
- Legen Sie am Ende der Prüfung alle Aufgabenblätter auf den Tisch und bleiben Sie sitzen (eine vorzeitige Abgabe der Prüfung ist bis 15 Minuten vor Prüfungsende möglich).
- Zwischenrechnungen müssen **NICHT** nachgerechnet werden.

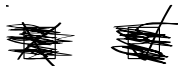
### **Multiple Choice (maximal 120 Punkte)**

In den folgenden Multiple Choice Aufgaben können innerhalb der gleichen Aufgabe keine, eine oder mehrere Aussagen zutreffend sein. Eine Aufgabe besteht aus mehreren Aussagen.

Bitte markieren Sie jede Aussage mit einem Häkchen oder Kreuz:



Wenn Sie ein bereits markiertes Kästchen rückgängig machen wollen, dann tun Sie das bitte deutlich:



*Für jede Aussage gibt es 1 Punkt, wenn sie richtig markiert ist. Falls Sie eine falsche Markierung setzen, wird 1 Punkt abgezogen. Wenn Sie eine Antwort nicht markieren, dann bekommen Sie keinen Punkt, es wird aber auch keiner abgezogen. Keine Aufgabe kann mit negativer Punktzahl abgeschlossen werden.*

*Beispiel:*

Ihre Lösung:

Musterlösung:

Richtig Falsch

Richtig Falsch

Aussage 1.

**Falsche** Markierung gesetzt → -1

Aussage 2.

**Richtige** Markierung gesetzt → +1

Aussage 3.

**Keine** Markierung gesetzt → 0

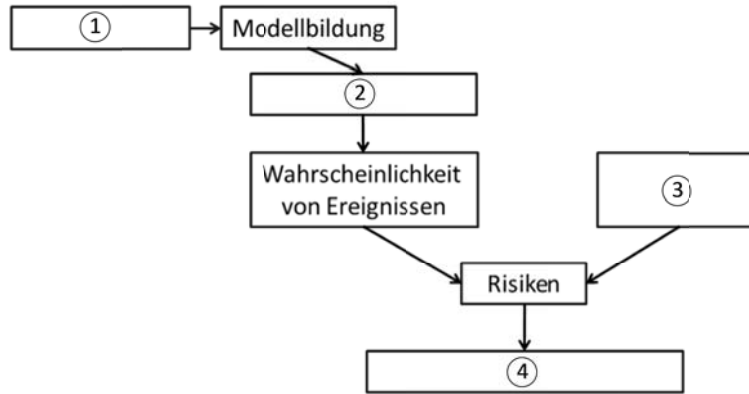
Aussage 4.

**Falsche** Markierung gesetzt → -1

Die Summe der Punkte ergibt -1 und somit wird die Aufgabe mit null Punkten abgeschlossen.

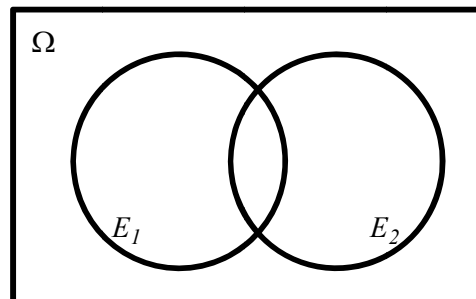
---

1. Ordnen Sie den jeweiligen Begriff der entsprechenden Nummer zu:



	Nummer			
	1	2	3	4
Entscheidungsfindung	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Probabilistische Modellierung	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Konsequenzen von Ereignissen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Daten	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Gegeben sind zwei Ereignisse  $E_1$  und  $E_2$  im Ereignisraum  $\Omega$ . Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch:



	Richtig	Falsch
$E_1 \cup \overline{E_1} = \Omega$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$E_1 + E_2 = E_2 + E_1$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\overline{E_1 \cup E_2} = \overline{E_1} \cap \overline{E_2}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\overline{\overline{E_1 \cap E_2}} = \overline{\overline{E_1} \cup \overline{E_2}}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Zwei Ereignisse  $A$  und  $B$  schliessen sich gegenseitig aus. Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch:

$$P(B|A) = P(B)$$

Richtig    Falsch

☐
☒

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B)$$

☒
☐

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

☐
☒

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

☒
☐

4. Eine Lieferung von Glühbirnen besteht zu 60 % aus dem Werk A und zu 40 % aus dem Werk B. 20% der Glühbirnen aus Werk A und 10 % der Glühbirnen aus Werk B sind defekt. Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch:

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Glühbirne aus der Gesamtlieferung defekt ist, kann mit dem Satz der totalen Wahrscheinlichkeit berechnet werden.

Richtig    Falsch

☒
☐

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Glühbirne aus der Gesamtlieferung defekt ist beträgt:  $P(\text{Defekt}) = 0.6 \cdot 0.2 + 0.4 \cdot 0.1 = 0.16$

☒
☐

Die *a posteriori Wahrscheinlichkeit* berechnet sich aus der *a priori Wahrscheinlichkeit*, der *Likelihood* und der *totalen Wahrscheinlichkeit*. Diese Beziehung beschreibt der Satz von Bayes.

☒
☐

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine defekte Glühbirne aus dem Werk B stammt, beträgt:  $P(\text{Werk B} | \text{Defekt}) = 0.25 = 25\%$

☒
☐

5. Eine Strasse kann infolge einer Lawine (Ereignis  $L$ ) und/oder durch einen Steinschlag (Ereignis  $S$ ) gesperrt werden. Die beiden Ereignisse sind voneinander unabhängig und treten mit folgenden jährlichen Eintrittswahrscheinlichkeiten auf:  $P(L) = 0.2$  und  $P(S) = 0.1$ . Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch:

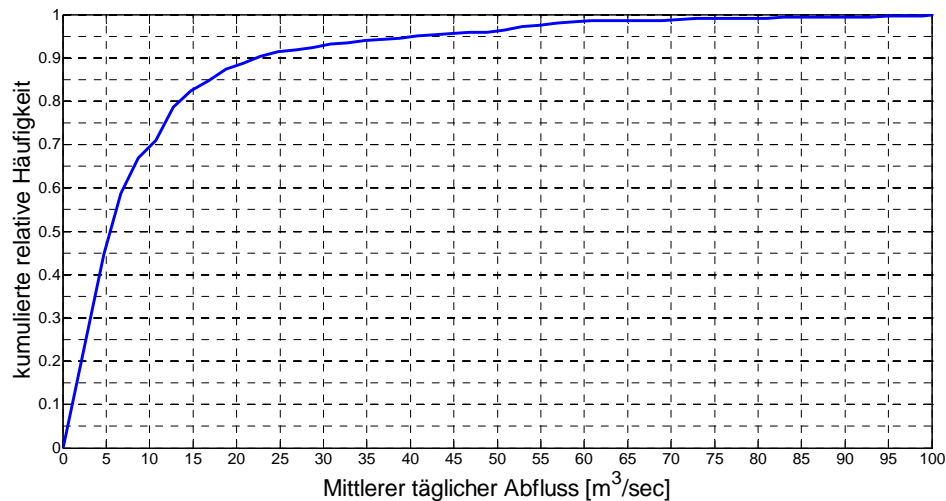
	Richtig	Falsch
Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Jahr die Strasse gesperrt wird, beträgt 0.02.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Jahr die Strasse nicht gesperrt wird, beträgt 0.72.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Wahrscheinlichkeit von $P(L) = 0.2 = 20\%$ bedeutet, dass im Durchschnitt mit 20 Lawinen pro Jahr gerechnet werden muss.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Voneinander unabhängige Ereignisse treten in einem Jahr nie zusammen auf.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

6. Ordnen Sie folgenden Eigenschaften jeweils den Begriff Lageparameter oder Streuungsparameter zu:

	Lage- parameter	Streuungs- parameter
Arithmetisches Mittel	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Variationskoeffizient	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Median	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Interquartile Differenz	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

7. Gegeben seien die mittleren täglichen Abflüsse der Sitter (Fluss in SG), die über ein Jahr gemessen wurden. Aus den Daten wurden der Stichproben-Mittelwert  $\mu$  und die Stichproben-Standardabweichung  $\sigma$  bestimmt.

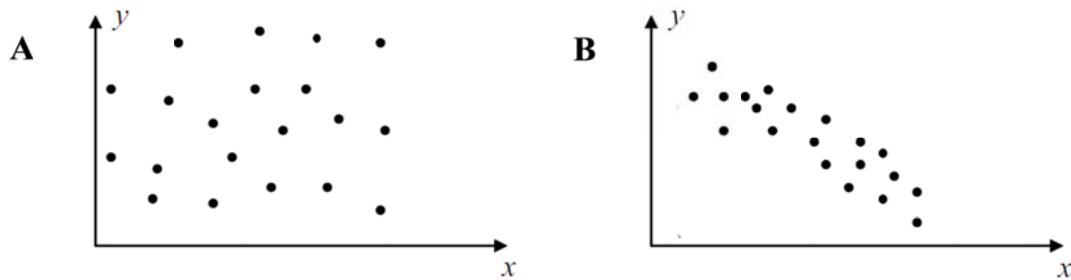
$$\mu = 11.25 \text{ m}^3 / \text{sec} \quad \sigma = 13.92 \text{ m}^3 / \text{sec}$$



Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch:

	Richtig	Falsch
Ca. 5 % der Daten überschreiten einen mittleren täglichen Abfluss von $40 \text{ m}^3/\text{sec}$ .	<input checked="" type="checkbox"/>	
Der Modus gibt den Wert an, der am häufigsten gemessenen wurde.	<input checked="" type="checkbox"/>	
Der Mittelwert $\mu$ ist kleiner als der Median.		<input checked="" type="checkbox"/>
Die Daten sind linksschief.		<input checked="" type="checkbox"/>

8. Es seien Beobachtungen von zwei Merkmalen  $x$  und  $y$  gegeben.



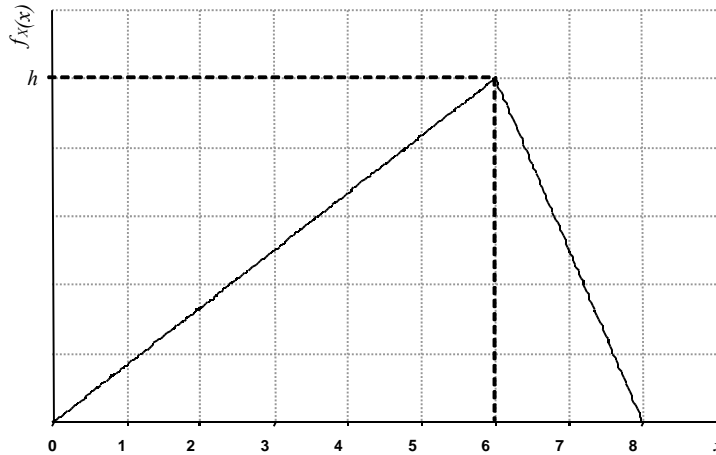
Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch:

- |  | Richtig                             | Falsch                              |
|--|-------------------------------------|-------------------------------------|
| Um die Korrelation der Beobachtungen zu überprüfen, verwendet man den Quantil-Plot.  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| Wenn die Beobachtungen der Merkmale $x$ und $y$ paarweise vorliegen, dann lässt sich die Korrelation der Daten überprüfen. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Der Korrelationskoeffizient der Daten im Diagramm <b>A</b> ist nahe bei 0.   | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Der Korrelationskoeffizient der Daten im Diagramm <b>B</b> ist nahe bei 1.   | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |

9. Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch:

- |   | Richtig                             | Falsch                              |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| Unsicherheiten können durch die natürliche Variabilität einer Grösse und/oder durch das unvollständige Wissen über eine Grösse entstehen. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Epistemische Unsicherheiten können durch den Erwerb von zusätzlichem Wissen reduziert werden.   | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Man kann zwischen aleatorische und epistemische Unsicherheiten unterscheiden.   | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Für die Entscheidungsfindung im Ingenieurwesen sind nur die epistemischen Unsicherheiten von Bedeutung.                                   | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |

10. Gegeben sei eine dreiecksverteilte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_X(x)$ .



Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch:

- Die Fläche unter der Funktion beträgt 1.
- Der Median der Verteilung liegt bei  $x = 6$ .
- Der Mittelwert liegt rechts vom Modus.
- Der Höhenparameter  $h$  hat den Wert 0.25.

Richtig	Falsch
✗	
	✗
	✗
✗	

11. Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch:

- Mit Zufallsvariablen können die physikalischen, die statistischen und die modellbedingten Unsicherheiten modelliert werden.
- Die Wahrscheinlichkeit, dass eine kontinuierliche Zufallsvariable einen bestimmten Wert annimmt, ist Null.
- Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_X(x)$  einer kontinuierlichen Zufallsvariable  $X$  kann durch Ableiten der Verteilungsfunktion  $F_X(x)$  berechnet werden:  $f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx}$
- Der Mittelwert und die Standardabweichung der Zufallsvariablen lassen sich durch die Momente der Zufallsvariablen bestimmen.

Richtig	Falsch
✗	
✗	
✗	
✗	

12. Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch?

( $X$  : Zufallsvariable ;  $a, b, c$  : Konstanten)

$$E[c] = c$$

Richtig    Falsch

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
-------------------------------------	--------------------------

$$E[cX] = cE[cX]$$

<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
--------------------------	-------------------------------------

$$E[a + bX] = a + bE[X]$$

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
-------------------------------------	--------------------------

$$E[a + bX] = b + aE[X]$$

<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
--------------------------	-------------------------------------

13. Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch?

( $X$  : Zufallsvariable ;  $a, b, c$  : Konstanten)

$$Var[a + bX] = b^2 Var[X]$$

Richtig    Falsch

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
-------------------------------------	--------------------------

$$Var[a + bX] = Var[bX]$$

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
-------------------------------------	--------------------------

$$Var[c] = 0$$

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
-------------------------------------	--------------------------

$$Var[cX] = c^2 Var[cX]$$

<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
--------------------------	-------------------------------------

14. Die Zufallsvariable  $Y$  ist als die Summe von Zufallsvariablen  $X_i$  definiert:

$$Y = \sum_{i=1}^{10000} X_i.$$

Die Zufallsvariablen  $X_i$  sind voneinander unabhängig und gleichverteilt. Welcher Verteilung folgt  $Y$  näherungsweise?

Normalverteilung

Richtig    Falsch

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
-------------------------------------	--------------------------

Gleichverteilung

<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
--------------------------	-------------------------------------

15. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit  $p_Y(y)$ , dass man mit einem Würfel nach 4 mal würfeln genau zweimal eine Augenzahl grösser als 4 gewürfelt hat?

$$p_Y(y) = \binom{4}{2} (2/6)^2 (1 - (2/6))^{4-2} = 0.296$$

Richtig ☒ Falsch ☐

$$p_Y(y) = \binom{6}{2} (2/4)^2 (1 - (2/4))^{6-2} = 0.234$$

☐ ☒

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit  $p_Y(y)$ , dass man mit dem gleichen Würfel nach 10 mal würfeln nie eine 6 gewürfelt hat?

$$p_Y(y) = (1/6) \cdot (1/10) = 0.0167$$

Richtig ☐ Falsch ☒

$$p_Y(y) = \binom{10}{0} (1/6)^0 (1 - (1/6))^{10} = 0.162$$

☒ ☐

16. Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch?

Die Fläche unter der Dichtefunktion einer Normalverteilung im Intervall von  $[\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma]$  entspricht ca. 13.5 % der Gesamtfläche.

Richtig ☐ Falsch ☒

Die Fläche unter der Dichtefunktion einer Normalverteilung im Intervall von  $[\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma]$  entspricht ca. 68.3 % der Gesamtfläche.

☒ ☐

Die Parameter der Standardnormalverteilung sind  $\mu = 1, \sigma = 1$

☐ ☒

Die Parameter der Standardnormalverteilung sind  $\mu = 0, \sigma = 1$

☒ ☐

17. Untersuchungen haben gezeigt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Prüfkörper die Anforderungen nicht erfüllt, bei  $p = 0.125$  liegt. Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch?

Im Mittel ist jeder vierte Prüfkörper unzureichend.

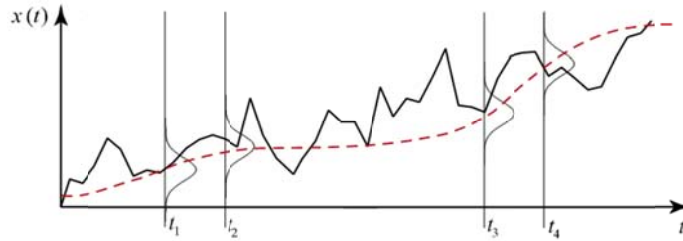
Richtig ☐ Falsch ☒

Im Mittel ist jeder achte Prüfkörper unzureichend.

☒ ☐

- 18.** Für einen homogenen Poissonprozess trifft folgendes zu:
- |  | Richtig                             | Falsch                              |
|--|-------------------------------------|-------------------------------------|
| Die mittlere Anzahl an Ereignissen pro Zeiteinheit ist konstant.   | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Die auftretenden Ereignisse sind voneinander unabhängig.   | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| In einem Zeitintervall $t$ müssen immer mindestens 2 Ereignisse auftreten.                                   | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| Ein homogener Poissonprozess eignet sich zur Beschreibung des täglichen Schneefalls in Zürich über ein Jahr. | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
- 19.** Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch:
- |   | Richtig                             | Falsch                   |
|---|-------------------------------------|--------------------------|
| Ein stochastischer Prozess $X(t)$ ist eine zufällige Funktion der Zeit $t$ .  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Der Normalprozess (Gauss-Prozess) ist ein kontinuierlicher stochastischer Prozess.  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Die Autokorrelation eines stochastischen Prozesses beschreibt die Korrelation von allen möglichen Realisationen von zwei Zeitpunkten. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Windgeschwindigkeiten können mit einem stochastischen Prozess beschrieben werden.   | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
- 20.** Folgende Verteilungen sind Extremwertverteilungen:
- |                                 | Richtig                             | Falsch                              |
|---------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| Gumbelverteilung                | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Normalverteilung                | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| Weibullverteilung               | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Verschobene Lognormalverteilung | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |

21. Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch:



Bei der oben abgebildeten Grafik handelt es sich um einen schwach stationären Zufallsprozess.

Richtig Falsch

☐ ☒

Ein Zufallsprozess wird als streng stationär bezeichnet, wenn alle seine Momente invariant über die Zeit sind.

☒ ☐

Ein Zufallsprozess wird als schwach stationär bezeichnet, wenn seine ersten beiden Momente invariant über die Zeit sind.

☒ ☐

Wenn man aus einer ausreichend langen Zeitreihe die gleichen Eigenschaften eines Zufallsprozesses herleiten kann wie aus Realisationen vieler Prozesse zum gleichen Zeitpunkt, spricht man von einem ergodischen Prozess.

☒ ☐

22. Das Auftreten von Wirbelstürmen in einem bestimmten Gebiet wird durch einen homogenen Poissonprozess mit der Intensität  $\nu = 4$  (mittlere Anzahl von Wirbelstürmen pro Monat) beschrieben. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass es in den ersten drei Monaten keinen Wirbelsturm gibt.

$$P_0(t) = \frac{(4 \cdot 3)^0}{0!} e^{-(4 \cdot 3)}$$

Richtig Falsch

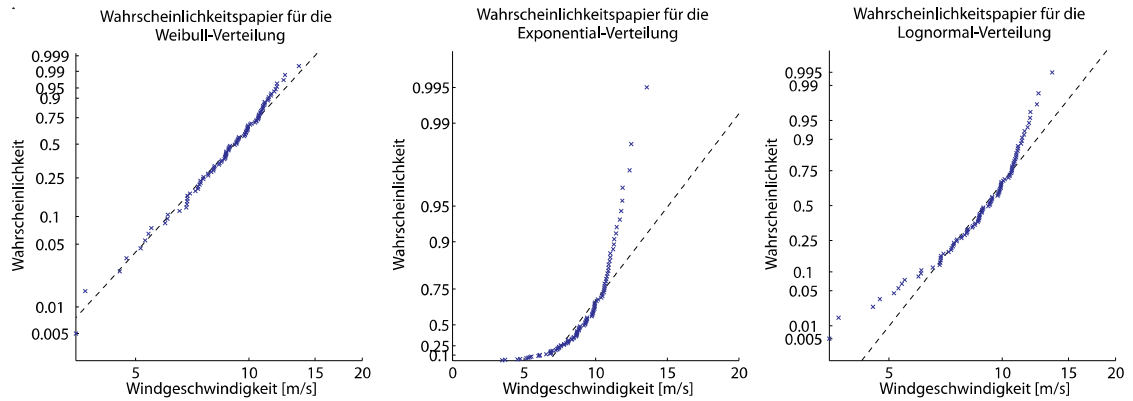
☒ ☐

$$P_0(t) = \frac{(4)^0}{0!} e^{-(3)}$$

☐ ☒

- 23.** Eine mittlere Wiederkehrperiode von 200 Jahren entspricht...
- |   | Richtig                             | Falsch                              |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| einer jährlichen Überschreitungswahrscheinlichkeit von $p = 0.005$ .                  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| einer jährlichen Überschreitungswahrscheinlichkeit von $p = 0.02$ .                   | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| einer durchschnittlichen Wartezeit $T$ bis zu einem Ereignis von $E[T] = 100$ Jahren. | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| einer durchschnittlichen Wartezeit $T$ bis zu einem Ereignis von $E[T] = 200$ Jahren. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
- 
- 24.** Der jährliche Abfluss eines Flusses kann mit einer Gumbel-Max-Verteilung  $F_X(x) = \exp(-\exp(-\alpha(x-u)))$  repräsentiert werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass der jährliche Abfluss  $30'000 \text{ m}^3/\text{s}$  übersteigt ist demnach:
- |   | Richtig                             | Falsch                              |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| $P[\text{jährliches Max} > 30'000] = 1 - F_X(30'000)$ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| $P[\text{jährliches Max} > 30'000] = F_X(30'000)$     | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
- 
- 25.** Sind die folgenden Aussagen zu Wahrscheinlichkeitspapieren richtig oder falsch?
- |   | Richtig                             | Falsch                              |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| Ein Wahrscheinlichkeitspapier wird verwendet, um illustrativ abzuschätzen, ob zwei Datensätze voneinander linear abhängig sind.   | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| Mit einem Wahrscheinlichkeitspapier lässt sich qualitativ abschätzen, ob eine bestimmte Verteilungsfamilie für die probabilistische Modellierung der zugrundeliegenden Daten geeignet ist.  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Die Skalierung eines Wahrscheinlichkeitspapiers führt dazu, dass immer die Wurzel aus der Verteilungsfunktion beim Eintragen in dieses Papier die Form einer geraden Linie erhält.  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| Bei der Erstellung eines Wahrscheinlichkeitspapiers, wird zuerst die Stichproben-Verteilungsfunktion (beobachtete kumulative Verteilungsfunktion) mithilfe der sortierten Datenreihe berechnet. Anschliessend wird die Stichproben-Verteilung für die Linearisierung der angenommenen Verteilung verwendet. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |

26. In der Abbildung finden Sie drei Wahrscheinlichkeitspapiere zur Bestimmung der Verteilung einer Datenreihe von Windgeschwindigkeiten.



Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch?

	Richtig	Falsch
Die Exponentialverteilung kann die Daten nicht genügend gut repräsentieren.	✗	
Für hohen Windgeschwindigkeiten repräsentieren die Lognormal- und die Weibullverteilung die Daten gleich gut.		✗
Die Verteilungsfunktion, welche die Daten am besten repräsentiert, ist die Weibullverteilung.	✗	
Der Median der Datenreihe kann nicht aus den hier dargestellten Wahrscheinlichkeitspapieren abgelesen werden.		✗

27. Es soll ein Modell für die Lebensdauer  $X$  eines Bauelementes erstellt werden. Aus einer Stichprobe  $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T$  kann der Mittelwert  $\bar{x}$  berechnet werden. Sie bestimmen den Parameter  $\lambda$  der zugehörigen Exponentialverteilung ( $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ ) unter Verwendung der Methode der Momente (MoM). Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch?

	Richtig	Falsch
Im Allgemeinen werden bei der MoM die Momente der Stichprobe mit den Momenten der Verteilungsfunktion gleich gesetzt.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Um den Parameter $\lambda$ der Exponentialverteilung zu bestimmen muss das zweite Moment der Stichprobe ebenfalls berechnet werden.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Parameter $\lambda$ berechnet sich zu $m_1 = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{\lambda}$ .	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die MoM kann hier nicht angewendet werden, da die Exponentialverteilung nur einen Parameter besitzt.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

28. Anhand von beobachteten Daten können die Verteilungsparameter einer Zufallsvariablen  $X$  unter Verwendung der Maximum Likelihood Methode (MLM) geschätzt werden. Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch?

	Richtig	Falsch
Bei der MLM werden die Parameter einer gewählten Verteilung so geschätzt, dass die Stichproben-Likelihood maximal wird.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Bei der Parameterschätzung unter Verwendung der MLM werden die Stichprobenwerte maximiert.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Bei der Parameterschätzung mithilfe der MLM wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariable $X$ als bekannt vorausgesetzt.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mithilfe der Fisher-Informationsmatrix $\mathbf{H}$ kann die statistische Unsicherheit der Punktschätzung quantifiziert werden.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

29. Zur Schätzung der Parameter  $\lambda$  und  $\zeta$  einer lognormalverteilten Zufallsvariable  $X$  wird die MLM herangezogen. Die Dichtefunktion der Lognormalverteilung ist durch folgende Funktion gegeben:

$$f_X(x) = \frac{1}{x\zeta\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x) - \lambda}{\zeta}\right)^2\right).$$

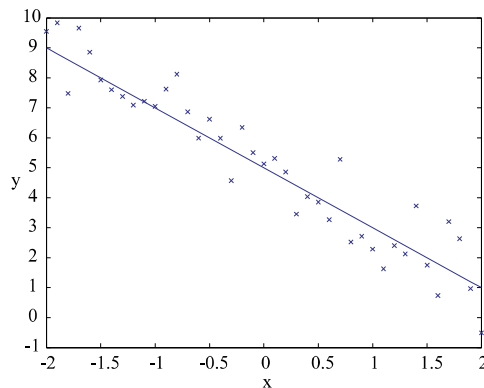
Welche der folgenden Terme können dafür verwendet werden?

	Ja	Nein
$\min_{\lambda, \zeta} \left( \prod_{i=1}^n \frac{1}{\hat{x}_i \zeta \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(\hat{x}_i) - \lambda}{\zeta}\right)^2\right) \right)$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\max_{\lambda, \zeta} \left( \prod_{i=1}^n \frac{1}{\hat{x}_i \zeta \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(\hat{x}_i) - \lambda}{\zeta}\right)^2\right) \right)$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\max_{\lambda, \zeta} \left( -n \ln(\sqrt{2\pi}) - n \ln(\zeta) - \frac{1}{2\zeta^2} \sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - \lambda)^2 \right)$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\max_{\lambda, \zeta} \left( -n \ln(\sqrt{2\pi}) - n \ln(\zeta) - \sum_{i=1}^n \ln(\hat{x}_i) - \frac{1}{2\zeta^2} \sum_{i=1}^n (\ln(\hat{x}_i) - \lambda)^2 \right)$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

30. Welche der folgenden Aussagen zur Bayes'schen Methode der Parameterschätzung sind richtig bzw. falsch?

	Richtig	Falsch
Die prädiktive Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion beschreibt die Verteilung der Parameter vor dem Aktualisieren.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Bei der Aktualisierung der Dichtefunktion der Parameter gilt: Je grösser die Anzahl der neuen Daten, desto geringer ist der Einfluss der Likelihood auf die a posteriori Dichtefunktion.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Obwohl die statistische Unsicherheit beim Bayes'schen Updating berücksichtigt wird, bleibt der Mittelwert der Parameter immer gleich.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Falls eine konjugierte a priori Verteilung für den Parameter gewählt wird, dann gehört die a posteriori Verteilung zu derselben Verteilungsfamilie wie die a priori Verteilung des Parameters.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

31. Es wird angenommen, dass eine Zufallsvariable  $Y$  als lineare Funktion der Zufallsvariablen  $X$  gegeben ist. Die folgende Abbildung enthält die grafische Darstellung einer linearen Regression:



Schätzen Sie anhand der Abbildung die Werte der Regressionsparameter  $\beta_0$  und  $\beta_1$  für das Regressionsmodell  $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ .

$y = 5 - 2x + \varepsilon$

Richtig Falsch

✗

$y = 9 - 4x + \varepsilon$

✗

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch?

Der Fehlerterm  $\varepsilon$  ist immer standardnormalverteilt.

✗

Die Summe der Quadrate der Fehlerterme entspricht der Varianz von  $Y$ .

✗

32. Bei der Regressionanalyse versucht man einen funktionalen Zusammenhang zwischen zwei Zufallsvariablen,  $X$  und  $Y$ , zu bestimmen, zum Beispiel mithilfe der linearen Regression  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ . Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch?

Die Regressionskoeffizienten  $\beta_0$  und  $\beta_1$  werden bei der Methode der kleinsten Quadrate so gewählt, dass die Summe der Quadrate der Differenzen zwischen den gemessenen Werten und dem Regressionsmodell möglichst klein ist.

Richtig Falsch

☒ ☐

Bei der Methode der kleinsten Quadrate zur Schätzung der Regressionskoeffizienten  $\beta_0$  und  $\beta_1$  wird immer angenommen, dass der Fehlerterm  $\varepsilon$  normalverteilt ist mit Mittelwert Null.

☒ ☐

Die Steigung der Regressionsgeraden entspricht der Varianz der Zufallsvariablen  $Y$ .

☐ ☒

Die Gleichungen zur Berechnung der Regressionskoeffizienten  $\beta_0$  und  $\beta_1$  lassen sich auch über die Maximum Likelihood Methode bestimmen, so dass der Stichproben-Likelihood für das Regressionsmodell minimal ist.

☐ ☒