Basisprüfung / 1. VD Prüfung
Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung
Herbst 2006

Prof. Dr. M.H. Faber

ETH Zürich

06. Oktober 2006
14:00 – 16:00

Name: ....

Vorname: ....

Stud. Nr.: ....

Studiengang: ....

1. VD Prüfung: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung Bau-, Umwelt- und Geomatikingenieurwissenschaften

Datum und Dauer:

Freitag, 06. Oktober 2006
Beginn: 14:00 Uhr
Zeitdauer: 120 Minuten

Hilfsmittel:

- Alle Unterlagen (Skripte, Bücher, andere Ausdrucke, etc.) erlaubt.
- Taschenrechner (nicht programmierbar, ohne Kommunikationsmittel) erlaubt.
- Keine Kommunikationsmittel (z.B. Natel) erlaubt.

Administratives:

- Bitte legen Sie Ihre Legi vor sich auf den Tisch.
- **Alle** Lösungsblätter müssen mit Namen, Vornamen und Studiengang versehen werden.
- **Nur** die zur Verfügung gestellten Blätter dürfen verwendet werden.
- Verwenden Sie für jede Aufgabe einen neuen Papierbogen.
- Legen Sie am Ende der Prüfung alle Aufgaben- und Lösungsblätter in das Couvert zurück und lassen Sie dieses am Platz liegen.

Inhalt der Prüfung:

Inhalt	Aufgaben	Seite	Punkte
Aufgabe 1	Beschreibende Statistik	3	25
Aufgabe 2	Testen von Hypothesen	7	25
Aufgabe 3	Satz von Bayes	9	15
Aufgabe 4	Parameterschätzung und Güte der Anpassung	10	35
Aufgabe 5	Versagenswahrscheinlichkeit	12	20
Anhang	Tabellen	14	-
	Glossary	16	-
			120

Hinweise:

- Die Prüfung ist so konzipiert, dass alle Aufgaben 1 bis 5 gelöst werden sollen.
- Geben Sie **alle 16** Aufgabenblätter und **alle** Lösungsbögen ab.
- Bitte kontrollieren Sie zu Beginn der Prüfung, ob Ihre Unterlagen vollständig sind. Konzeptpapier ist nicht mit abzugeben und wird bei der Korrektur nicht berücksichtigt.
- Wenn Ihnen für einen Aufgabenteil ein Zwischenresultat fehlt, **treffen Sie eine sinnvolle Annahme und markieren Sie diese deutlich.** Sie können die Aufgabe mit Ihrer Annahme zu Ende lösen.
- Alle Aufgaben und Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar.
- Während der 15-minütigen Einlesezeit dürfen die Lösungsbögen nicht beschrieben werden.

Couvertinhalt:

- Allgemeine Informationen, Aufgabenstellungen, Glossary und Anhänge zur Klausur (**16** Seiten).
- **5** Papierbögen (kariert, gestempelt) und Konzeptpapier (weiss).

Aufgabe 1:

Beschreibende Statistik (25 Punkte)

Die Erforschung der globalen Erwärmung ist ein bedeutendes Wissenschaftsgebiet. An einer Konferenz zum Thema globale Erwärmung präsentiert ein Forscher Temperaturdaten.

A) Der Forscher hat ein Q-Q-Plot erstellt, in dem die Quantilwerte der globalen jährlichen Mittelwerte der Oberflächentemperatur während der ersten Hälfte des letzten Jahrhunderts (1900-1949) den Quantilwerten der Temperaturen der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts (1950-1999) gegenübergestellt sind. Der Q-Q-Plot ist in Abbildung 1.1 dargestellt. Kommentieren Sie mit Hilfe der Abbildung 1.1 die Temperaturveränderung in der zweiten Jahrhunderthälfte.

B) Des Weiteren untersucht der Forscher die Korrelation zwischen dem jährlichen globalen Minimum und dem jährlichen globalen Maximum der monatlichen Mittelwerte der Oberflächentemperaturen. Kommentieren Sie ohne Berechnung diese Korrelation mit Hilfe der Abbildung 1.2.

C) Die in der Abbildung 1.2 dargestellten Daten sind in der Tabelle 1.1 zusammengestellt. Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten aus den Daten in Tabelle 1.1 und kommentieren Sie ihn.

D) Tabelle 1.2 zeigt die mittleren Jahrestemperaturen der letzten 20 Jahre für Zürich und Global. Visualisieren Sie die beiden Datensätze mit Hilfe eines Tukey-Box-Plots, indem Sie die zugehörigen Werte berechnen und an der entsprechenden Stelle im Tukey-Box-Plot eintragen. Verwenden Sie Abbildung 1.3 für Ihren Tukey-Box Plot. Diskutieren Sie die Symmetrie und die Schiefe der Temperaturverteilung für beide Datensätze.

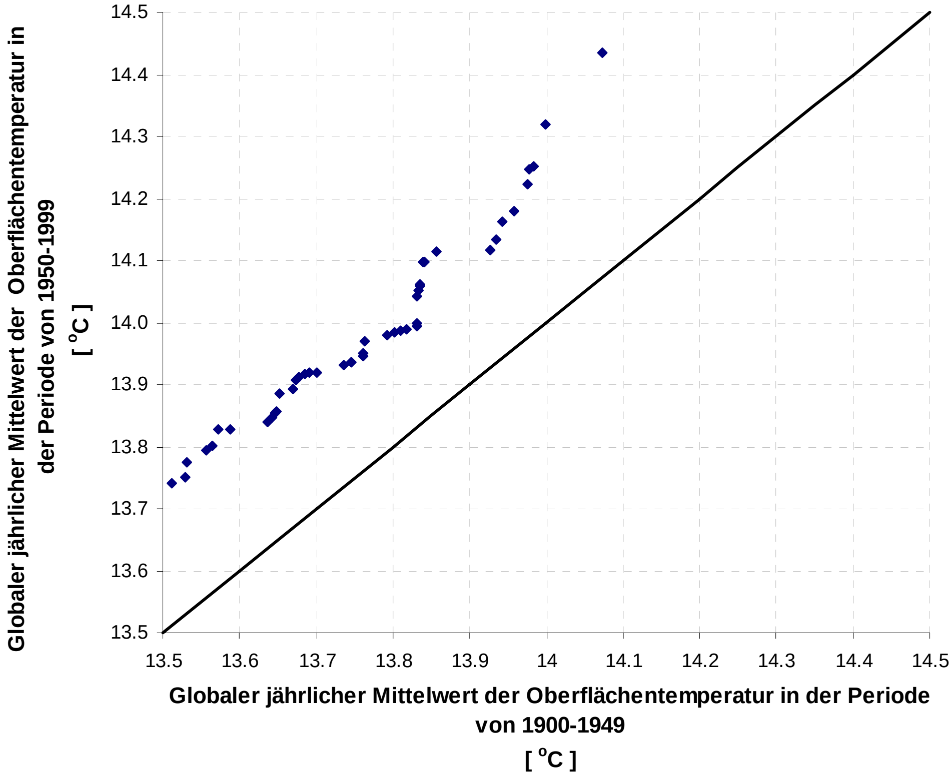


Abbildung 1.1: Q-Q-Plot der jährlichen globalen Mittelwerte der Oberflächentemperatur.

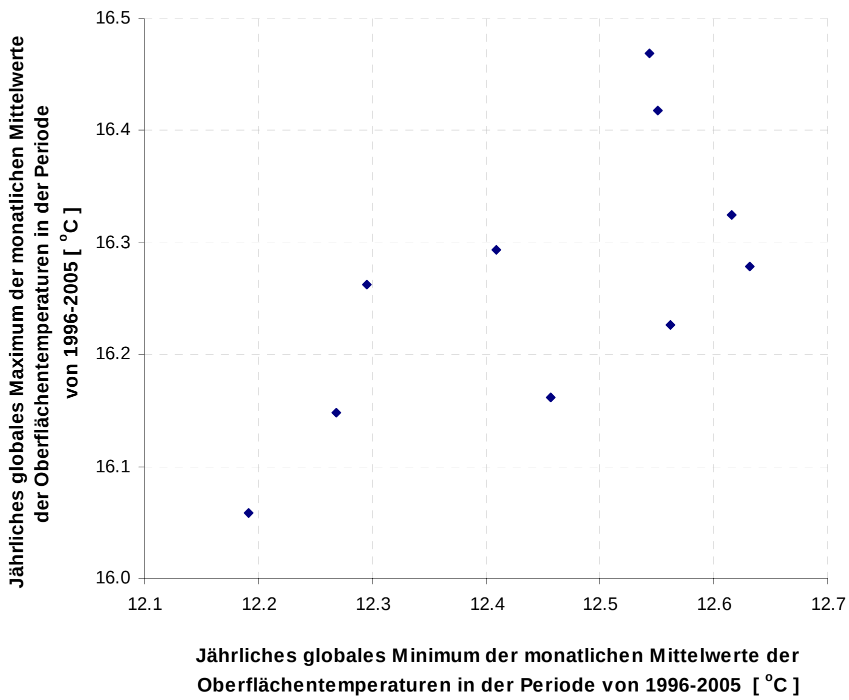


Abbildung 1.2: Jährliches globales Minimum und Maximum der monatlichen Mittelwerte der Oberflächentemperaturen.

Tabelle 1.1: Jährliches globales Minimum und Maximum der monatlichen Mittelwerte der Oberflächentemperaturen der letzten 10 Jahren sowie der Mittelwert und die nicht erwartungstreue Stichprobenvarianz.

	Minimum	Maximum			
	12.19	16.06			
	12.30	16.26			
	12.54	16.47			
	12.46	16.16			
	12.27	16.15			
	12.41	16.29			
	12.62	16.32			
	12.63	16.28			
	12.56	16.23			
	12.55	16.42			
Stichprobenmittelwert $\overline{x}$	12.45	16.26			
Stichprobenvarianz σ_X^2	0.0217	0.0137			

Tabelle 1.2: Mittlere jährliche Oberflächentemperaturen in Zürich und Global in den letzten 20 Jahren (geordnet).

Nr.	Zürich [°C]	Global [°C]
1	8.23	13.99
2	8.33	14.04
3	8.39	14.05
4	8.87	14.06
5	9.11	14.11
6	9.24	14.12
7	9.25	14.13
8	9.42	14.16
9	9.43	14.18
10	9.45	14.22
11	9.48	14.22
12	9.50	14.25
13	9.54	14.25
14	9.59	14.32
15	9.63	14.35
16	9.70	14.39
17	10.23	14.42
18	10.37	14.42
19	10.39	14.44
20	10.47	14.47

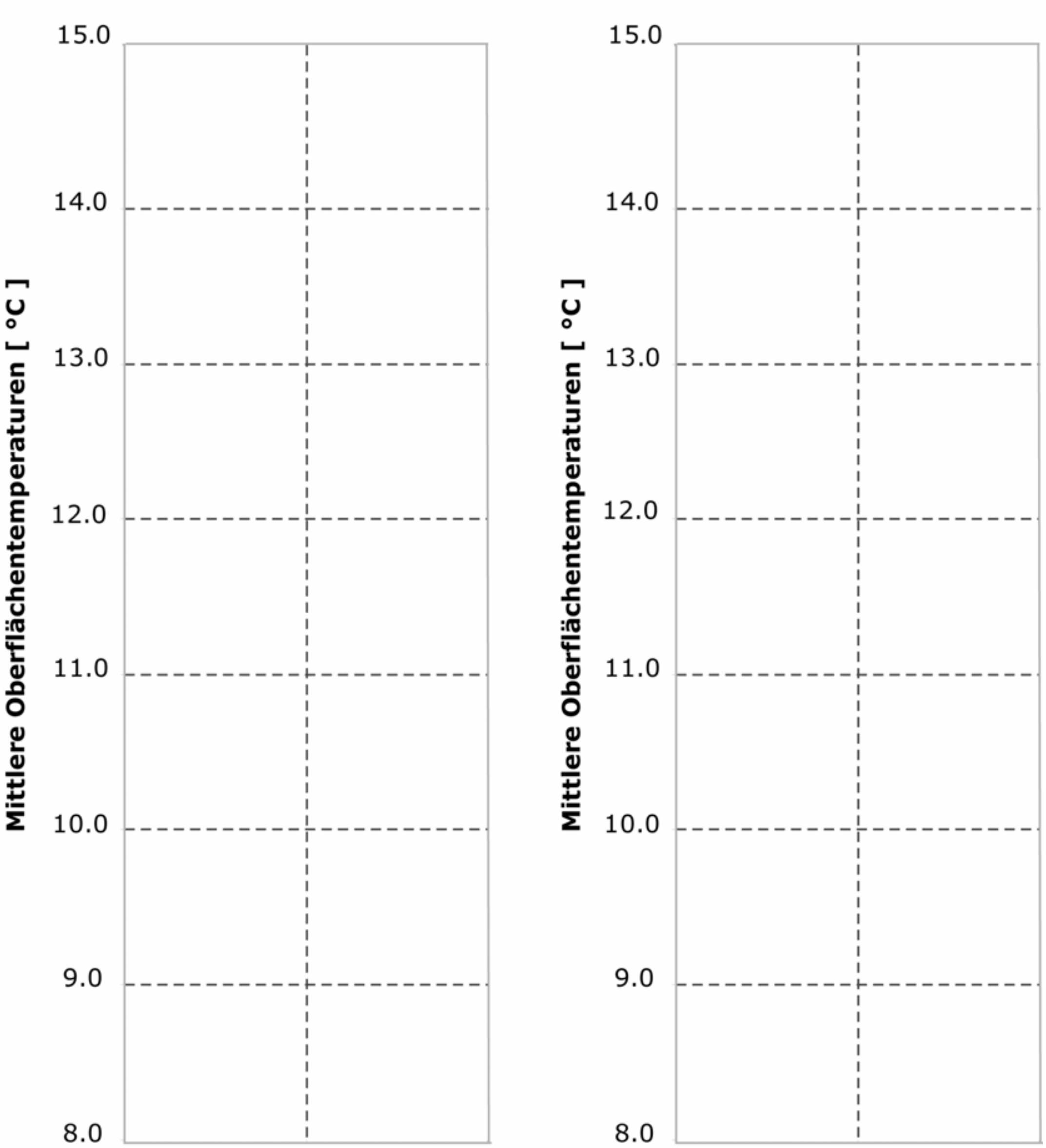


Abbildung 1.3: Tukey-Box Plot für die mittleren jährlichen Oberflächentemperaturen (Zürich (links); Global (rechts)).

Aufgabe 2:
Testen von Hypothesen (25 Punkte)

Aufgrund der globalen Erwärmung wird eine Zunahme der Intensität von Taifunen erwartet. Die Intensität der Taifune kann durch die Windgeschwindigkeiten repräsentiert werden.

Es soll untersucht werden, ob der Unterschied des langjährigen Mittels der jährlichen maximalen Windgeschwindigkeiten der Periode von 1971-1990 verglichen mit der Periode 1991-2005 signifikant ist.

Es wird angenommen, dass die jährlichen maximalen Windgeschwindigkeiten in der jeweiligen Periode stationär sind. Des Weiteren wird angenommen, dass die Werte in jeder Periode normalverteilt sind. Die Standardabweichung ist bekannt und liegt bei 10 m/s.

Die maximalen jährlichen Windgeschwindigkeiten in der ersten Periode (1971-1990) werden durch die Zufallsvariable X, mit einem Mittelwert μ_X und einer Standardabweichung σ_X, repräsentiert.

Die maximalen jährlichen Windgeschwindigkeiten in der zweiten Periode (1991-2005) werden durch die Zufallsvariable Y, mit einem Mittelwert μ_Y und einer Standardabweichung σ_Y, repräsentiert.

A) Bearbeiten Sie die folgenden fünf Punkte.

1. Formulieren Sie die Null-Hypothese mit den vorangehend definierten mathematischen Symbolen.

2. Seien $X_1, X_2, ..., X_{20}$ und $Y_1, Y_2, ..., Y_{15}$ die Stichproben aus X beziehungsweise Y. Es wird angenommen, dass die Stichproben unabhängig sind. Die Stichprobenstatistik D im Hypothesentest kann definiert werden als:

$$D = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20} X_i - \frac{1}{15}\sum_{i=1}^{15} Y_i$$

Geben Sie den Mittelwert und die Standardabweichung der Stichprobenstatistik D für die gegebene Nullhypothese an.

3. Die Entscheidungsregel für die Annahme der Null-Hypothese kann durch $-\Delta < D < \Delta$ repräsentiert werden. Bestimmen Sie den Wert von Δ unter der Annahme eines Signifikanzniveaus von $\alpha = 5\%$.

4. Berechnen Sie die Stichprobenstatistik D für die Beobachtungen, die in der Tabelle 2.1 gegeben sind.

5. Beurteilen Sie die Null-Hypothese.

Tabelle 2.1: Beobachtungen der maximalen jährlichen Windgeschwindigkeiten.

Jahr	**Windgeschwindigkeit (m/s)**	**Jahr**	**Windgeschwindigkeit (m/s)**
1971	22.9	1991	9.0
1972	6.6	1992	27.6
1973	27.1	1993	14.4
1974	36.2	1994	39.2
1975	13.1	1995	16.9
1976	28.6	1996	30.3
1977	32.5	1997	27.2
1978	4.1	1998	15.8
1979	5.6	1999	3.3
1980	25.7	2000	24.4
1981	16.0	2001	14.9
1982	26.9	2002	31.1
1983	28.2	2003	30.1
1984	27.1	2004	41.9
1985	32.9	2005	30.9
1986	26.7		
1987	31.9		
1988	8.0		
1989	19.8		
1990	18.4		

Aufgabe 3:
Satz von Bayes (15 Punkte)

In Zürich ist es Tradition, das Wetter für den bevorstehenden Sommer mit Hilfe des Böögg vorauszusagen. Die Zeit, die der Böögg von Anzünden des Scheiterhaufens bis zur Explosion des Kopfes braucht, dient als Indikator für das Sommerwetter.

Das Sommerwetter kann in drei Kategorien aufgeteilt werden: „heiss", „mild" und „kalt". Aus historischen Daten ist ersichtlich, dass die Wahrscheinlichkeit für einen heissen Sommer (bezeichnet mit H) gleich 0.3, für einen milden Sommer (bezeichnet mit M) gleich 0.5 und für einen kalten Sommer (bezeichnet mit C) gleich 0.2 ist.

Die bedingte Wahrscheinlichkeit für die Brenndauer des Böögg (I_1, I_2 und I_3) bei gegebenem Sommerwetter (H, M und C) wurde ebenfalls aus historischen Daten ermittelt. Diese bedingten Wahrscheinlichkeiten sind in Tabelle 3.1 angegeben.

In diesem Jahr explodiert der Böögg nach 10 Minuten und 28 Sekunden. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für einen „heissen", „milden" oder „kalten" Sommer.

Tabelle 3.1: Bedigte Wahrscheinlichkeit für die Brenndauer des Böög (I_i) bei gegebenem Sommerwetter.

	H : Heiss	M : Mild	C : Kalt
I_1 : Weniger als 10 min	0.8	0.2	0.1
I_2 : Zwischen 10 und 20 min	0.1	0.5	0.4
I_3 : Länger als 20 min	0.1	0.3	0.5

Aufgabe 4:
Parameterschätzung und Güte der Anpassung (35 Punkte)

Durch den Rückzug des Permafrosts treten an einer bisher ungefährlichen Stelle in den Alpen vermehrt Steinschläge auf. Um Schutzmassnahmen planen zu können, wird die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der Volumen der Steine benötigt. Aus den Beobachtungen dieses Jahres soll der Parameter b der Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion geschätzt werden. Die kleinsten auftretenden Steine haben das Volumen von $v_{\lim} = 0.05\, m^3$. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion sind durch

$$f_V(v) = b\; v_{\lim}^b \; v^{-b-1} \quad v_{\lim} < v \;,\; b > 1$$

$$F_V(v) = 1 - v^{-b}\, v_{\lim}^b$$

gegeben. Die Volumen der Steinschläge, die dieses Jahr beobachtet wurden, sind in Tabelle 4.1 angegeben.

A) Schätzen Sie den Parameter b mit der *Maximum Likelihood Methode*. Stellen Sie dafür zunächst die Log-Likelihoodfunktion auf. Ermitteln Sie analytisch das Maximum der Log-Likelihoodfunktion für den Parameter b. Schätzen Sie anschliessend den Parameter b unter Verwendung der in Tabelle 4.1 gegebenen Daten.

B) Schätzen Sie den Parameter b mit der *Methode der Momente.* Ermitteln Sie hierzu zuerst analytisch das erste Moment der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (siehe Hinweise). Ermitteln Sie dann das erste Moment aus den gegebenen Steinschlagdaten (Tab. 4.1) und schätzen Sie den Parameter b.

C) Um die Güte der Anpassung zu testen, kann der Kolmogorov-Smirnov Test oder der χ^2-Test verwendet werden. Geben Sie einen Grund an, weshalb in diesem Fall nur der χ^2-Test verwendet werden kann.

D) Testen Sie die Güte der Anpassung der Verteilung mit dem $\chi^2 -$Test auf einem Signifikanzniveau von 5%. Verwenden Sie für die Verteilung den in A) geschätzten Parameter. Für die Berechungen kann die Tabelle 4.2 verwendet werden. Sollten Sie den Aufgabenteil A) nicht bearbeitet haben, nehmen Sie an, dass der Parameter aus den Daten zu $b = 1.6$ geschätzt wurde.

Hinweise:

$$\int \frac{1}{x^b}\, dx = \frac{1}{(1-b)\cdot x^{b-1}} \quad x > 0, \quad b > 1$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{b}{(1-b)\, x^{b-1}} = 0, \quad b > 1$$

Tabelle 4.1: Volumen der beobachteten Steinschläge.

Steinschlag Nr.	$v_i\,[m^3]$		
1	0.054		
2	0.064		
3	0.067		
4	0.072		
5	0.074		
6	0.074		
7	0.075		
8	0.075		
9	0.079		
10	0.079		
11	0.081		
12	0.082		
13	0.082		
14	0.091		
15	0.094		
16	0.109		
17	0.120		
18	0.127		
19	0.137		
20	0.148		
21	0.151		
22	0.174		
23	0.202		
24	0.365		
25	0.369		
26	0.392		
27	1.043		

Tabelle 4.2: Berechnungstabelle für den χ^2-Test.

Intervall	Bereich $[m^3]$				
1	$]0.05, 0.08]$				
2	$]0.08, 0.11]$				
3	$]0.11, 0.2]$				
4	$]0.2, \infty]$				

Aufgabe 5:
Versagenswahrscheinlichkeit (20 Punkte)

Eine Auswirkung der Klimaveränderung ist, dass es vermehrt extreme Schneeereignisse gibt. Ihnen wurde der Auftrag erteilt, die jährliche Versagenswahrscheinlichkeit P_f eines Flachdaches infolge von Schneebelastungen neu zu berechnen. Es kann angenommen werden, dass das jährliche Maximum der Belastung durch eine Zufallsvariable S und der Widerstand durch die Zufallsvariable R beschrieben werden kann.
Sie haben für den Widerstand $R\left[kN/m^2\right]$ die folgende Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ermittelt:

$$f_R(r)=\begin{cases} 0 & r\leq 0.84 \\ 0.222(r-0.84) & 0.84<r\leq 3.84 \\ 0 & 3.84<r \end{cases}$$

Approximativ kann für das jährliche Maximum der Einwirkung $S\left[kN/m^2\right]$ die folgende Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion angenommen werden:

$$f_S(s)=\begin{cases} 0 & s<0.54 \\ 2.667 & 0.54\leq s<0.84 \\ 0.667 & 0.84\leq s<1.14 \\ 0 & 1.14\leq s \end{cases}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Widerstandes R und der Einwirkung S sind in Abbildung 5.1 dargestellt. Die Einwirkung S und der Widerstand R können als unabhängig voneinander angenommen werden. Der Mittelwert und die Standardabweichung der Einwirkung und des Widerstandes betragen in $\left[kN/m^2\right]$:

$\mu_R=2.84$, $\sigma_R=0.7071$
$\mu_S=0.75$, $\sigma_S=0.148$

A) Berechnen Sie die jährliche Versagenswahrscheinlichkeit P_f des Flachdaches (siehe auch Hinweis).

B) Berechnen Sie die jährliche Versagenswahrscheinlichkeit P_f unter der Annahme, dass der Widerstand R und das jährliche Maximum der Einwirkung S normalverteilt sind und die gleichen Verteilungsparameter ($\mu_S,\sigma_S,\mu_R,\sigma_R$) wie die Verteilungen in Aufgabenteil **A)** haben (siehe Abb. 5.2). Die Einwirkung und der Widerstand können als unabhängig voneinander betrachtet werden.

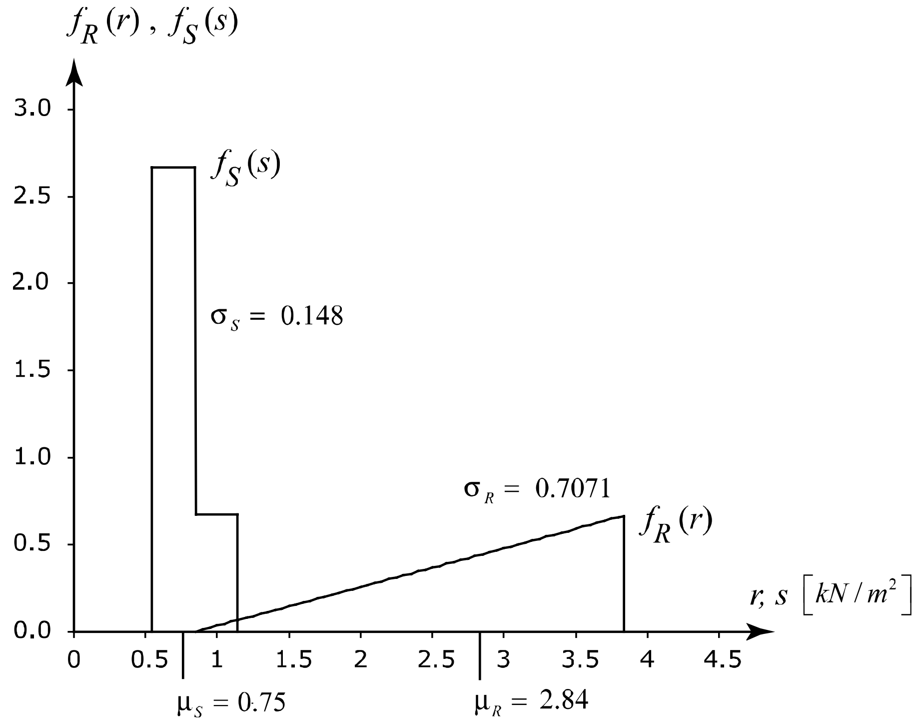


Abbildung 5.1: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Einwirkung S und des Widerstandes R.

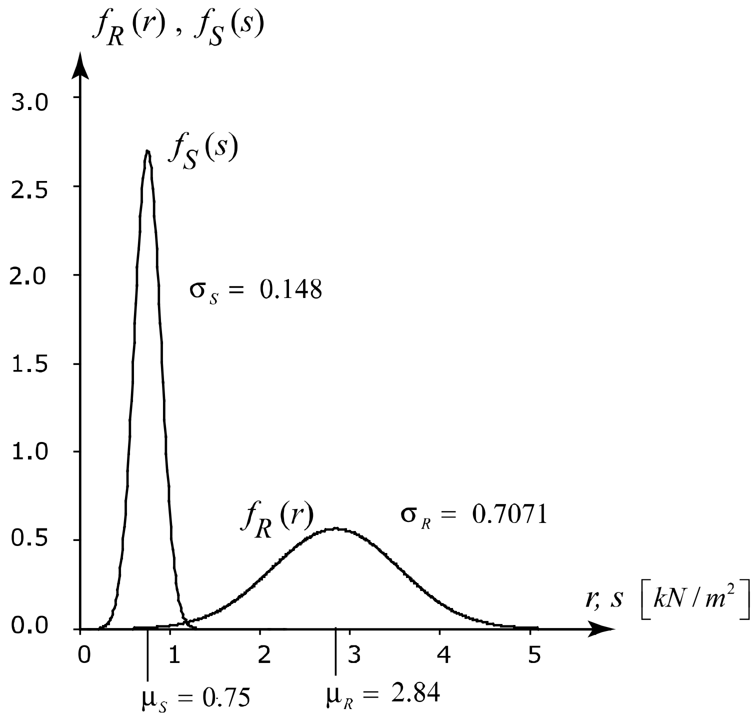


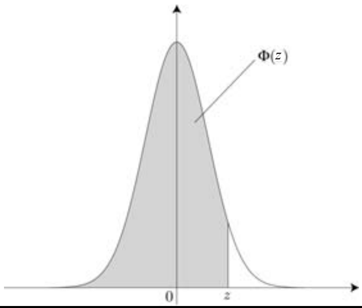
Abbildung 5.2: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Einwirkung S und des Widerstandes R unter der Annahme von Normalverteilungen.

Hinweis:

$$P_f = P\,[R - S < 0] = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(x)\, f_S(x)\, dx$$

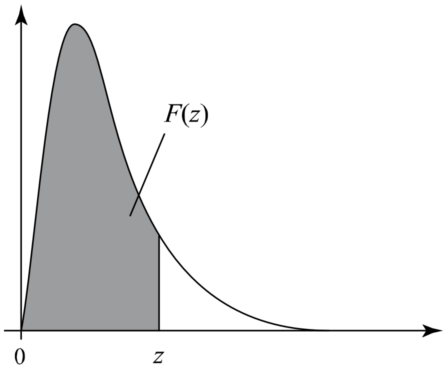
Anhang: Tabellen

Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion der Standardnormalverteilung $\Phi(z)$.



z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0.00	*0.5000*	0.50	*0.6915*	1.00	*0.8413*	1.50	*0.9332*
0.01	*0.5040*	0.51	*0.6950*	1.01	*0.8438*	1.51	*0.9345*
0.02	*0.5080*	0.52	*0.6985*	1.02	*0.8461*	1.52	*0.9357*
0.03	*0.5120*	0.53	*0.7019*	1.03	*0.8485*	1.53	*0.9370*
0.04	*0.5160*	0.54	*0.7054*	1.04	*0.8508*	1.54	*0.9382*
0.05	*0.5199*	0.55	*0.7088*	1.05	*0.8531*	1.55	*0.9394*
0.06	*0.5239*	0.56	*0.7123*	1.06	*0.8554*	1.56	*0.9406*
0.07	*0.5279*	0.57	*0.7157*	1.07	*0.8577*	1.57	*0.9418*
0.08	*0.5319*	0.58	*0.7190*	1.08	*0.8599*	1.58	*0.9429*
0.09	*0.5359*	0.59	*0.7224*	1.09	*0.8621*	1.59	*0.9441*
0.10	*0.5398*	0.60	*0.7257*	1.10	*0.8643*	1.60	*0.9452*
0.11	*0.5438*	0.61	*0.7291*	1.11	*0.8665*	1.61	*0.9463*
0.12	*0.5478*	0.62	*0.7324*	1.12	*0.8686*	1.62	*0.9474*
0.13	*0.5517*	0.63	*0.7357*	1.13	*0.8708*	1.63	*0.9484*
0.14	*0.5557*	0.64	*0.7389*	1.14	*0.8729*	1.64	*0.9495*
0.15	*0.5596*	0.65	*0.7422*	1.15	*0.8749*	1.65	*0.9505*
0.16	*0.5636*	0.66	*0.7454*	1.16	*0.8770*	1.66	*0.9515*
0.17	*0.5675*	0.67	*0.7486*	1.17	*0.8790*	1.67	*0.9525*
0.18	*0.5714*	0.68	*0.7517*	1.18	*0.8810*	1.68	*0.9535*
0.19	*0.5753*	0.69	*0.7549*	1.19	*0.8830*	1.69	*0.9545*
0.20	*0.5793*	0.70	*0.7580*	1.20	*0.8849*	1.70	*0.9554*
0.21	*0.5832*	0.71	*0.7611*	1.21	*0.8869*	1.80	*0.9641*
0.22	*0.5871*	0.72	*0.7642*	1.22	*0.8888*	1.90	*0.9713*
0.23	*0.5910*	0.73	*0.7673*	1.23	*0.8907*	2.00	*0.9772*
0.24	*0.5948*	0.74	*0.7704*	1.24	*0.8925*	2.10	*0.9821*
0.25	*0.5987*	0.75	*0.7734*	1.25	*0.8944*	2.20	*0.9861*
0.26	*0.6026*	0.76	*0.7764*	1.26	*0.8962*	2.30	*0.9893*
0.27	*0.6064*	0.77	*0.7794*	1.27	*0.8980*	2.40	*0.9918*
0.28	*0.6103*	0.78	*0.7823*	1.28	*0.8997*	2.50	*0.9938*
0.29	*0.6141*	0.79	*0.7852*	1.29	*0.9015*	2.60	*0.9953*
0.30	*0.6179*	0.80	*0.7881*	1.30	*0.9032*	2.70	*0.9965*
0.31	*0.6217*	0.81	*0.7910*	1.31	*0.9049*	2.80	*0.9974*
0.32	*0.6255*	0.82	*0.7939*	1.32	*0.9066*	2.90	*0.9981*
0.33	*0.6293*	0.83	*0.7967*	1.33	*0.9082*	3.00	*0.9987*
0.34	*0.6331*	0.84	*0.7995*	1.34	*0.9099*	3.10	*0.9990*
0.35	*0.6368*	0.85	*0.8023*	1.35	*0.9115*	3.20	*0.99931*
0.36	*0.6406*	0.86	*0.8051*	1.36	*0.9131*	3.30	*0.99952*
0.37	*0.6443*	0.87	*0.8078*	1.37	*0.9147*	3.40	*0.99966*
0.38	*0.6480*	0.88	*0.8106*	1.38	*0.9162*	3.50	*0.99977*
0.39	*0.6517*	0.89	*0.8133*	1.39	*0.9177*	3.60	*0.99984*
0.40	*0.6554*	0.90	*0.8159*	1.40	*0.9192*	3.70	*0.99989*
0.41	*0.6591*	0.91	*0.8186*	1.41	*0.9207*	3.80	*0.99993*
0.42	*0.6628*	0.92	*0.8212*	1.42	*0.9222*	3.90	*0.999952*
0.43	*0.6664*	0.93	*0.8238*	1.43	*0.9236*	4.00	*0.999968*
0.44	*0.6700*	0.94	*0.8264*	1.44	*0.9251*	4.10	*0.999979*
0.45	*0.6736*	0.95	*0.8289*	1.45	*0.9265*	4.20	*0.999987*
0.46	*0.6772*	0.96	*0.8315*	1.46	*0.9279*	4.30	*0.999991*
0.47	0.6808	0.97	0.8340	1.47	0.9292	4.40	0.999995
0.48	0.6844	0.98	0.8365	1.48	0.9306	4.50	0.9999966
0.49	0.6879	0.99	0.8389	1.49	0.9319	5.00	0.9999997

Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion der Chi-Quadratverteilung für unterschiedliche Freiheitsgrade *v*.



v	*F(z)* =	*0.01*	*0.05*	*0.10*	*0.25*	*0.50*	*0.75*	*0.90*	*0.95*	*0.99*	*0.999*
1	z=	0.0002	0.0039	0.0158	0.1015	0.4549	1.3233	2.7055	3.8415	6.6349	10.8274
2	z=	0.0201	0.1026	0.2107	0.5754	1.3863	2.7726	4.6052	5.9915	9.2104	13.8150
3	z=	0.1148	0.3518	0.5844	1.2125	2.3660	4.1083	6.2514	7.8147	11.3449	16.2660
4	z=	0.2971	0.7107	1.0636	1.9226	3.3567	5.3853	7.7794	9.4877	13.2767	18.4662
5	z=	0.5543	1.1455	1.6103	2.6746	4.3515	6.6257	9.2363	11.0705	15.0863	20.5147
6	z=	0.8721	1.6354	2.2041	3.4546	5.3481	7.8408	10.6446	12.5916	16.8119	22.4575
7	z=	1.2390	2.1673	2.8331	4.2549	6.3458	9.0371	12.0170	14.0671	18.4753	24.3213
8	z=	1.6465	2.7326	3.4895	5.0706	7.3441	10.2189	13.3616	15.5073	20.0902	26.1239
9	z=	2.0879	3.3251	4.1682	5.8988	8.3428	11.3887	14.6837	16.9190	21.6660	27.8767
10	z=	2.5582	3.9403	4.8652	6.7372	9.3418	12.5489	15.9872	18.3070	23.2093	29.5879
11	z=	3.0535	4.5748	5.5778	7.5841	10.3410	13.7007	17.2750	19.6752	24.7250	31.2635
12	z=	3.5706	5.2260	6.3038	8.4384	11.3403	14.8454	18.5493	21.0261	26.2170	32.9092
13	z=	4.1069	5.8919	7.0415	9.2991	12.3398	15.9839	19.8119	22.3620	27.6882	34.5274
14	z=	4.6604	6.5706	7.7895	10.1653	13.3393	17.1169	21.0641	23.6848	29.1412	36.1239
15	z=	5.2294	7.2609	8.5468	11.0365	14.3389	18.2451	22.3071	24.9958	30.5780	37.6978
16	z=	5.8122	7.9616	9.3122	11.9122	15.3385	19.3689	23.5418	26.2962	31.9999	39.2518
17	z=	6.4077	8.6718	10.0852	12.7919	16.3382	20.4887	24.7690	27.5871	33.4087	40.7911
18	z=	7.0149	9.3904	10.8649	13.6753	17.3379	21.6049	25.9894	28.8693	34.8052	42.3119
19	z=	7.6327	10.1170	11.6509	14.5620	18.3376	22.7178	27.2036	30.1435	36.1908	43.8194
20	z=	8.2604	10.8508	12.4426	15.4518	19.3374	23.8277	28.4120	31.4104	37.5663	45.3142
21	z=	8.8972	11.5913	13.2396	16.3444	20.3372	24.9348	29.6151	32.6706	38.9322	46.7963
22	z=	9.5425	12.3380	14.0415	17.2396	21.3370	26.0393	30.8133	33.9245	40.2894	48.2676
23	z=	10.1957	13.0905	14.8480	18.1373	22.3369	27.1413	32.0069	35.1725	41.6383	49.7276
24	z=	10.8563	13.8484	15.6587	19.0373	23.3367	28.2412	33.1962	36.4150	42.9798	51.1790
25	z=	11.5240	14.6114	16.4734	19.9393	24.3366	29.3388	34.3816	37.6525	44.3140	52.6187
26	z=	12.1982	15.3792	17.2919	20.8434	25.3365	30.4346	35.5632	38.8851	45.6416	54.0511
27	z=	12.8785	16.1514	18.1139	21.7494	26.3363	31.5284	36.7412	40.1133	46.9628	55.4751
28	z=	13.5647	16.9279	18.9392	22.6572	27.3362	32.6205	37.9159	41.3372	48.2782	56.8918
29	z=	14.2564	17.7084	19.7677	23.5666	28.3361	33.7109	39.0875	42.5569	49.5878	58.3006
30	z=	14.9535	18.4927	20.5992	24.4776	29.3360	34.7997	40.2560	43.7730	50.8922	59.7022

Glossary

Analyse	Analysis
Approximativ	Approximative
Bedingte Wahrscheinlichkeit	Conditional probability
Belastung	Load
Beobachtungen	Observations
Berechnungen	Calculations
Berechnungstabelle	Calculation sheed
Beschreibende Statistik	Descriptive statistics
Daten	Data
Einwirkung	Actions
Entscheidungsregel	Operational rule
Erstes Moment	First moment
Flachdach	Flat roof
Forschungsthema	Research topic
Globale Erwärmung	Global warming
Güte der Anpassung	Goodness of fit
Hypothesentest	Hypothesis testing
Jährliches Maximum	Yearly maximum
Korrelation	Correlation
Korrelationskoeffizient	Coefficient of correlation
Langjähriges Mittel	Long time mean
Mittelwert	Mean value
Normalverteilt	Normal distributed
Null-Hypothese	Null-Hypothesis
Parameter	Parameter
Parameterschätzung	Parameter estimation
Quantilwerte	Quantile values
Schätzen	Estimate
Schiefe	Skewness
Schneebelastungen	Snow loads
Signifikanzniveau	Level of significance
Standardabweichnung	Standard deviation
Stationär	Stationary
Stichprobe	Sample
Stichprobenstatistik	Sample statistic
Symmetrie	Symmetry
Unabhängig	Independent
Unterschied	Difference
Untersuchung	Investigation
Versagenswahrscheinlichkeit	Probability of failure
Verteilungsparameter	Distribution parameter
Wahrscheinlichkeit	Probability
Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion	Probability density function
Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion	Probability distribution function
Widerstand	Resistance
Windgeschwindigkeiten	Wind speeds
Zufallsvariable	Random variable