

Basisprüfung / 1. VD Prüfung Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung Frühjahr 2006

Prof. Dr. M.H. Faber

ETH Zürich

**17. März 2006
14:00 – 16:00**

Name:

Vorname:

Stud. Nr.:

Studiengang:

1. VD Prüfung: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung Bau-, Umwelt- und Geomatikingenieurwissenschaften

Datum und Dauer:

Freitag, 17. März 2006
Beginn: 14:00 Uhr
Zeitdauer: 120 Minuten

Hilfsmittel:

- Alle Unterlagen (Skripte, Bücher, andere Ausdrucke, etc.) erlaubt.
- Taschenrechner (nicht programmierbar, ohne Kommunikationsmittel) erlaubt.
- Keine Kommunikationsmittel (z.B. Natel) erlaubt.

Administratives:

- Bitte legen Sie Ihre Legi vor sich auf den Tisch.
- **Alle** Lösungsblätter müssen mit Namen, Vornamen und Studiengang versehen werden.
- **Nur** die zur Verfügung gestellten Blätter dürfen verwendet werden.
- Verwenden Sie für jede Aufgabe einen neuen Papierbogen.
- Legen Sie am Ende der Prüfung alle Aufgaben- und Lösungsblätter in das Couvert zurück und lassen Sie dieses am Platz liegen.

Inhalt der Prüfung:

Inhalt	Aufgaben	Seite	Punkte
Aufgabe 1	Allgemeine Fragen	3	25
Aufgabe 2	Schneefälle	7	20
Aufgabe 3	Schneedichte	9	20
Aufgabe 4	Schneebelastung	10	10
Aufgabe 5	Schneefallhöhe	11	20
Aufgabe 6	Massnahmen gegen Schneelast	13	25
Anhang 1-3	Tabellen	15	-
			120

Hinweise:

- Die Prüfung ist so konzipiert, dass alle Aufgaben 1 bis 6 gelöst werden sollen.
- Geben Sie **alle 17** Aufgabenblätter und **alle** Lösungsbögen ab.
- Bitte kontrollieren Sie zu Beginn der Prüfung, ob Ihre Unterlagen vollständig sind. Konzeptpapier ist nicht mit abzugeben und wird bei der Korrektur nicht berücksichtigt.
- Wenn Ihnen für einen Aufgabenteil ein Zwischenresultat fehlt, **treffen Sie eine sinnvolle Annahme und markieren Sie diese deutlich**. Sie können die Aufgabe mit Ihrer Annahme zu Ende lösen. Alle Aufgaben sind unabhängig voneinander lösbar.
- Während der 15-minütigen Einlesezeit dürfen die Lösungsbögen nicht beschrieben werden.

Couvertinhalt:

- Allgemeine Informationen, Aufgabenstellungen und Anhänge zur Klausur (17 Seiten).
- 7 Papierbögen (kariert, gestempelt) und Konzeptpapier (weiss).

Aufgabe 1:

**Allgemeine Fragen zur Statistik & Wahrscheinlichkeitsrechnung
(25Punkte)**

1.1 Wie ist die Wahrscheinlichkeit klassisch, frequentistisch und nach Bayes definiert?

1.2 Was ist die Idee hinter der Bayes'schen Statistik?

1.3 Was versteht man unter aleatorischen und epistemischen Unsicherheiten?

1.4 Erklären Sie den Unterschied zwischen einem Fehler des Typs I und des Typs II der beim Testen von Hypothesen gemacht werden kann.

1.5 Zeichnen Sie qualitativ den Mittelwert ein, den Modus und Median in die Dichtefunktion in Abbildung 1.1a ein. Zeichnen Sie den Mittelwert in die zugehörige Verteilungsfunktion (Abbildung 1.1b) ein. Geben Sie die Werte des Modus und des Medians an.

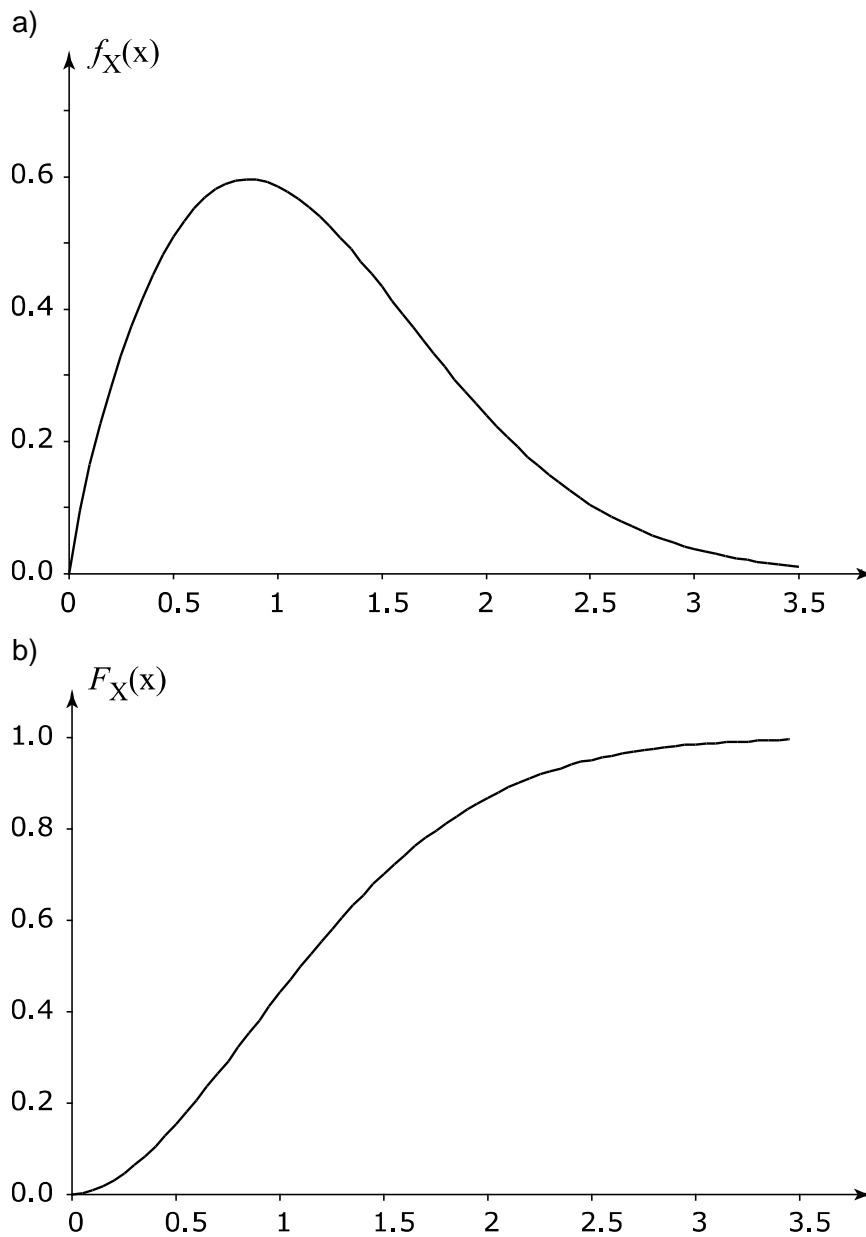


Abb. 1.1 Wahrscheinlichkeitsdichte- und Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion.

1.6 Begründen Sie, warum die Verteilungsfunktion in Abb.1.1 a keine Normalverteilung sein kann.

1.7 Geben sie an, welche Charakteristik die Schiefe der Verteilung in Abbildung 1.1a hat.

1.8 Geben Sie formell die Wahrscheinlichkeit für das grau unterlegte Ereignis in der folgenden Abbildung (Abb 1.2) an.

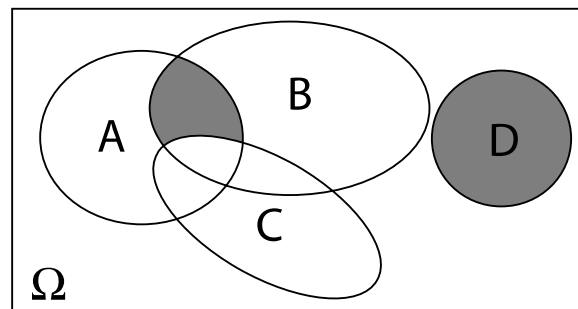


Abb. 1.2: Venn Diagramm.

1.9 Schätzen Sie den Korrelationskoeffizienten r der Datensätze X_1 und X_2 in den folgenden Abbildungen (Abb.1.3 a-d) ab.

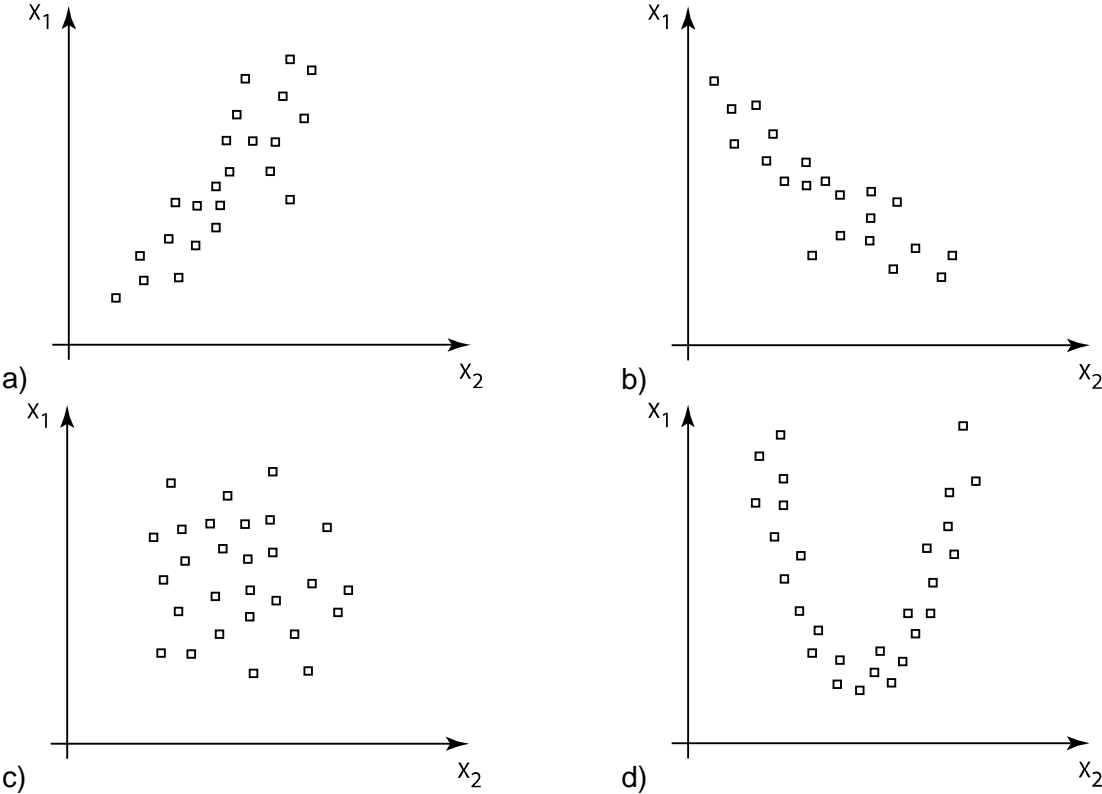


Abb. 1.3: Datensätze.

Aufgabe 2:

Schneefälle

(20 Punkte)

Sie sind beauftragt worden, die Daten einer Studie aufzubereiten und zu visualisieren. Bei den Daten handelt es sich um die maximal gemessenen Schneehöhen eines jeden Jahres im Zeitraum von 1994 bis 2005. Sie sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

- A) Visualisieren Sie die Daten mit Hilfe eines Tukey Box Plots. Verwenden Sie hierzu Abbildung 2.1. Beschriften Sie den Box-Plot.
- B) Berechnen Sie den Mittelwert, die Standardabweichung, die Schiefe und die Kurtosis des jährlichen maximalen Schneefalls aus den Daten.
- C) Welcher Verteilungstyp käme für die Modellierung des jährlichen Maximums in Frage? Begründen Sie Ihre Antwort.

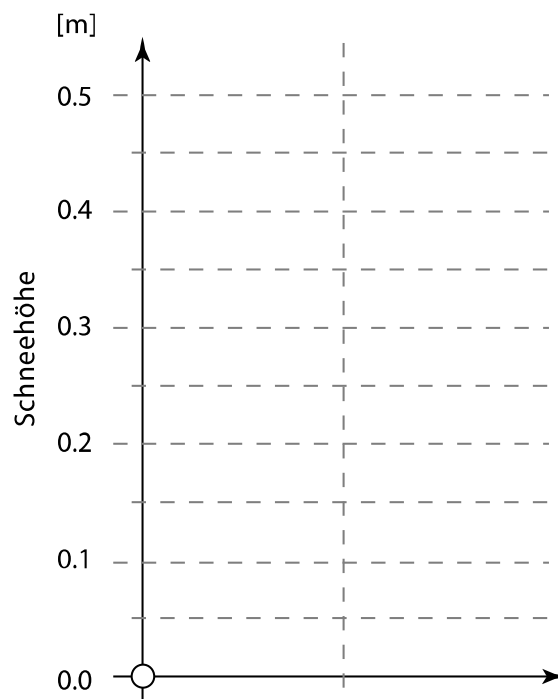


Abb. 2.1: Tukey Box Plot.

Tabelle 1: Maximale jährliche Schneehöhen der Jahre 1994-2005

Jahr	Schneehöhe [m]	sortiert				
1994	0.33	0.05				
1995	0.07	0.07				
1996	0.22	0.1				
1997	0.13	0.13				
1998	0.3	0.15				
1999	0.25	0.2				
2000	0.15	0.22				
2001	0.1	0.25				
2002	0.05	0.26				
2003	0.39	0.3				
2004	0.2	0.33				
2005	0.26	0.39				

Aufgabe 3:

Schneedichte

(20 Punkte)

Sie haben den Auftrag zu beurteilen, um welche Schneeart es sich auf einem Flachdach handelt.

Generell können zwei Typen von Schnee unterschieden werden. Trockener Schnee mit einer Raumlast von 1KN/m^3 und nasser Schnee mit einer Raumlast von 4KN/m^3 .

Der Grenzwert für die Belastung durch Schnee des Flachdaches ist mit 1.0KN/m^2 festgesetzt. Ein Messtrupp vor Ort teilt Ihnen mit, dass die Schneehöhe auf dem ebenen Flachdach exakt 40 cm beträgt. Ihr Team hat zudem unter Verwendung eines einfachen Schmelztests festgestellt, dass es sich um nassen Schnee handelt.

Als Schneeexperte wissen Sie, dass es sich bei Schneefällen in dieser Region in 75% aller Fälle um trockenen Schnee handelt.

Sie kennen die Messmethode ihres Teams und wissen, dass die verwendete Methode bei bekannter Schneeart in nur 65% der Fälle das korrekte Ergebnis liefert.

Wie gross ist, unter Berücksichtigung des Testergebnisses des Schmelztests, die Wahrscheinlichkeit, dass es sich tatsächlich um nassen Schnee handelt?

Aufgabe 4:
Schneebelastung

(10 Punkte)

Die Flächenlast (KN/m^2) aus Schnee berechnet sich aus der Schneehöhe multipliziert mit seiner Dichte. Die Dichte des Schnees kann mit 4 KN/m^3 angenommen werden. Die Messwerte der Schneehöhe der letzten 12 Jahre sind in Tabelle 2 gegeben. Die Standardabweichung der Schneehöhen ist bekannt und liegt bei 0.15 m.

Stellen Sie das 90 % Konfidenzintervall für den Mittelwert der Flächenlast aus Schnee für die gegebenen Daten (Tab.2) auf.

Tabelle 2: Maximale jährliche Schneehöhe der Jahre 1994-2005 (vgl. Tab.1).

	Jahr	Schneehöhe [m]	sortiert			
	1994	0.33	0.05			
	1995	0.07	0.07			
	1996	0.22	0.1			
	1997	0.13	0.13			
	1998	0.3	0.15			
	1999	0.25	0.2			
	2000	0.15	0.22			
	2001	0.1	0.25			
	2002	0.05	0.26			
	2003	0.39	0.3			
	2004	0.2	0.33			
	2005	0.26	0.39			

Aufgabe 5:

Schneefallhöhe

(20 Punkte)

Die jährliche maximale Schneehöhe kann durch eine Gumbelverteilung beschrieben werden.

- A) Überprüfen Sie mit Hilfe eines Wahrscheinlichkeitspapiers (Abbildung 5.1), ob dies auch für die Daten, die in Tabelle 3 gegeben sind, gilt.

Hinweis: $F_{emp}(x) = \frac{i}{n+1}$

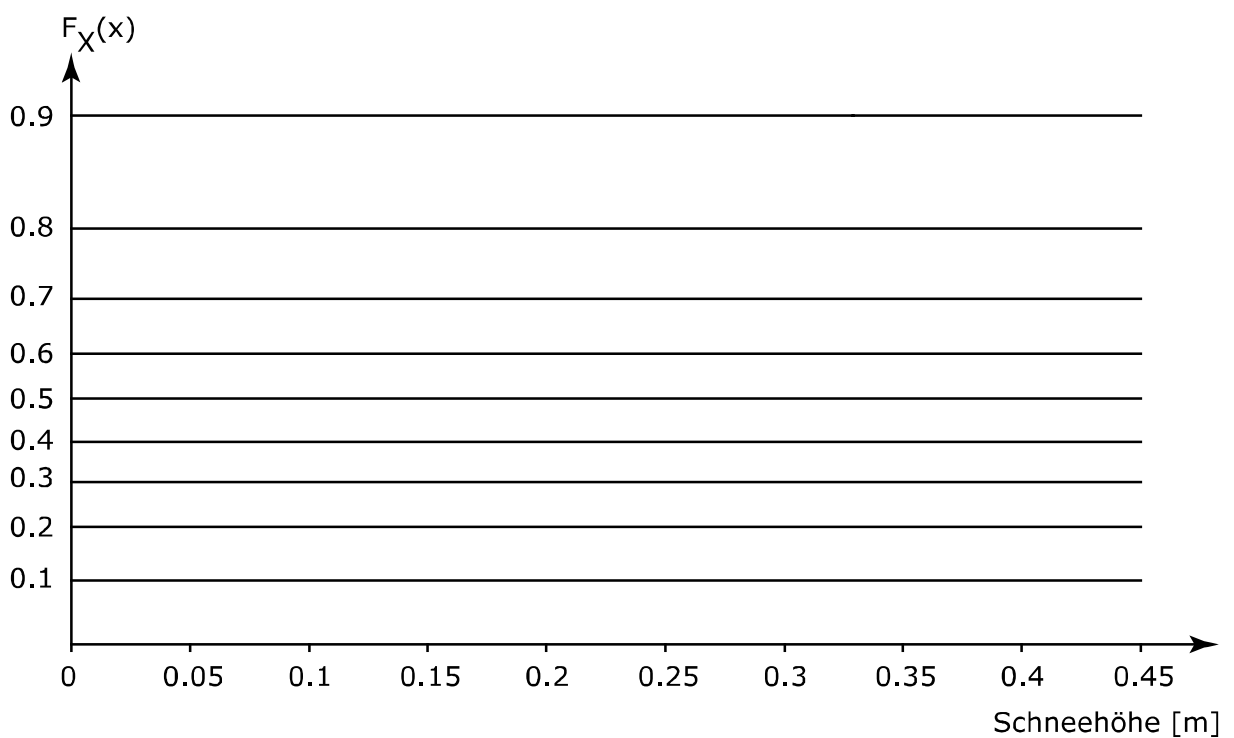


Abb. 5.1: Wahrscheinlichkeitspapier für die Gumbelverteilung.

Tabelle 3: Maximale jährliche Schneehöhe der Jahre 1994-2005 (vgl. Tab.1).

	Jahr	Schneehöhe [m]	sortiert			
	1994	0.33	0.05			
	1995	0.07	0.07			
	1996	0.22	0.1			
	1997	0.13	0.13			
	1998	0.3	0.15			
	1999	0.25	0.2			
	2000	0.15	0.22			
	2001	0.1	0.25			
	2002	0.05	0.26			
	2003	0.39	0.3			
	2004	0.2	0.33			
	2005	0.26	0.39			

B) Aus anderen Studien ist bekannt, dass der Mittelwert für die Schneefallhöhe bei 0.218 m liegt. Die Standardabweichung kann mit 0.15 m angegeben werden.

Testen Sie auf einem Signifikanzniveau von 5%, ob mit einer Gumbelverteilung (Tabelle 4) und den gegebenen Parametern die maximalen Schneehöhen pro Jahr im Untersuchungsgebiet beschrieben werden kann.

Tabelle 4: Funktionen, Momente und Parameter der Gumbelverteilung.

	Gumbelverteilung
Verteilungsfunktion	$F_x(x) = \exp(-\exp(-\alpha(x-u)))$
Momente	$\mu = u + \frac{0.5772}{\alpha}$
	$\sigma = \frac{\pi}{\alpha\sqrt{6}}$

Aufgabe 6:

Massnahmen gegen Schneelast

(25 Punkte)

Nach starken Schneefällen sollen Sie entscheiden, ob von einem Hallendach der Schnee geräumt werden soll oder nicht. Ihnen steht dabei auch die Möglichkeit zur Verfügung vorher einen Schmelztest durchzuführen. Mit Hilfe des Schmelztest erhalten sie eine Indikation auf die Feuchtigkeit des Schnees.

Entscheiden Sie, ob sie nicht räumen, räumen oder zuerst einen Schmelztest durchführen würden.

Die Kosten eines solchen Tests belaufen sich inklusive der Anreise Ihres Teams auf 1000 CHF. Die Räumung des Daches kann von der lokalen Feuerwehr übernommen werden. Dieser Einsatz wird mit 4000 CHF veranschlagt. Im Falle eines Versagens des Daches belaufen sich die Kosten auf 1.000.000 CHF.

Die Versagenswahrscheinlichkeiten für das Dach haben sie mit Hilfe der First Order Reliability Methode bereits ermittelt. Ist der Schnee trocken, so ergibt sich eine Versagenswahrscheinlichkeit von $P_f(T) = 10^{-3}$. Bei nassem Schnee erhöht sie sich auf $P_f(N) = 6.2 \cdot 10^{-3}$. Ohne Belastung aus Schnee haben Ihre Berechnungen eine Versagenswahrscheinlichkeit von $P_f(O) = 5 \cdot 10^{-4}$ ergeben.

Der Nachteil des Schmelztestes ist, dass er nur in 75% aller Fälle das korrekte Ergebnis bei bekannter Schneeart anzeigt (Indikation I). Sie haben grosse Erfahrungen in der Beurteilung von Schnee und schätzen, dass es sich mit einer Wahrscheinlichkeit von 60% um nassen Schnee handelt.

Der Entscheidungsbaum ist bereits in Abbildung 6.1 gegeben.

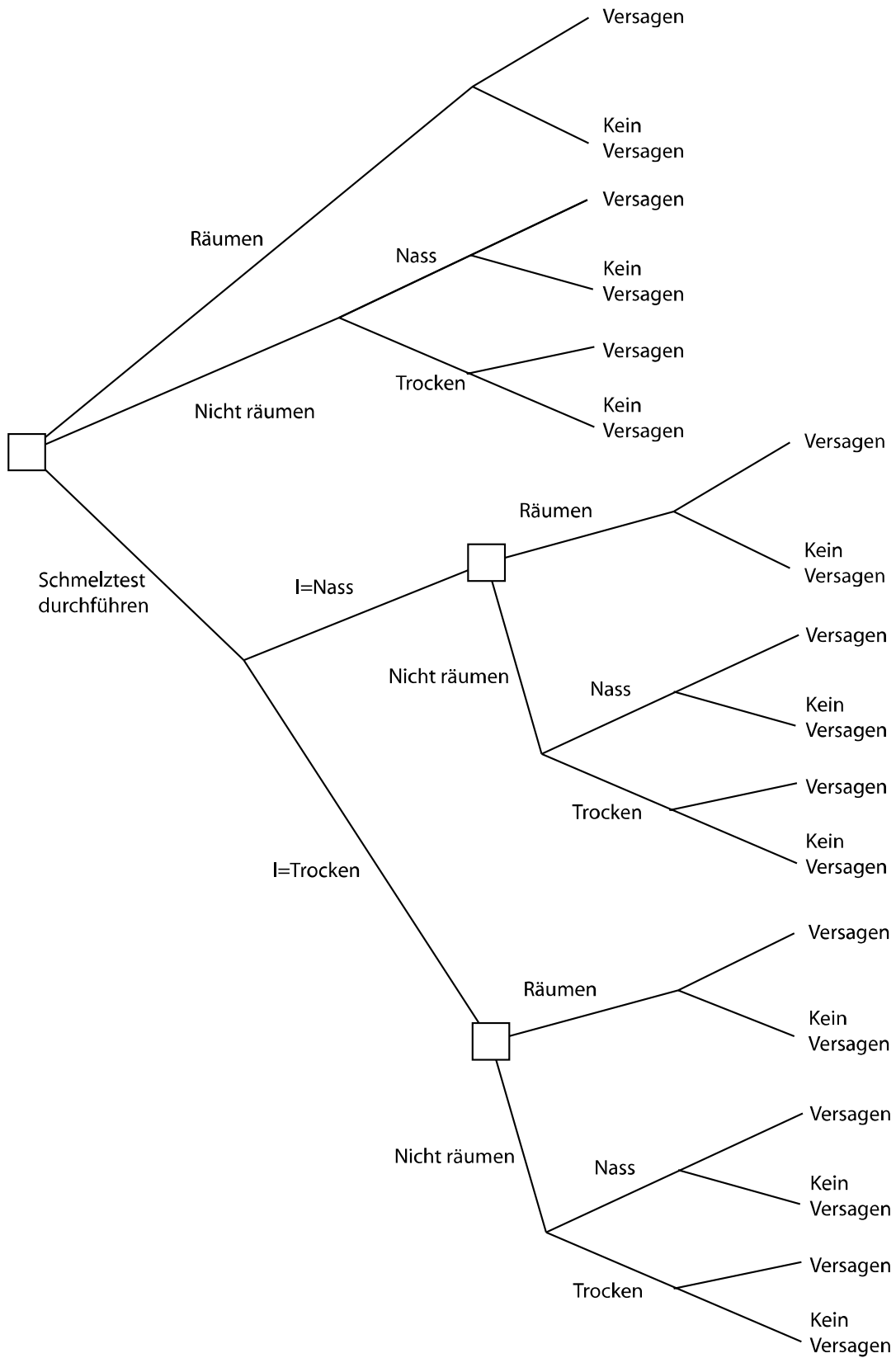
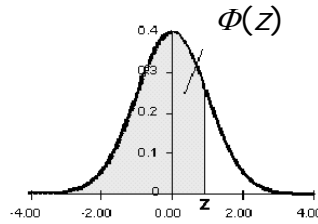


Abb. 6.1: Entscheidungsbaum

Anhang: Tabellen

Anhang 1: Verteilungsfunktion $\Phi(z)$ der standardisierten Normalverteilung.



z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0.00	0.5000	0.50	0.6915	1.00	0.8413	1.50	0.9332
0.01	0.5040	0.51	0.6950	1.01	0.8438	1.51	0.9345
0.02	0.5080	0.52	0.6985	1.02	0.8461	1.52	0.9357
0.03	0.5120	0.53	0.7019	1.03	0.8485	1.53	0.9370
0.04	0.5160	0.54	0.7054	1.04	0.8508	1.54	0.9382
0.05	0.5199	0.55	0.7088	1.05	0.8531	1.55	0.9394
0.06	0.5239	0.56	0.7123	1.06	0.8554	1.56	0.9406
0.07	0.5279	0.57	0.7157	1.07	0.8577	1.57	0.9418
0.08	0.5319	0.58	0.7190	1.08	0.8599	1.58	0.9429
0.09	0.5359	0.59	0.7224	1.09	0.8621	1.59	0.9441
0.10	0.5398	0.60	0.7257	1.10	0.8643	1.60	0.9452
0.11	0.5438	0.61	0.7291	1.11	0.8665	1.61	0.9463
0.12	0.5478	0.62	0.7324	1.12	0.8686	1.62	0.9474
0.13	0.5517	0.63	0.7357	1.13	0.8708	1.63	0.9484
0.14	0.5557	0.64	0.7389	1.14	0.8729	1.64	0.9495
0.15	0.5596	0.65	0.7422	1.15	0.8749	1.65	0.9505
0.16	0.5636	0.66	0.7454	1.16	0.8770	1.66	0.9515
0.17	0.5675	0.67	0.7486	1.17	0.8790	1.67	0.9525
0.18	0.5714	0.68	0.7517	1.18	0.8810	1.68	0.9535
0.19	0.5753	0.69	0.7549	1.19	0.8830	1.69	0.9545
0.20	0.5793	0.70	0.7580	1.20	0.8849	1.70	0.9554
0.21	0.5832	0.71	0.7611	1.21	0.8869	1.80	0.9641
0.22	0.5871	0.72	0.7642	1.22	0.8888	1.90	0.9713
0.23	0.5910	0.73	0.7673	1.23	0.8907	2.00	0.9772
0.24	0.5948	0.74	0.7704	1.24	0.8925	2.10	0.9821
0.25	0.5987	0.75	0.7734	1.25	0.8944	2.20	0.9861
0.26	0.6026	0.76	0.7764	1.26	0.8962	2.30	0.9893
0.27	0.6064	0.77	0.7794	1.27	0.8980	2.40	0.9918
0.28	0.6103	0.78	0.7823	1.28	0.8997	2.50	0.9938
0.29	0.6141	0.79	0.7852	1.29	0.9015	2.60	0.9953
0.30	0.6179	0.80	0.7881	1.30	0.9032	2.70	0.9965
0.31	0.6217	0.81	0.7910	1.31	0.9049	2.80	0.9974
0.32	0.6255	0.82	0.7939	1.32	0.9066	2.90	0.9981
0.33	0.6293	0.83	0.7967	1.33	0.9082	3.00	0.9987
0.34	0.6331	0.84	0.7995	1.34	0.9099	3.10	0.9990
0.35	0.6368	0.85	0.8023	1.35	0.9115	3.20	0.99931
0.36	0.6406	0.86	0.8051	1.36	0.9131	3.30	0.99952
0.37	0.6443	0.87	0.8078	1.37	0.9147	3.40	0.99966
0.38	0.6480	0.88	0.8106	1.38	0.9162	3.50	0.99977
0.39	0.6517	0.89	0.8133	1.39	0.9177	3.60	0.99984
0.40	0.6554	0.90	0.8159	1.40	0.9192	3.70	0.99989
0.41	0.6591	0.91	0.8186	1.41	0.9207	3.80	0.99993
0.42	0.6628	0.92	0.8212	1.42	0.9222	3.90	0.999952
0.43	0.6664	0.93	0.8238	1.43	0.9236	4.00	0.999968
0.44	0.6700	0.94	0.8264	1.44	0.9251	4.10	0.999979
0.45	0.6736	0.95	0.8289	1.45	0.9265	4.20	0.999987
0.46	0.6772	0.96	0.8315	1.46	0.9279	4.30	0.999991
0.47	0.6808	0.97	0.8340	1.47	0.9292	4.40	0.999995
0.48	0.6844	0.98	0.8365	1.48	0.9306	4.50	0.9999966
0.49	0.6879	0.99	0.8389	1.49	0.9319	5.00	0.9999997

Anhang 2: *Chi-Quadrat-Verteilung, $f = \text{Freiheitsgrad}$*

f	$\chi^2_{F=0.01}$	$\chi^2_{F=0.05}$	$\chi^2_{F=0.10}$	$\chi^2_{F=0.25}$	$\chi^2_{F=0.50}$	$\chi^2_{F=0.75}$	$\chi^2_{F=0.90}$ $\alpha=10\%$	$\chi^2_{F=0.95}$ $\alpha=5\%$	$\chi^2_{F=0.99}$ $\alpha=1\%$	$\chi^2_{F=0.995}$	$\chi^2_{F=0.999}$
1	0.0002	0.0039	0.0158	0.1015	0.4549	1.3233	2.7055	3.8415	6.6349	7.8794	10.8274
2	0.0201	0.1026	0.2107	0.5754	1.3863	2.7726	4.6052	5.9915	9.2104	10.5965	13.8150
3	0.1148	0.3518	0.5844	1.2125	2.3660	4.1083	6.2514	7.8147	11.3449	12.8381	16.2660
4	0.2971	0.7107	1.0636	1.9226	3.3567	5.3853	7.7794	9.4877	13.2767	14.8602	18.4662
5	0.5543	1.1455	1.6103	2.6746	4.3515	6.6257	9.2363	11.0705	15.0863	16.7496	20.5147
6	0.8721	1.6354	2.2041	3.4546	5.3481	7.8408	10.6446	12.5916	16.8119	18.5475	22.4575
7	1.2390	2.1673	2.8331	4.2549	6.3458	9.0371	12.0170	14.0671	18.4753	20.2777	24.3213
8	1.6465	2.7326	3.4895	5.0706	7.3441	10.2189	13.3616	15.5073	20.0902	21.9549	26.1239
9	2.0879	3.3251	4.1682	5.8988	8.3428	11.3887	14.6837	16.9190	21.6660	23.5893	27.8767
10	2.5582	3.9403	4.8652	6.7372	9.3418	12.5489	15.9872	18.3070	23.2093	25.1881	29.5879
11	3.0535	4.5748	5.5778	7.5841	10.3410	13.7007	17.2750	19.6752	24.7250	26.7569	31.2635
12	3.5706	5.2260	6.3038	8.4384	11.3403	14.8454	18.5493	21.0261	26.2170	28.2997	32.9092
13	4.1069	5.8919	7.0415	9.2991	12.3398	15.9839	19.8119	22.3620	27.6882	29.8193	34.5274
14	4.6604	6.5706	7.7895	10.1653	13.3393	17.1169	21.0641	23.6848	29.1412	31.3194	36.1239
15	5.2294	7.2609	8.5468	11.0365	14.3389	18.2451	22.3071	24.9958	30.5780	32.8015	37.6978
16	5.8122	7.9616	9.3122	11.9122	15.3385	19.3689	23.5418	26.2962	31.9999	34.2671	39.2518
17	6.4077	8.6718	10.0852	12.7919	16.3382	20.4887	24.7690	27.5871	33.4087	35.7184	40.7911
18	7.0149	9.3904	10.8649	13.6753	17.3379	21.6049	25.9894	28.8693	34.8052	37.1564	42.3119
19	7.6327	10.1170	11.6509	14.5620	18.3376	22.7178	27.2036	30.1435	36.1908	38.5821	43.8194
20	8.2604	10.8508	12.4426	15.4518	19.3374	23.8277	28.4120	31.4104	37.5663	39.9969	45.3142
21	8.8972	11.5913	13.2396	16.3444	20.3372	24.9348	29.6151	32.6706	38.9322	41.4009	46.7963
22	9.5425	12.3380	14.0415	17.2396	21.3370	26.0393	30.8133	33.9245	40.2894	42.7957	48.2676
23	10.1957	13.0905	14.8480	18.1373	22.3369	27.1413	32.0069	35.1725	41.6383	44.1814	49.7276
24	10.8563	13.8484	15.6587	19.0373	23.3367	28.2412	33.1962	36.4150	42.9798	45.5584	51.1790
25	11.5240	14.6114	16.4734	19.9393	24.3366	29.3388	34.3816	37.6525	44.3140	46.9280	52.6187
26	12.1982	15.3792	17.2919	20.8434	25.3365	30.4346	35.5632	38.8851	45.6416	48.2898	54.0511
27	12.8785	16.1514	18.1139	21.7494	26.3363	31.5284	36.7412	40.1133	46.9628	49.6450	55.4751
28	13.5647	16.9279	18.9392	22.6572	27.3362	32.6205	37.9159	41.3372	48.2782	50.9936	56.8918
29	14.2564	17.7084	19.7677	23.5666	28.3361	33.7109	39.0875	42.5569	49.5878	52.3355	58.3006
30	14.9535	18.4927	20.5992	24.4776	29.3360	34.7997	40.2560	43.7730	50.8922	53.6719	59.7022
40	22.1642	26.5093	29.0505	33.6603	39.3353	45.6160	51.8050	55.7585	63.6908	66.7660	73.4029
50	29.7067	34.7642	37.6886	42.9421	49.3349	56.3336	63.1671	67.5048	76.1538	79.4898	86.6603
60	37.4848	43.1880	46.4589	52.2938	59.3347	66.9815	74.3970	79.0820	88.3794	91.9518	99.6078
70	45.4417	51.7393	55.3289	61.6983	69.3345	77.5766	85.5270	90.5313	100.4251	104.2148	112.3167
80	53.5400	60.3915	64.2778	71.1445	79.3343	88.1303	96.5782	101.8795	112.3288	116.3209	124.8389
90	61.7540	69.1260	73.2911	80.6247	89.3342	98.6499	107.5650	113.1452	124.1162	128.2987	137.2082
100	70.0650	77.9294	82.3581	90.1332	99.3341	109.1412	118.4980	124.3421	135.8069	140.1697	149.4488

Anhang 3: Kolmogorow-Smirnow-Testgrösse

n	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.02$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.2$
1	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900
2	0.929	0.900	0.842	0.776	0.684
3	0.829	0.785	0.708	0.636	0.565
4	0.734	0.689	0.624	0.565	0.493
5	0.669	0.627	0.563	0.509	0.447
6	0.617	0.577	0.519	0.468	0.410
7	0.576	0.538	0.483	0.436	0.381
8	0.542	0.507	0.454	0.410	0.358
9	0.513	0.480	0.430	0.387	0.339
10	0.489	0.457	0.409	0.369	0.323
11	0.468	0.437	0.391	0.352	0.308
12	0.449	0.419	0.375	0.338	0.296
13	0.432	0.404	0.361	0.325	0.285
14	0.418	0.390	0.349	0.314	0.275
15	0.404	0.377	0.338	0.304	0.266
16	0.392	0.366	0.327	0.295	0.258
17	0.381	0.355	0.318	0.286	0.250
18	0.371	0.346	0.309	0.279	0.244
19	0.361	0.337	0.301	0.271	0.237
20	0.352	0.329	0.294	0.265	0.232
21	0.344	0.321	0.287	0.259	0.226
22	0.337	0.314	0.281	0.253	0.221
23	0.330	0.307	0.275	0.247	0.216
24	0.323	0.301	0.269	0.242	0.212
25	0.317	0.295	0.264	0.238	0.208
26	0.311	0.290	0.259	0.233	0.204
27	0.305	0.284	0.254	0.229	0.200
28	0.300	0.279	0.250	0.225	0.197
29	0.295	0.275	0.246	0.221	0.193
30	0.290	0.270	0.242	0.218	0.190
31	0.285	0.266	0.238	0.214	0.187
32	0.281	0.262	0.234	0.211	0.184
33	0.277	0.258	0.231	0.208	0.182
34	0.273	0.254	0.227	0.205	0.179
35	0.269	0.251	0.224	0.202	0.177
36	0.265	0.247	0.221	0.199	0.174
37	0.262	0.244	0.218	0.196	0.172
38	0.255	0.241	0.215	0.194	0.170
39	0.252	0.238	0.213	0.191	0.168
40	0.249	0.235	0.210	0.189	0.165
$n > 40$	$1.63/\sqrt{n}$	$1.52/\sqrt{n}$	$1.36/\sqrt{n}$	$1.22/\sqrt{n}$	$1.07/\sqrt{n}$