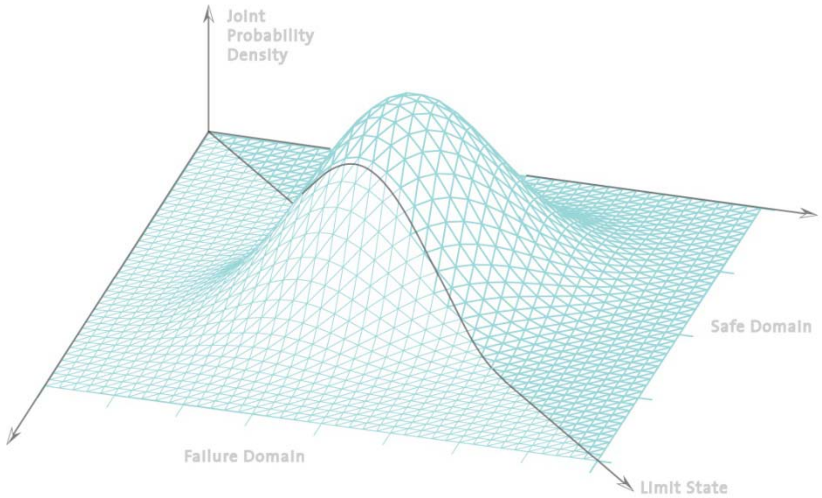


Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung

12. Vorlesung

Prof. Dr. Michael Havbro Faber

2. Teilprüfung am Dienstag 27.Mai

Wann?

- Dienstag, 27. Mai, 8:00 Uhr – 9:30 Uhr
- Bitte um 7:45 Uhr am Hörsaal sein!

Wo?

- Studierende mit Nachnamen A – J : HIL E 4
- Studierende mit Nachnamen K – Z : HCI G 3

2. Teilprüfung am Dienstag 27.Mai

Inhalt

- Multiple Choice + 1 Übung zum Rechnen
- Gesamter Stoff bis einschliesslich Vorlesung 11 und Übung 10.

Erlaubte Hilfsmittel

- Alle Unterlagen erlaubt.
- Taschenrechner (ohne Kommunikationsmittel) erlaubt, auch programmierbare.
- Keine Kommunikationsmittel (z.B. Telefon) erlaubt.

Inhalte der heutigen Vorlesung

- Kurze Zusammenfassung der letzten Vorlesung

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Ereignisse und einfache Zufallsvariablen
- Lineare Grenzzustandsfunktion und normalverteile Variablen
- Fehlerfortpflanzung
- Nicht-lineare Grenzzustandsfunktion
- Monte-Carlo Simulation

Zusammenfassung der letzten Vorlesung

- Tests auf die Güte der Anpassung
  - Der χ^2-Güte der Anpassung Test
  - Der Kolmogorov-Smirnov-Güte der Anpassung Test
- Modellvergleich

Zusammenfassung der letzten Vorlesung

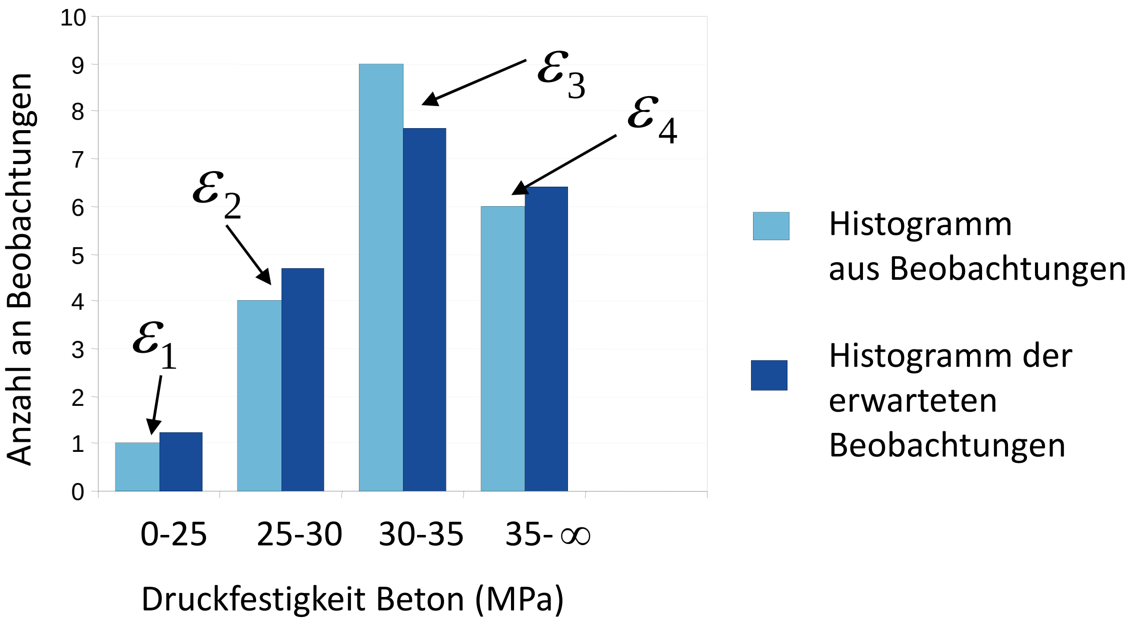
- Der χ^2-Güte der Anpassung Test

Wir testen die Statistik der quadrierten Abweichungen zwischen dem beobachteten und dem erwarteten Histogramm

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(N_{o,i} - N_{p,i})^2}{N_{p,i}(1 - p(x_i))}$$

$$\varepsilon_m^{\ 2} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(N_{o,i} - N_{p,i})^2}{N_{p,i}}$$

CHI-Quadrat verteilt mit *k*-1-*j* Freiheitsgraden



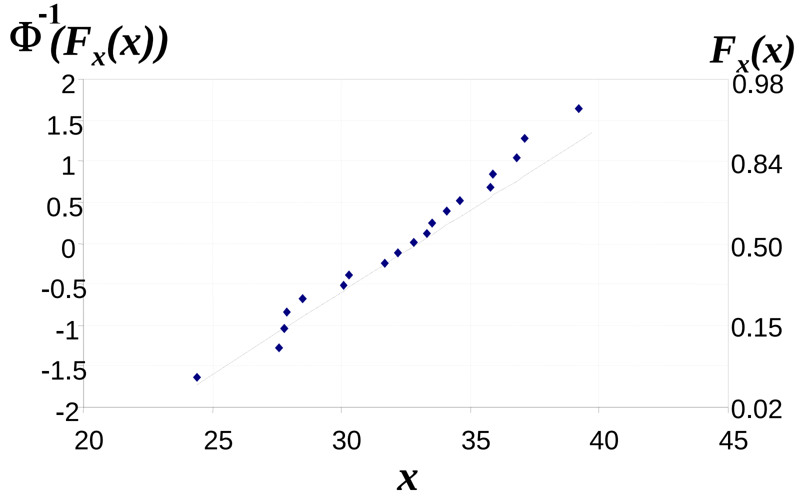
Zusammenfassung der letzten Vorlesung

- Kolmogorov-Smirnov-Güte der Anpassung Test

Die beobachtete kumulative Verteilungsfunktion kann mit Hilfe von

$$F_o(x_i) = \frac{i}{n}$$

berechnet werden.



$$\varepsilon_{\max} = \max_{i=1}^{n}\left[\left|F_o(x_i) - F_p(x_i)\right|\right] = \max_{i=1}^{n}\left[\left|\frac{i}{n} - F_p(x_i)\right|\right]$$

Zusammenfassung der letzten Vorlesung

- Vergleich der Modelle

Wie soll man nun zwischen zwei Modellen entscheiden, die beide den Test für die Güte der Anpassung bestanden haben?

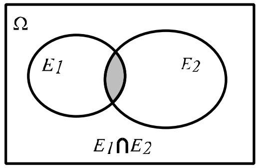
Dazu gibt es zwei Möglichkeiten:

- direkter Vergleich der Stichprobenstatistiken selbst
  - nicht konsistent, da unterschiedliche Anzahl der Freiheitsgrade
- den Vergleich der *Stichproben-Likelihood*

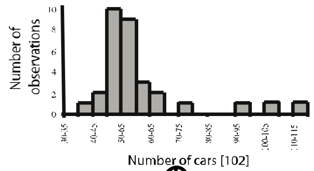
Lehrveranstaltung im Überblick

Module A
Entscheidungsfindung im Ingenieurswesen unter Unsicherheit

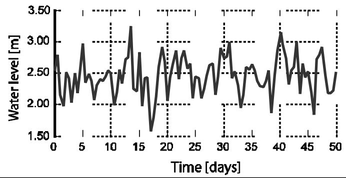
Module B - Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie



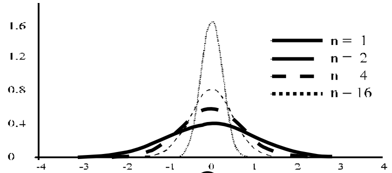
Module C - Beschreibende Statistik



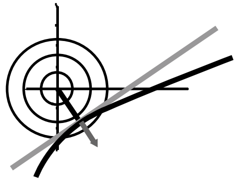
Module D - Modellierung von Unsicherheiten



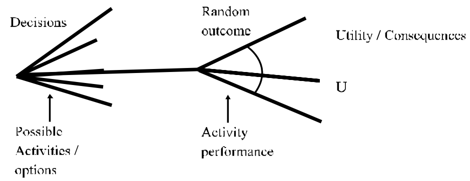
Module E - Abschätzung und Modelerstellung



Module F - Methoden der strukturellen Zuverlässigkeit



Module G - Bayes'sche Entscheidungsanalyse



Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Versagensereignisse und einfache Zufallsvariablen

  Mit einem Versagensereignis assoziieren wir
    - Verlust der Funktionalität
    - Kosten
    - Todesfälle
    - Umweltschäden

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Versagensereignis und einfache Zufallsvariablen

Ein Versagensereignis lässt sich wie folgt beschreiben:

$$\mathbf{F} = \{ g(\mathbf{x}) \leq 0 \}$$

Diesen funktionellen Zusammenhang bezeichnet man als Grenzzustandsfunktion.

$$g(\mathbf{x})$$

$$\uparrow$$

Realisationen von einfachen Zufallsvariablen

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses

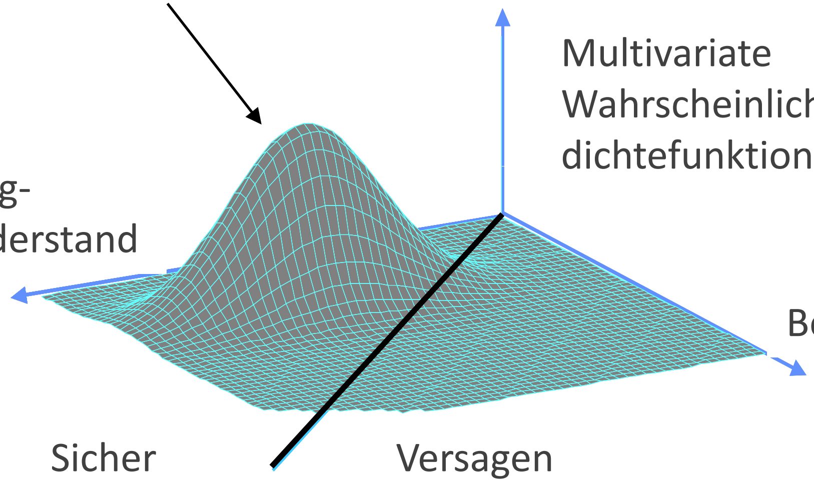
  Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses $\mathbf{F} = \{g(\mathbf{x}) \leq 0\}$, z.B. eines Versagensereignisses, kann mit Hilfe des folgenden Integrals berechnet werden.

$$P_f = \int_{g(\mathbf{x})\leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})d\mathbf{x}$$

Multivariate Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der einfachen Zufallssvariable X

$$g(\mathbf{x}) = r - s$$

r : Tragwiderstand
s : Beanspruchung



Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses

  Die Lösung des Wahrscheinlichkeitsintegrals ist im allgemeinen nicht trivial – Es kann multidimensional sein und eine komplizierte Integrationsdomäne besitzen

$$P_f = \int_{g(\mathbf{x})\leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})d\mathbf{x}$$

  Klassische numerische Integrationsmethoden wie Gauss oder Tschebyschev sind nicht effizient für Dimensionen grösser als 5-6. Andere Wege sind notwendig, welche wir nun in Folge besprechen.

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Lineare Grenzzustandsfunktion und normalverteilte Zufallsvariablen

$$g(x) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i$$

Sind die Zufallsvariablen normalverteilt, dann ist die sogenannte *Sicherheitsmarge M* auch normalverteilt.

$$M = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i X_i \qquad \mu_M = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i \mu_{X_i}$$

Korrelationskoeffizient

$$\sigma_M^2 = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 \sigma_{X_i}^2 + 2\left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} a_i a_j C_{X_i X_j} \right) = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 \sigma_{X_i}^2 + 2\left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} a_i a_j \rho_{ij} \sigma_{X_i} \sigma_{X_j} \right)$$

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Lineare Grenzzustandsfunktion und normalverteilte Zufallsvariablen

Die Versagenswahrscheinlichkeit ist dann:

$$P_F = P(g(\mathbf{X}) \leq 0) = P(M \leq 0)$$

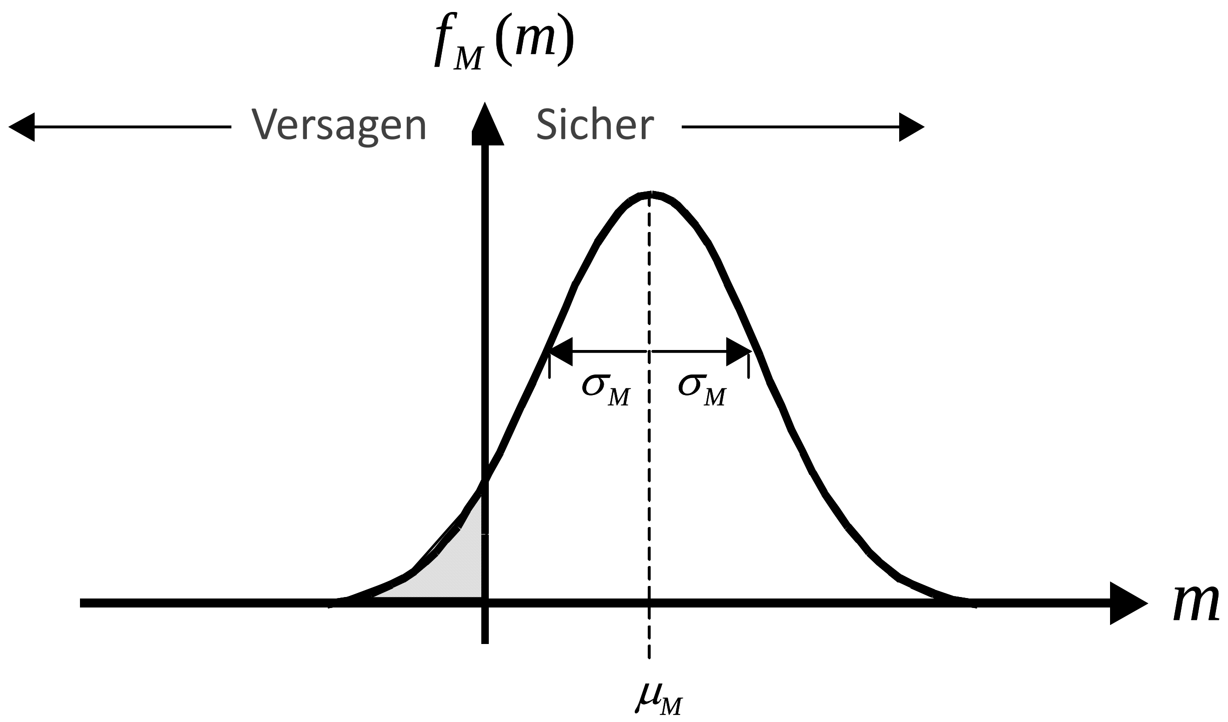
Welche sich direkt mit der Standardnormalverteilung errechnen lässt:

$$P_F = \Phi\left(\frac{0-\mu_M}{\sigma_M}\right) = \Phi(-\beta) \quad \text{mit} \quad \beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M}$$

Zuverlässigkeitsindex

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Lineare Grenzzustandsfunktion und normalverteilte Zufallsvariablen



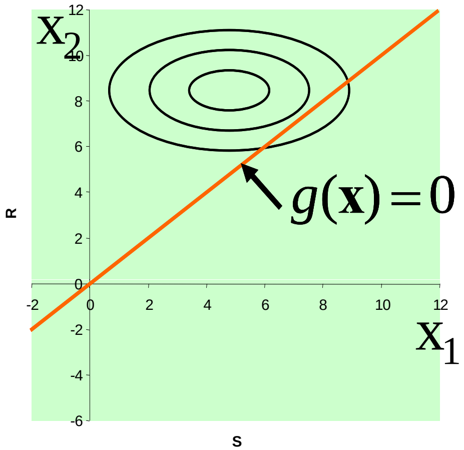
Sicherheitsmarge

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M}$$

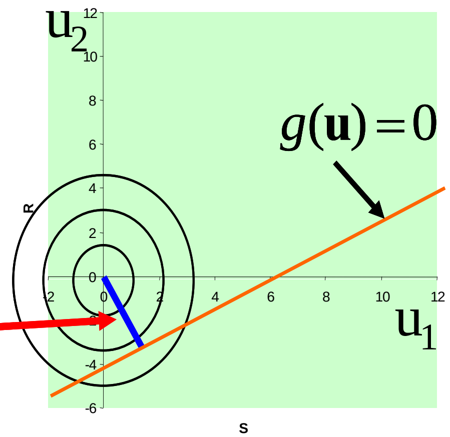
Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Lineare Grenzzustandsfunktion und normalverteilte Zufallsvariablen

  Der Zuverlässigkeitsindex β hat eine geometrische Interpretation



β



$$U_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}}$$

Kürzeste Distanz zwischen dem Ursprung und der Grenzzustandsfunktion im standardisierten normalverteilten Raum.

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

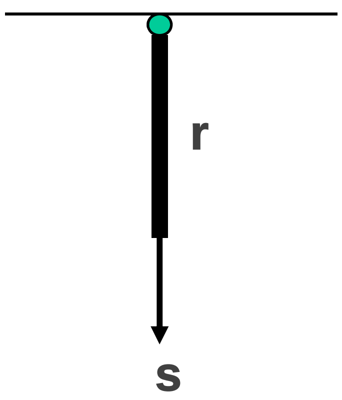
- Lineare Grenzzustandsfunktion und normalverteilte Zufallsvariablen

  Beispiel: Zuverlässigkeit eines Stahlstabes unter Zugbeanspruchung

Der Widerstand *R*
und die maximale jährliche Beanspruchung *S*
sind normalverteilt

$$\mu_R = 350, \sigma_R = 35$$

$$\mu_S = 200, \sigma_S = 40$$

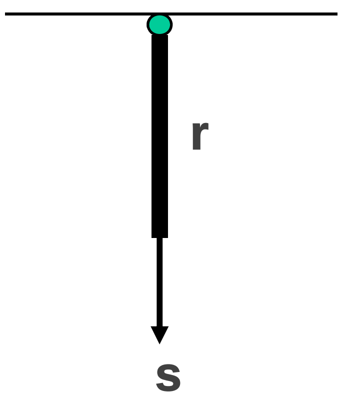


Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Lineare Grenzzustandsfunktion und normalverteilte Zufallsvariablen

  Beispiel: Zuverlässigkeit eines Stahlstabes unter Zugbeanspruchung

Die Sicherheitsmarge M ist daher normalverteilt mit den Parametern:



$$\mu_M = 350 - 200 = 150 \qquad \sigma_M = \sqrt{35^2 + 40^2} = 53.15$$

Der Zuverlässigkeitsindex β berechnet sich zu

$$\beta = \frac{150}{53.15} = 2.84 \qquad P_F = \Phi(-2.84) = 2.4 \cdot 10^{-3}$$

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Die Fehlerfortpflanzung

  In vielen Ingenieuranwendungen ist die Fehlerfortpflanzung von zentraler Bedeutung

  Beispiele:
  - Fehler aufgrund Produktionstoleranzen von Bauteilen
  - Vermessungsfehler
  - Labor-Messfehler

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Das Fehlerfortpflanzungsgesetz

Angenommen der Fehler ε kann durch eine differenzierbare Funktion von Zufallsvariablen beschrieben werden

$$\varepsilon = h(\mathbf{x}) \qquad \mathbf{x} = (x_1, x_2, .., x_n)^T$$

$\longleftarrow$ Vektor der Realisationen von Zufallsvariablen

mit Parametern

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}} = (\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, .., \mu_{X_n})^T \qquad Cov\left[X_i, X_j\right] = \rho_{ij}\sigma_{X_i}\sigma_{X_j}$$

Korrelationskoeffizient (ρ_{ij})

Standardabweichung (σ_{X_i})

Die Idee ist $h(\mathbf{x})$ zu linearisieren:

$$\varepsilon \cong h(\mathbf{x}_0) + \sum_{i=1}^{n} (x_i - x_{i,0}) \boxed{\left.\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_i}\right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0}}$$

Erste partielle Ableitung in $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Das Fehlerfortpflanzungsgesetz

  Wenn wir die Fehlerfunktion um den Mittelwert der Zufallsvariable linearisieren, dann wird der Erwartungswert und die Varianz zu:

$$\varepsilon \cong h(\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}}) + \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu_{X_i}) \left.\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_i}\right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}}}$$

$$E[\varepsilon] = h(\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}})$$

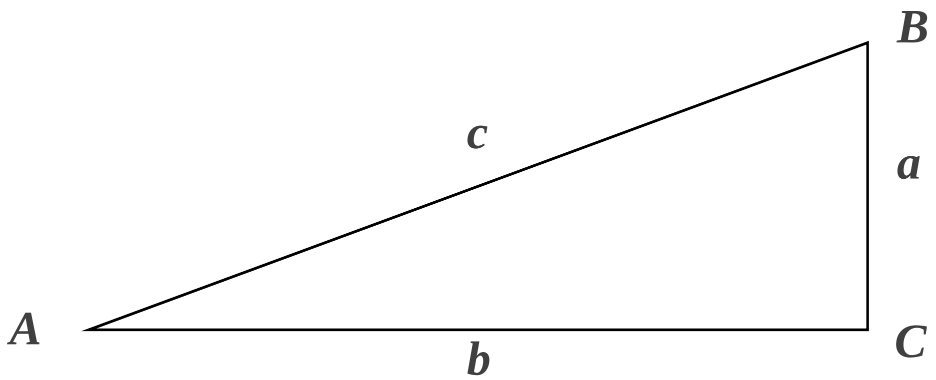
$$Var[\varepsilon] = \sum_{i=1}^{n} \left(\left.\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_i}\right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}}} \right)^2 \sigma_{X_i}^2 + 2 \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} \left(\left.\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_i}\right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}}} \right) \left(\left.\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_j}\right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}}} \right) \rho_{ij} \sigma_{X_i} \sigma_{X_j} \right)$$

Der Mittelwert und die Varianz hängen vom Punkt der Linearisation ab.

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Bsp. Fehlerfortpflanzung in einer Messung

  Um die Strecke c (Strecke zwischen A und B) zu bestimmen, werden a und b gemessen.



Aufgrund der Messunsicherheit der Messungen von a und b wird auch c eine Unsicherheit aufweisen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass c grösser als 13.5 ist?

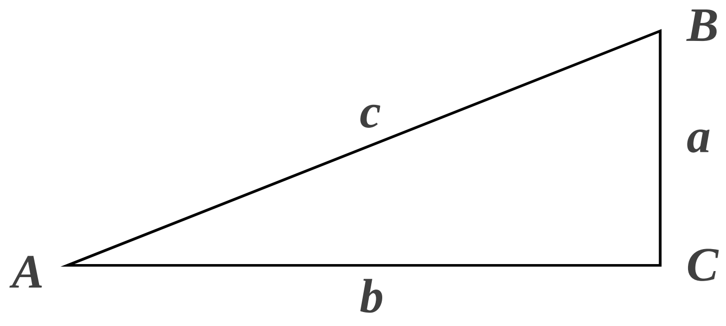
Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Bsp. Fehlerfortpflanzung in einer Messung

  Es wird angenommen, dass a und b als normalverteilte Zufallsvariablen modelliert werden können mit:

  $\mu_a = 12.2 \qquad \mu_b = 5.1$

  $\sigma_a = 0.4 \qquad \sigma_b = 0.3$



  Mit diesen Angaben kann c berechnet werden: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

  Die statistischen Charakteristiken von c können durch das Fehlerfortpflanzungsgesetz geschätzt werden.

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Bsp. Fehlerfortpflanzung in einer Messung

$$E[c] = \sqrt{\mu_a^2 + \mu_b^2}$$

$$Var[c] = \sum_{i=1}^{n} \left(\left. \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_i} \right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}}} \right)^2 \sigma_{X_i}^2 = \frac{\mu_a}{\sqrt{\mu_a{}^2 + \mu_b{}^2}} \sigma_a^2 + \frac{\mu_b}{\sqrt{\mu_a{}^2 + \mu_b{}^2}} \sigma_b^2$$

$$E[c] = \sqrt{12.2^2 + 5.1^2} = 13.22$$

$$Var[c] = \frac{12.2}{\sqrt{12.2^2 + 5.1^2}} 0.4^2 + \frac{5.1}{\sqrt{12.2^2 + 5.1^2}} 0.3^2 = 0.1823$$

$$P_f = P(13.5 - C \le 0) = \Phi\left(-\frac{(13.5 - 13.22)}{\sqrt{0.18}}\right) = 0.26$$

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Nichtlineare Grenzzustandsfunktionen

  Grenzzustandsfunktionen sind oft nichtlinear

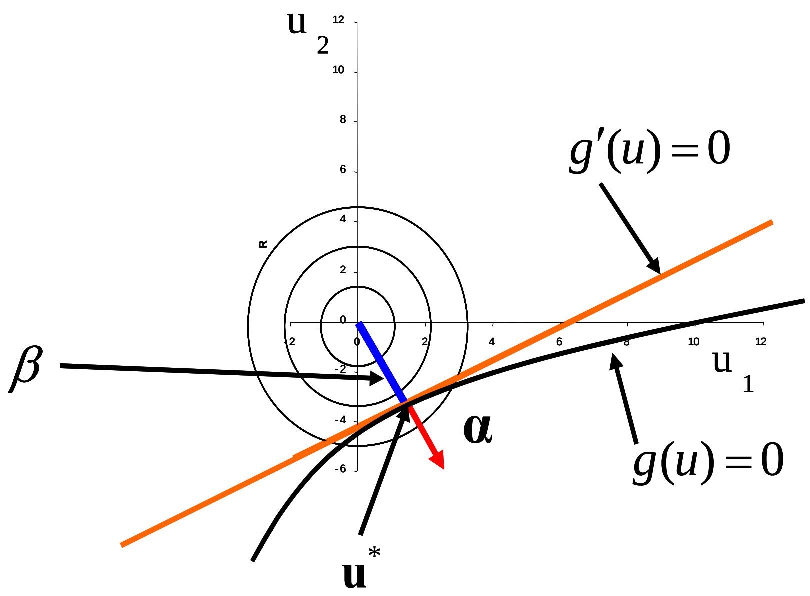
  Wie wir bei der Fehlerfortpflanzung gesehen haben, ist es möglich solche Grenzzustandsfunktionen zu linearisieren. Das Resultat hängt jedoch vom Linearisierungs-Punkt und von der Formulierung der Grenzzustandsfunktion ab.

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Nichtlineare Grenzzustandsfunktionen

  Grenzzustandsfunktionen sind oft nichtlinear

  Hasofer und Lind empfehlen, im Punkt zu linearisieren, in dem die Grenzzustands-funktion Null ist und der am nächsten zum Ursprung im standardisierten Normalraum ist.

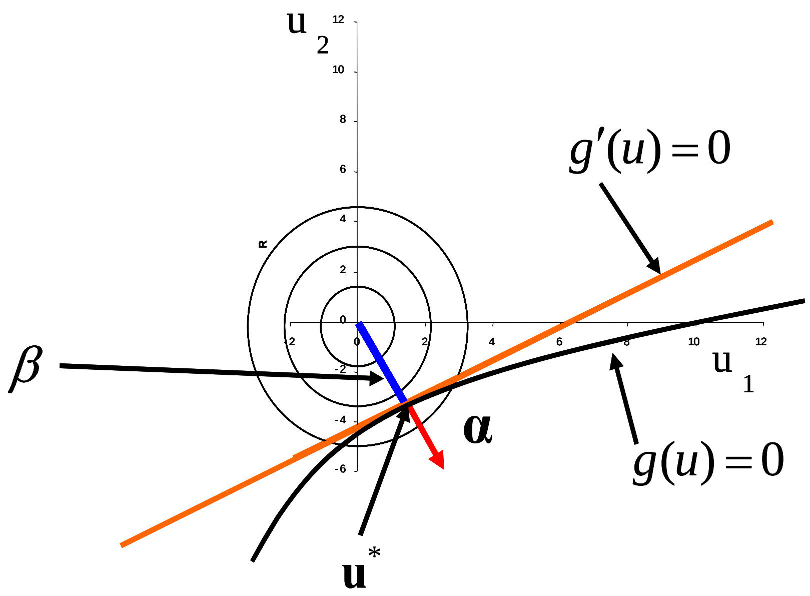


Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Nicht lineare Grenzzustandsfunktionen

Die Identifizierung des Zuverlässigkeitsindexes β kann als Optimierungsproblem gelöst werden:

$$\beta = \min_{\mathbf{u}\in\{g(\mathbf{u})=0\}} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} u_i^2}$$



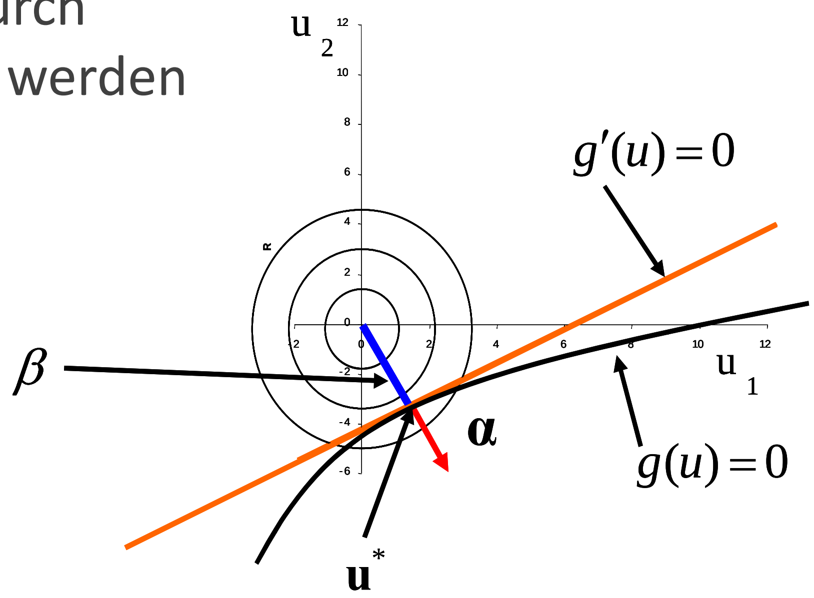
Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Nicht lineare Grenzzustandsfunktionen

Das Optimierungsproblem kann durch folgendes Iterationsschema gelöst werden

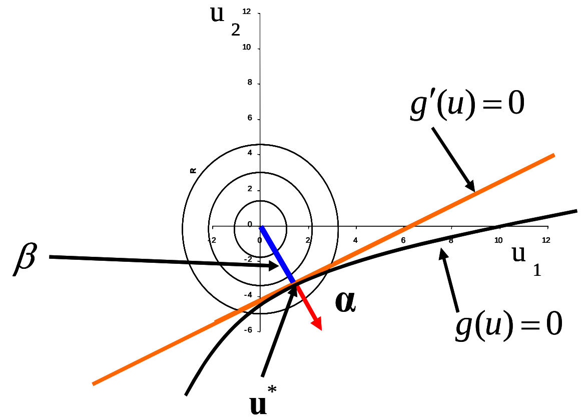
$$\alpha_i = \frac{-\dfrac{\partial g}{\partial u_i}(\beta \boldsymbol{\alpha})}{\left[\displaystyle\sum_{j=1}^{n} \dfrac{\partial g}{\partial u_i}(\beta \boldsymbol{\alpha})^2\right]^{1/2}}, \quad i = 1, 2, ..n$$

$$g(\beta\alpha_1, \beta\alpha_2, ...\beta\alpha_n) = 0$$



Vorausgesetzt die Grenzzustandsfunktion ist differenzierbar!

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse



Iterationsschritte:

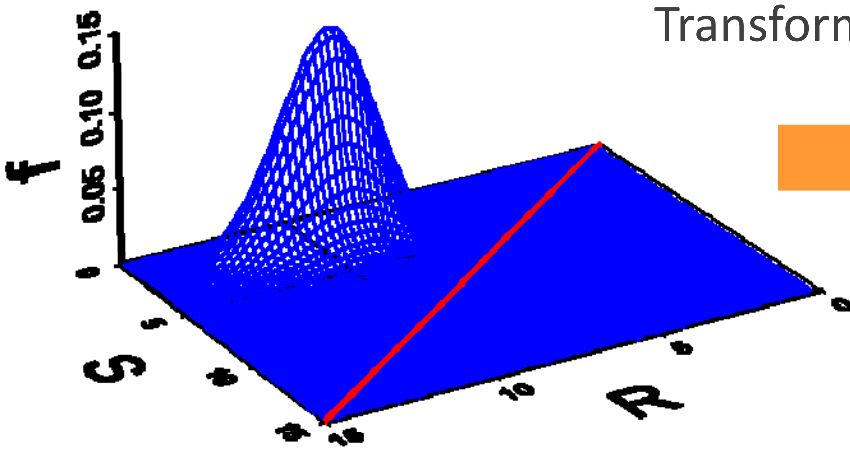
1. Der Linearisierungspunkt wird gewählt als $u^* = \beta \cdot \alpha$
2. Der Normalvektor zur Grenzzustandsfunktion wird um den Linearisierungspunkt ermittelt

$$\alpha_i = \frac{-\dfrac{\partial g}{\partial u_i}(\beta \boldsymbol{\alpha})}{\left[\sum_{j=1}^{n} \dfrac{\partial g}{\partial u_i}(\beta \boldsymbol{\alpha})^2\right]^{1/2}}, \quad i = 1, 2, ..n$$

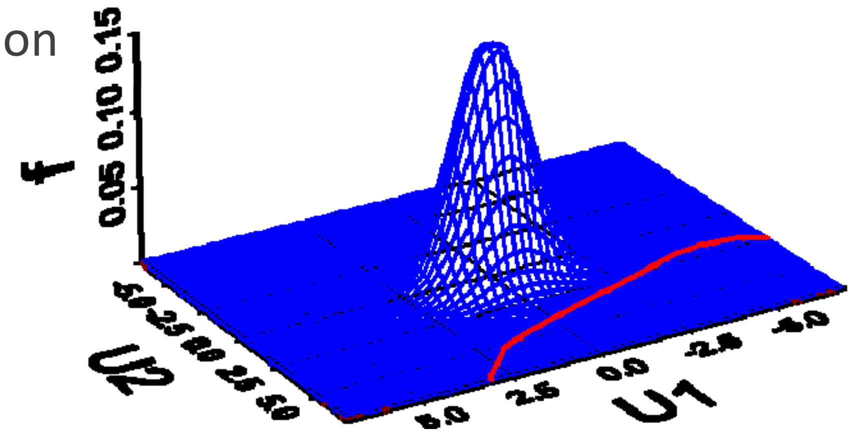
3. Der Zuverlässigkeitsindex β wird berechnet aus $g(\beta\alpha_1, \beta\alpha_2, ...\beta\alpha_n) = 0$
4. Der neue Linearisationspunkt ist $u^* = \left(\beta\alpha_1, \beta\alpha_2, ...\beta\alpha_n\right)^T$
5. Wiederhole ab Schritt 2) bis Konvergenz in β erreicht wird.

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Nichtlineare Sicherheitsmarge



Transformation



$g(Z)$: linear

$\mu_{Z_1}, \mu_{Z_2} \in R$

$\sigma_{Z_1}, \sigma_{Z_2} \in R$

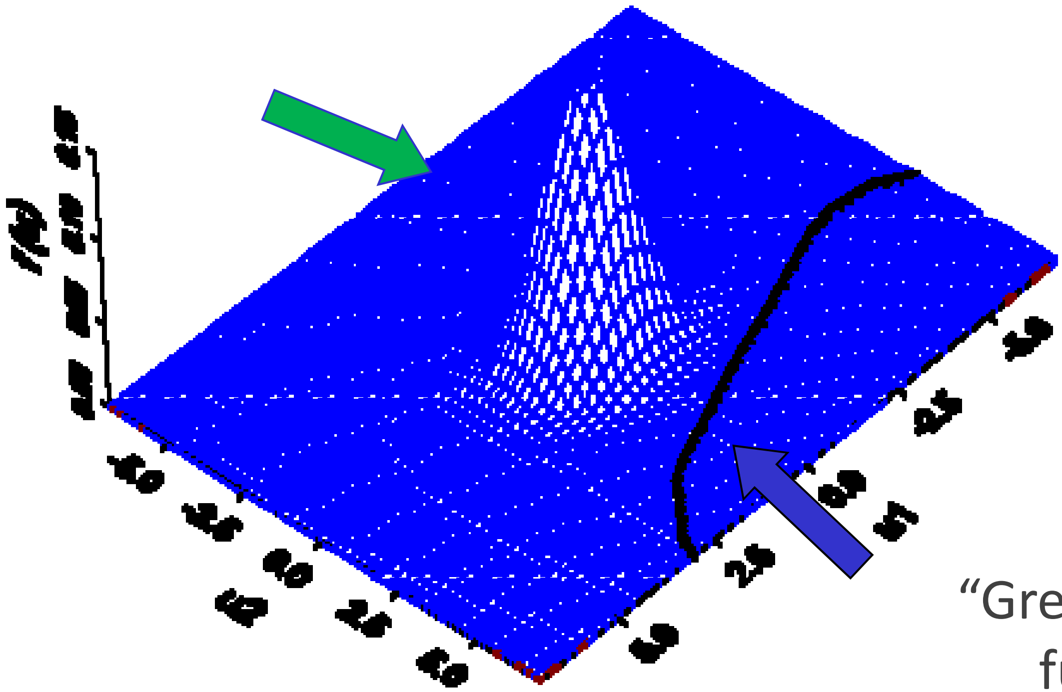
$g(U)$: Nichtlinear

$\mu_{Z_1} = \mu_{Z_2} = 0$

$\sigma_{Z_1} = \sigma_{Z_2} = 1$

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Nichtlineare Sicherheitsmarge



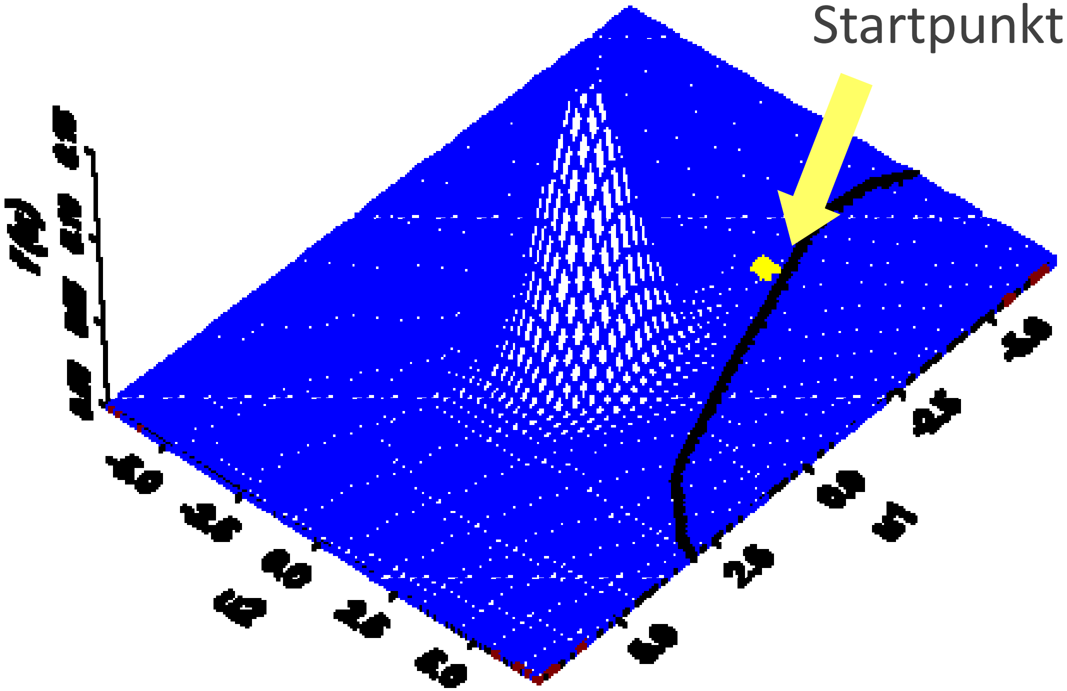
"Grenzzustands-
funktion"

$$g(U) = R - S$$

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Nichtlineare Sicherheitsmarge

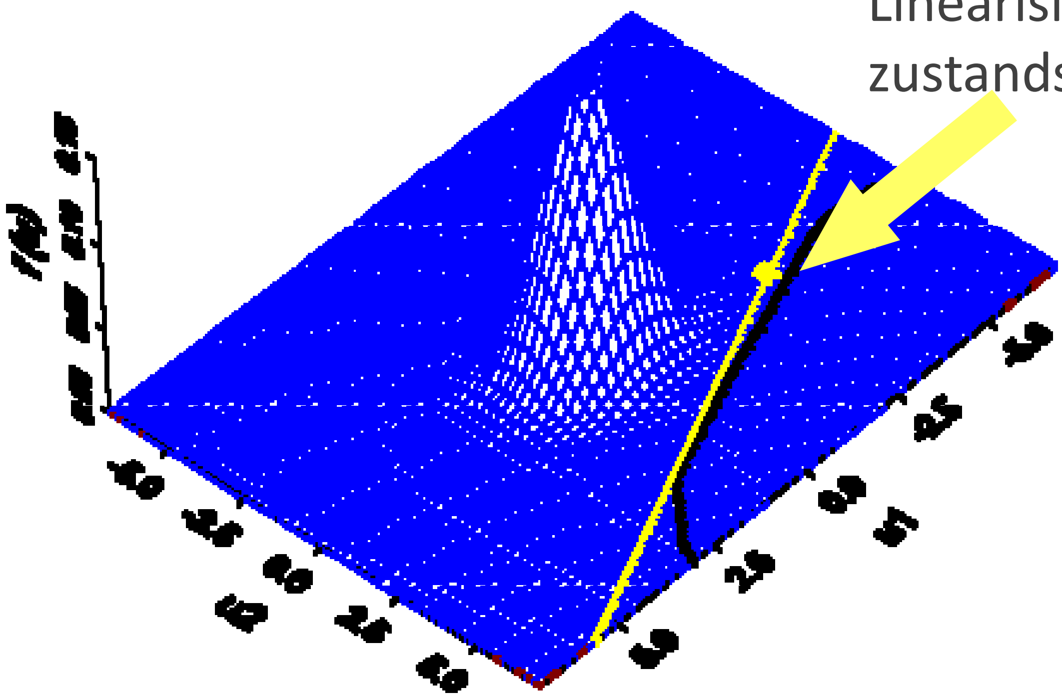
Startpunkt X^1



Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Nichtlineare Sicherheitsmarge

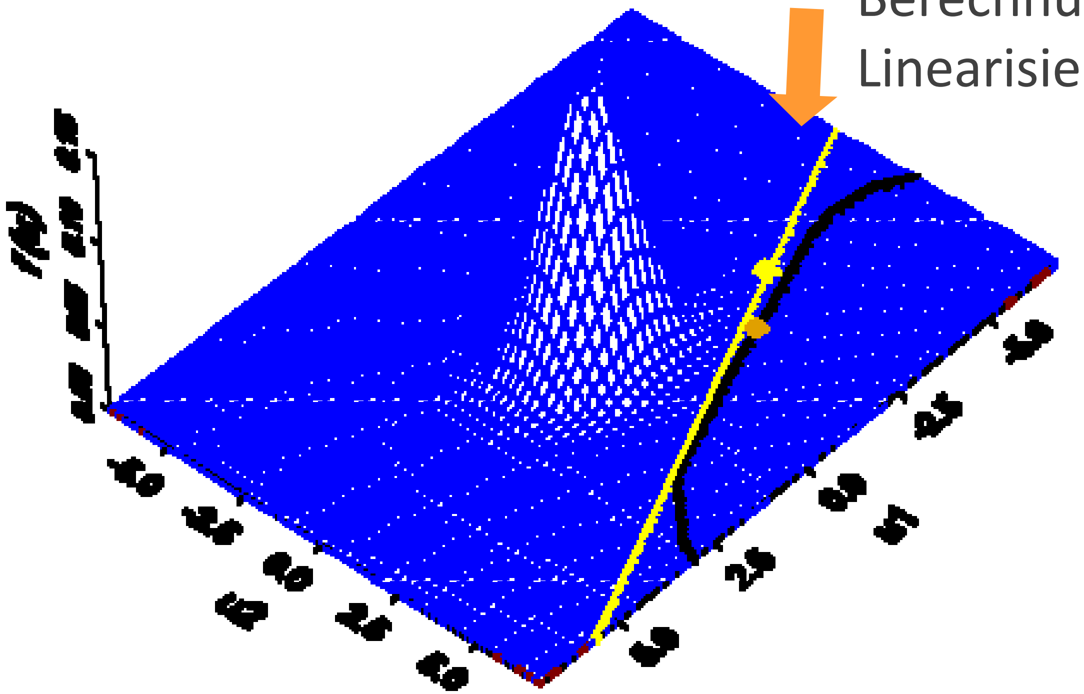
Linearisierung der Grenz-zustandsfunktion in X^1



Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Nichtlineare Sicherheitsmarge

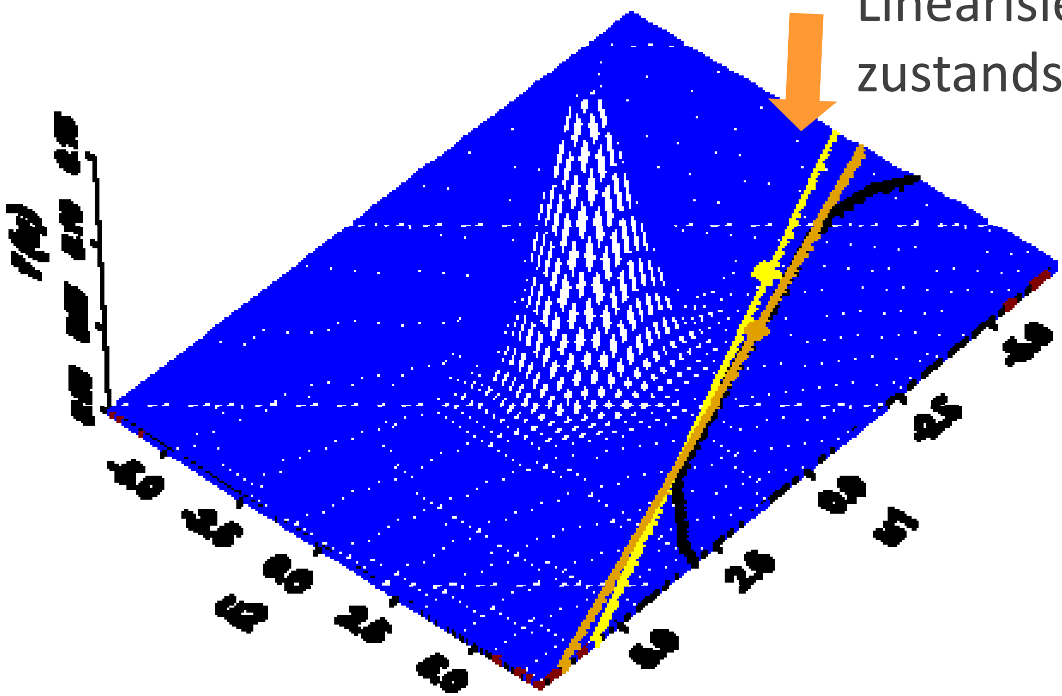
Berechnung des neuen Linearisierungspunktes X^2



Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

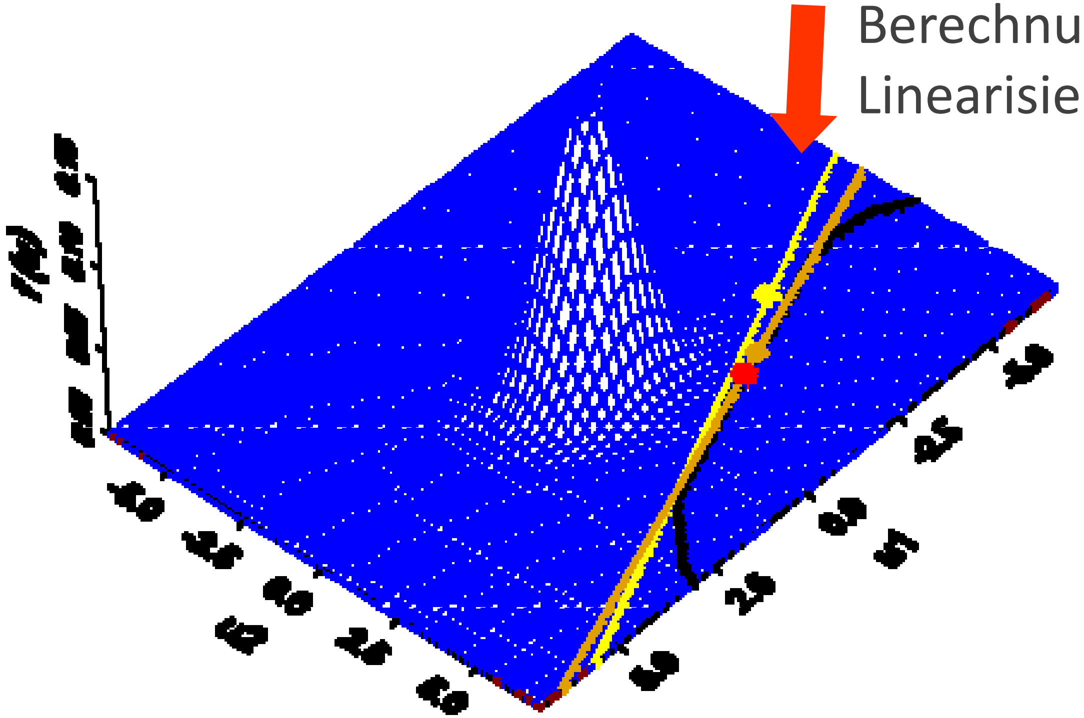
- Nichtlineare Sicherheitsmarge

Linearisierung der Grenz-
zustandsfunktion in X^2



Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Nichtlineare Sicherheitsmarge

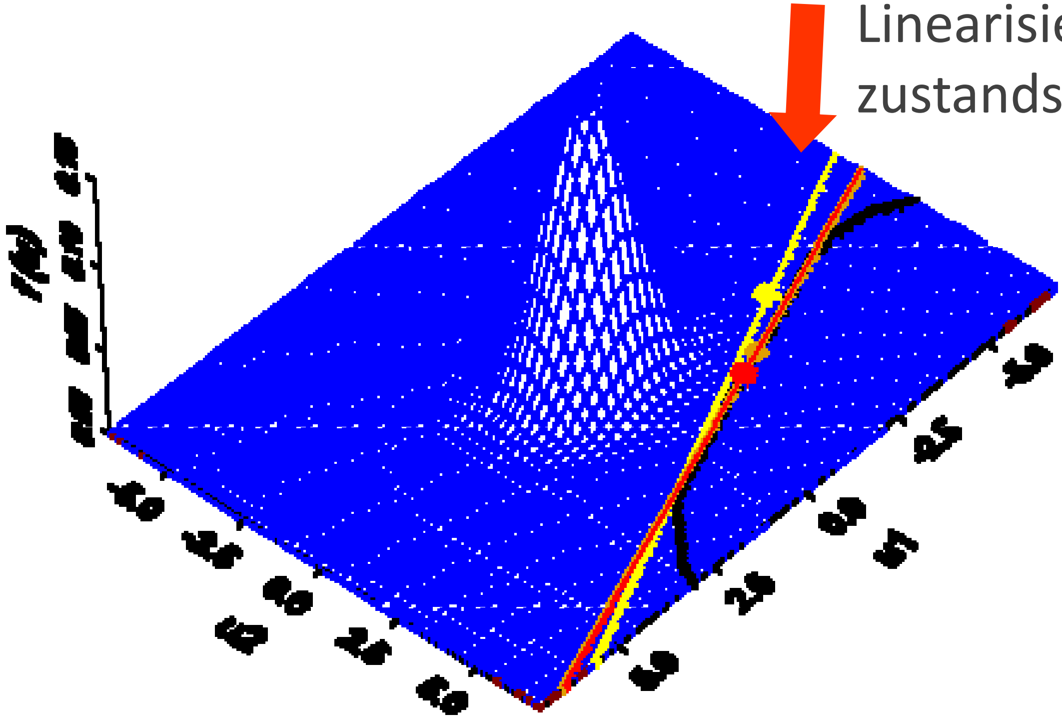


Berechnung des neuen Linearisierungspunktes X^3

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

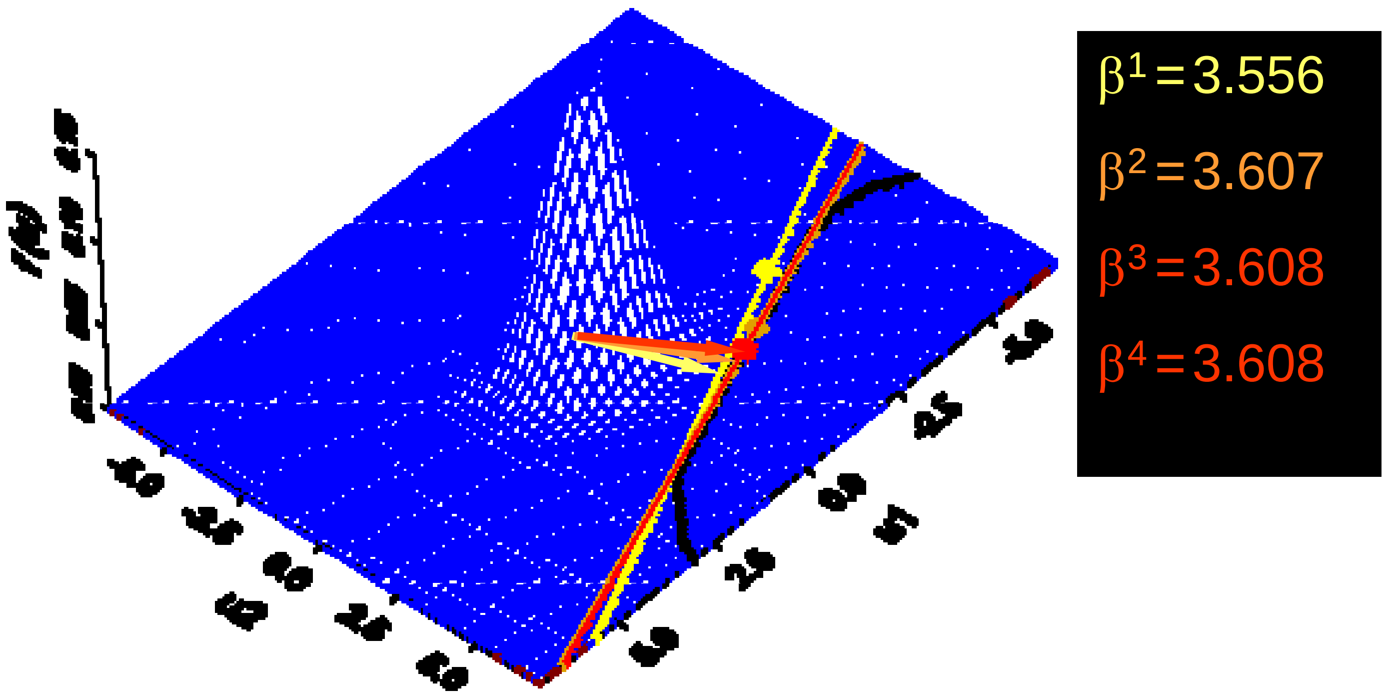
- Nichtlineare Sicherheitsmarge

Linearisierung der Grenz-
zustandsfunktion in X^3



Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Nichtlineare Sicherheitsmarge



Konvergenzkriterium $$\Delta\beta = \left|\beta^{n+1} - \beta^{n}\right| \leq \varepsilon$$

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

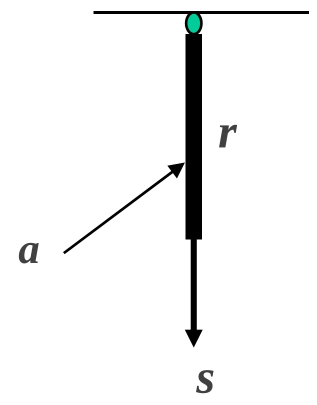
- Beispiel: Zuverlässigkeit eines Stahlstabes

Grenzzustandsfunktion

Fliessgrenze

$$g(\mathbf{x}) = r \cdot a - s$$ ← Beanspruchung

Querschnittfläche



Es wird angenommen, dass R, S und A normalverteilte Zufallsvariablen sind:

$$U_R = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \qquad U_S = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \qquad U_A = \frac{A - \mu_A}{\sigma_A}$$

$$\mu_R = 350, \sigma_R = 35$$

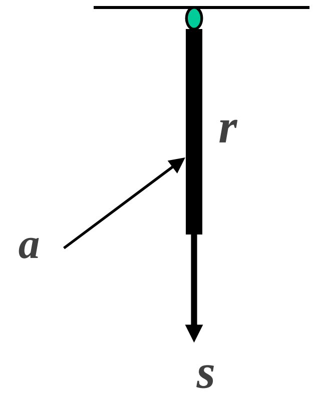
$$\mu_S = 1500, \sigma_S = 300$$

$$\mu_A = 10, \sigma_A = 2$$

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Beispiel: Zuverlässigkeit eines Stahlstabes

Wir können nun die Grenzzustandsfunktion mit der Variable u ausdrücken



$$g(u) = \underbrace{(u_R\sigma_R + \mu_R)}_{r}\underbrace{(u_A\sigma_A + \mu_A)}_{a} - \underbrace{(u_S\sigma_S + \mu_S)}_{s}$$

$$= (35u_R + 350)(u_A + 10) - (300u_S + 1500)$$
$$= 350u_R + 350u_A - 300u_S + 35u_Ru_A + 2000$$

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Beispiel: Zuverlässigkeit eines Stahlstabes

Der Zuverlässigkeitsindex β kann mittels Iteration ermittelt werden:

$$\alpha_R = -\frac{1}{k}(350+35\beta\alpha_A)$$

$$\alpha_A = -\frac{1}{k}(350+35\beta\alpha_R)$$

$$\alpha_S = \frac{300}{k}$$

$$k = \sqrt{\alpha_R^2+\alpha_A^2+\alpha_S^2}$$

$$\alpha_i = \frac{-\frac{\partial g}{\partial u_i}(\beta\boldsymbol{\alpha})}{\left[\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial g}{\partial u_i}(\beta\boldsymbol{\alpha})^2\right]^{1/2}}, \quad i = 1, 2, ..n$$

$$\beta = \frac{-2000}{350\alpha_R + 350\alpha_A - 300\alpha_S + 35\beta\alpha_R\alpha_A}$$

$$g(\beta\alpha_1, \beta\alpha_2, ...\beta\alpha_n) = 0$$

Iteration	Start	1	2	3	4	5
β	3.0000	3.6719	3.7399	3.7444	3.7448	3.7448
α_R	-0.5800	-0.5701	-0.5612	-0.5611	-0.5610	-0.5610
α_A	-0.5800	-0.5701	-0.5612	-0.5611	-0.5610	-0.5610
α_S	0.5800	0.5916	0.6084	0.6086	0.6087	0.6087

$$g(u) = (u_R\boldsymbol{\sigma}_R + \boldsymbol{\mu}_R)(u_A\boldsymbol{\sigma}_A + \boldsymbol{\mu}_A) - (u_S\boldsymbol{\sigma}_S + \boldsymbol{\mu}_S)$$

$$= (35u_R + 350)(u_A + 10) - (300u_S + 1500)$$

$$= 350\mathrm{u}_R + 350u_A - 300u_S + 35u_R u_A + 2000$$

Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

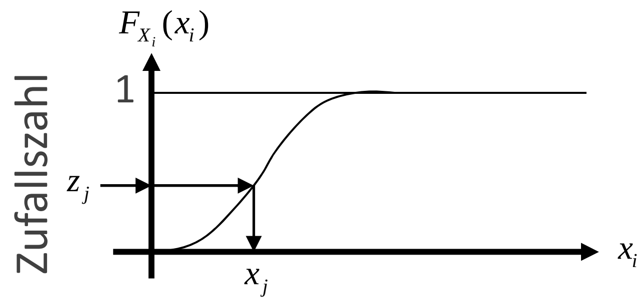
- Monte Carlo Simulation

  Lösung des Integrationsproblems:

$$P_f = \int_{\Omega_f = \{g(\mathbf{x}) \leq 0\}} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

1. m Realisationen des Vektors X werden erzeugt.
2. Für jede Realisation wird die Grenzzustandsfunktion berechnet
3. Die Realisationen, für welche die Grenzzustandsfunktion null oder weniger ist, werden gezählt n_f
4. Die Versagenswahrscheinlichkeit wird geschätzt:

$$p_f = \frac{n_f}{m}$$



Z ist eine gleichverteilte Zufallszahl zwischen 0 und 1

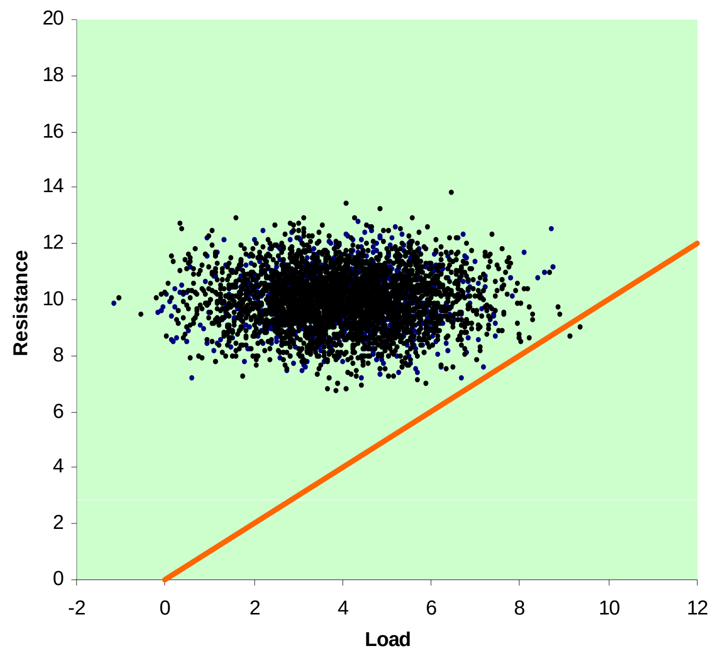
Grundzüge der Zuverlässigkeitsanalyse

- Monte Carlo Simulation

  m zufällige Realisationen von R und S werden generiert und die Anzahl der Realisationen n_f im Versagensraum werden gezählt.

  Die Versagenswahrscheinlichkeit p_f ist dann gegeben durch:

$$p_f = \frac{n_f}{m}$$



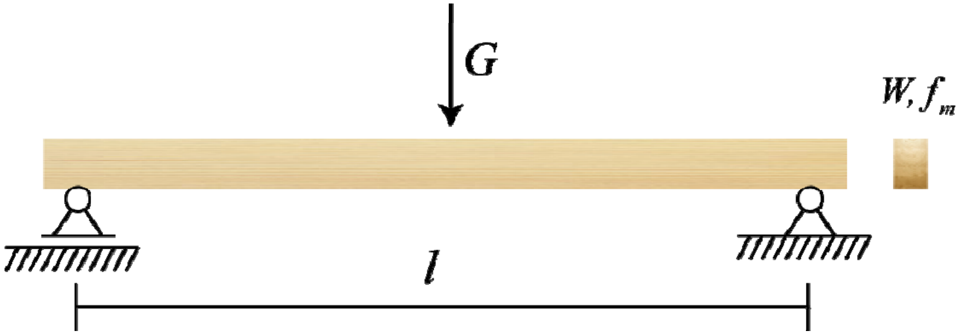
Beispiel Biegebalken

Versagen

allgemein definiert durch :

Bauteilwiderstand < Bauteilbelastung

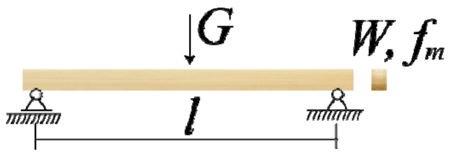
z.B. bei einem Biegeträger



$$\boxed{f_m W = R < S = \frac{G\ l}{4}}$$

Beispiel Biegebalken

Versagenswahrscheinlichkeit definiert durch :

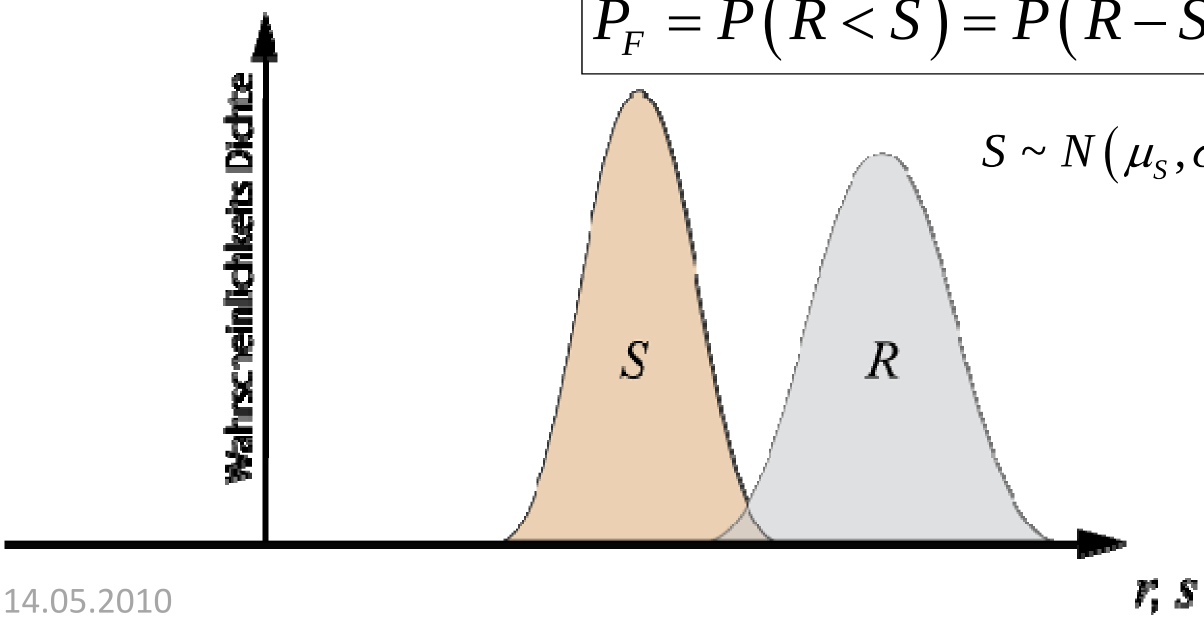


Wahrscheinlichkeit, dass
Bauteilwiderstand < Bauteilbelastung

$$R = f_m W; \quad S = \frac{Gl}{4}$$

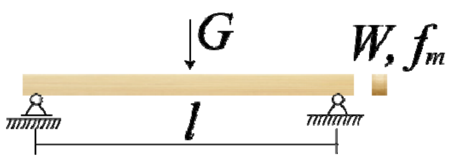
$$P_F = P(R < S) = P(R - S < 0)$$

$$S \sim N(\mu_S, \sigma_S) \quad R \sim N(\mu_R, \sigma_R)$$



Beispiel Biegebalken

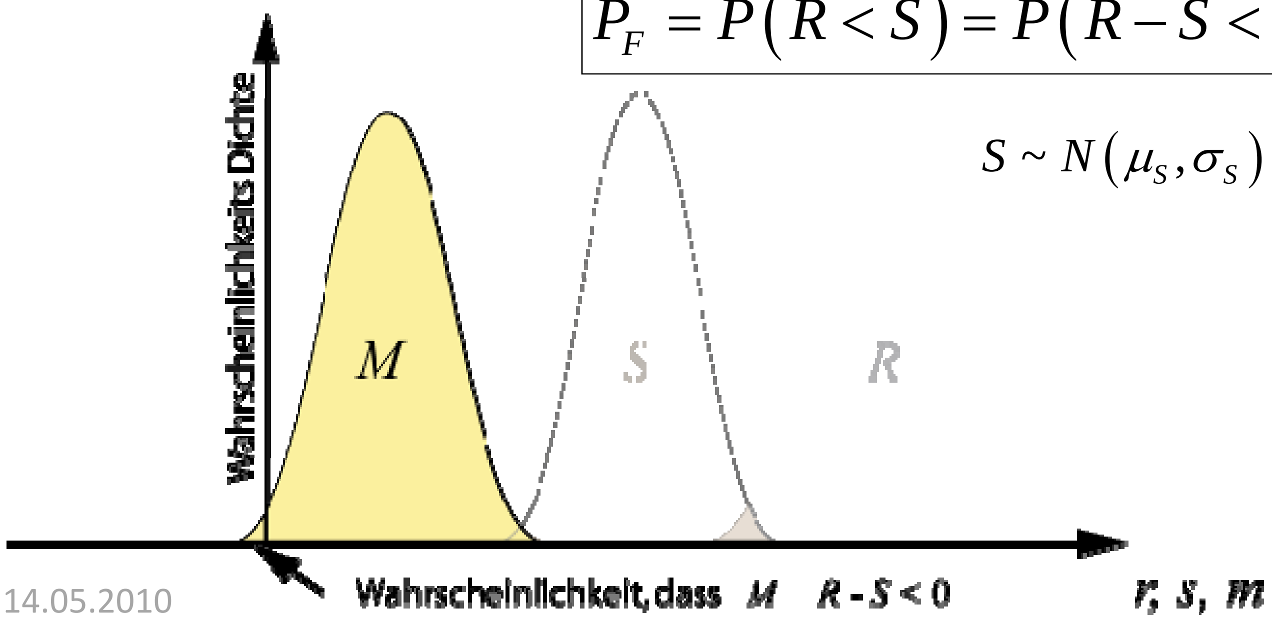
Versagenswahrscheinlichkeit definiert durch :



Wahrscheinlichkeit, dass
Bauteilwiderstand < Bauteilbelastung

$$R = f_m W; \quad S = \frac{Gl}{4}$$

$$P_F = P(R < S) = P(R - S < 0)$$



$$S \sim N(\mu_S, \sigma_S) \quad R \sim N(\mu_R, \sigma_R)$$

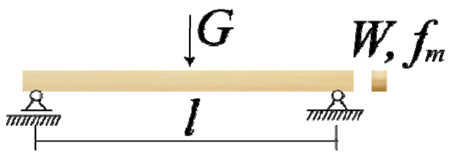
$$M \sim N(\mu_M, \sigma_M)$$

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S$$

$$\sigma_M^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2$$

Beispiel Biegebalken

Zurück zum Beispiel:

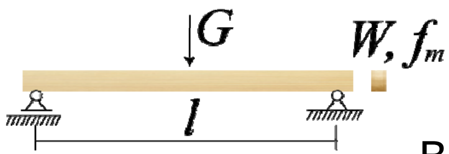


Bemessungsproblem:

Was ist der richtige Querschnitt?

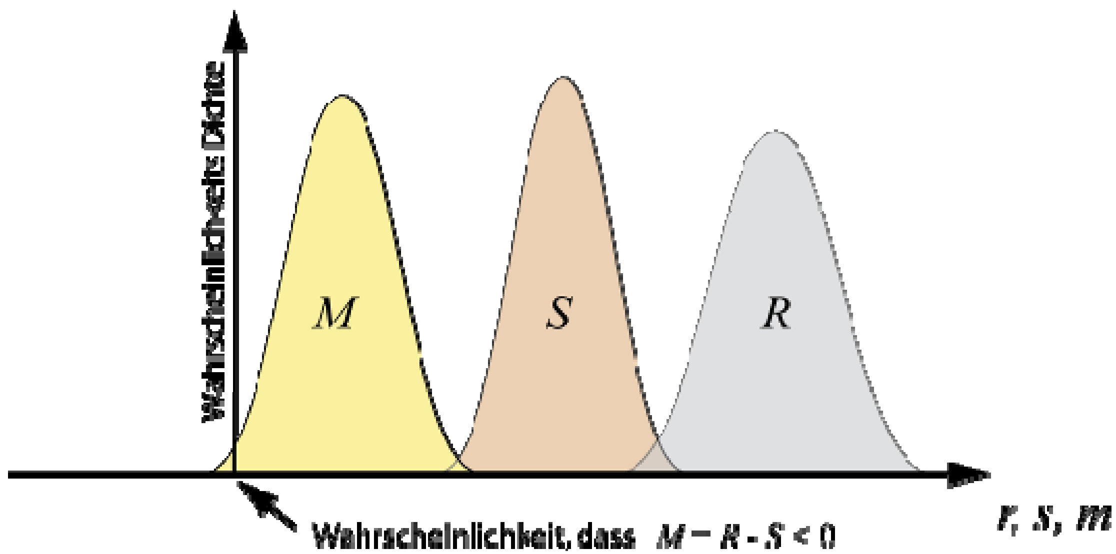
Beispiel Biegebalken

Zurück zum Beispiel:



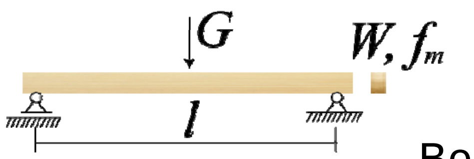
Bemessungsproblem einfach lösbar
für gegebene R oder S

-> z. B. mit Variation der
Bemessungsvariablen W



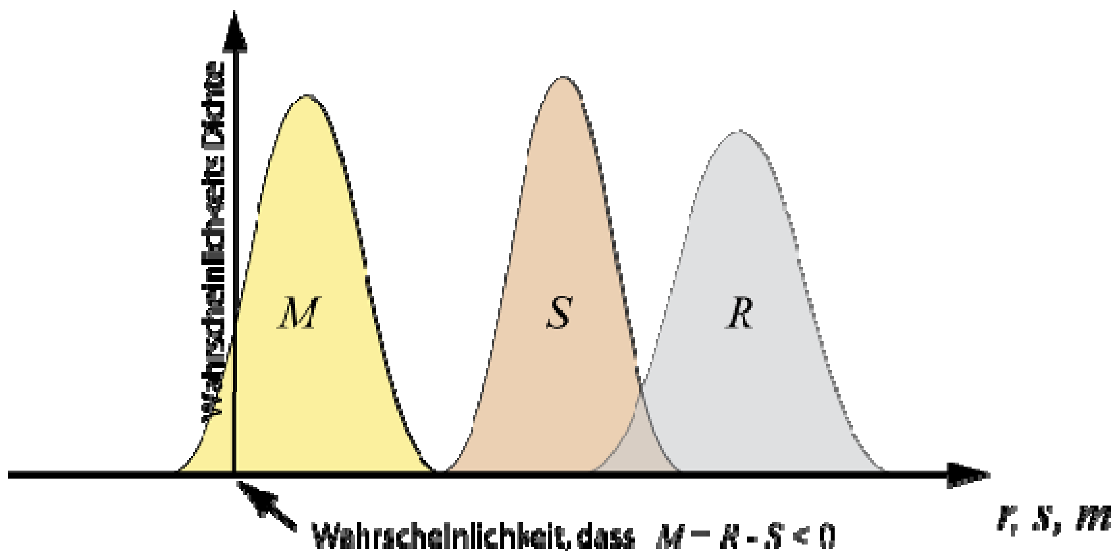
Beispiel Biegebalken

Zurück zum Beispiel:



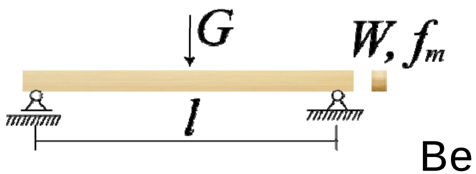
Bemessungsproblem einfach lösbar für gegebene R oder S

-> z. B. mit Variation der Bemessungsvariablen W



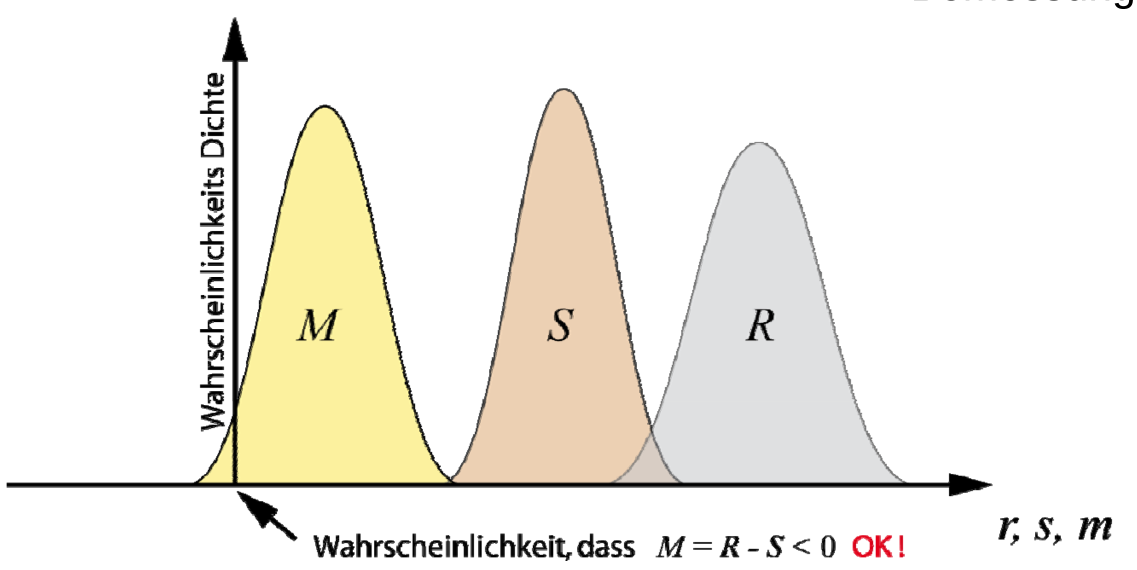
Beispiel Biegebalken

Zurück zum Beispiel:



Bemessungsproblem einfach lösbar
für gegebene R oder S

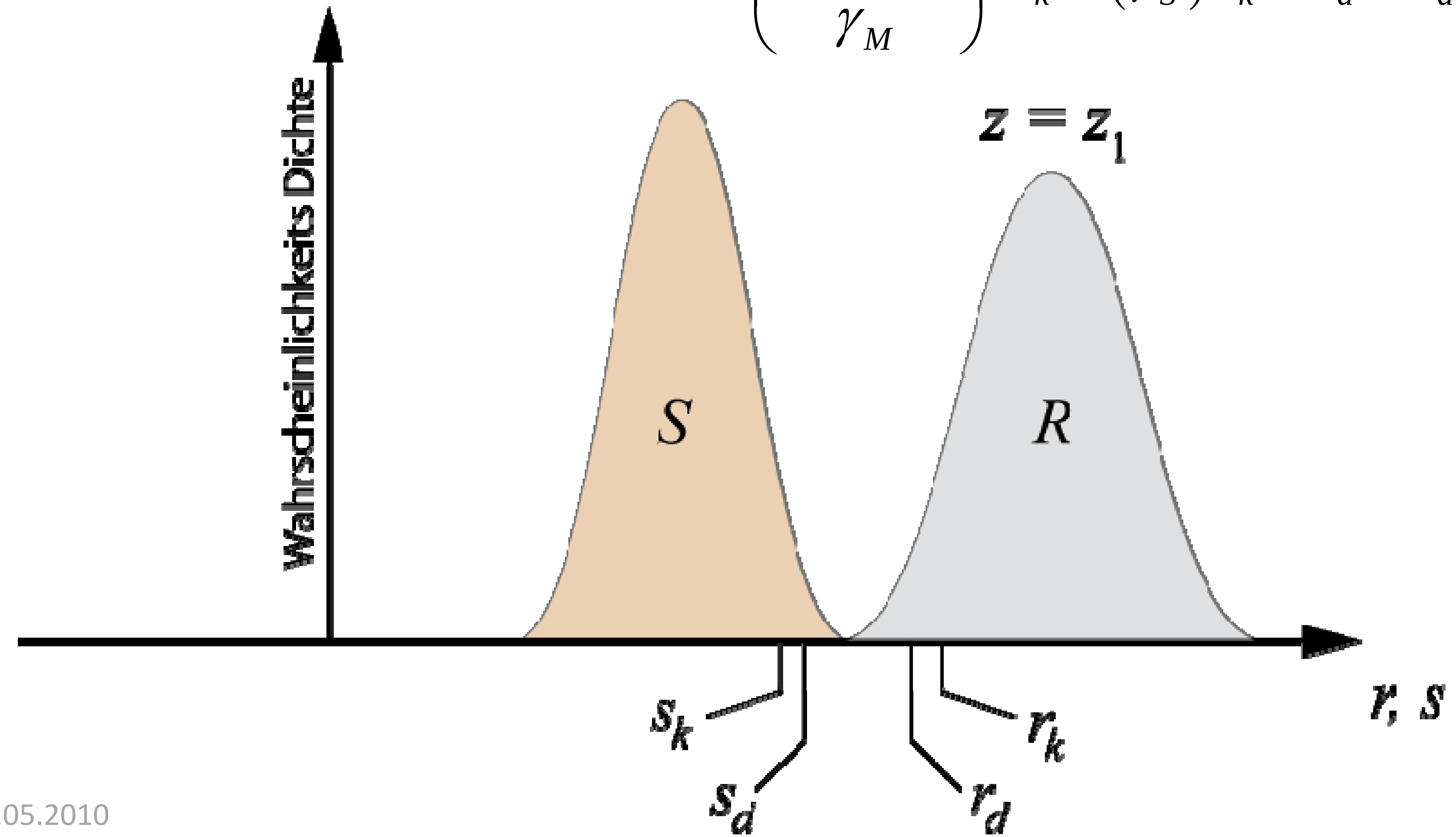
-> z. B. mit Variation der
Bemessungsvariablen W



Beispiel Bemessungsrichtlinien

Bemessungsrichtlinien:

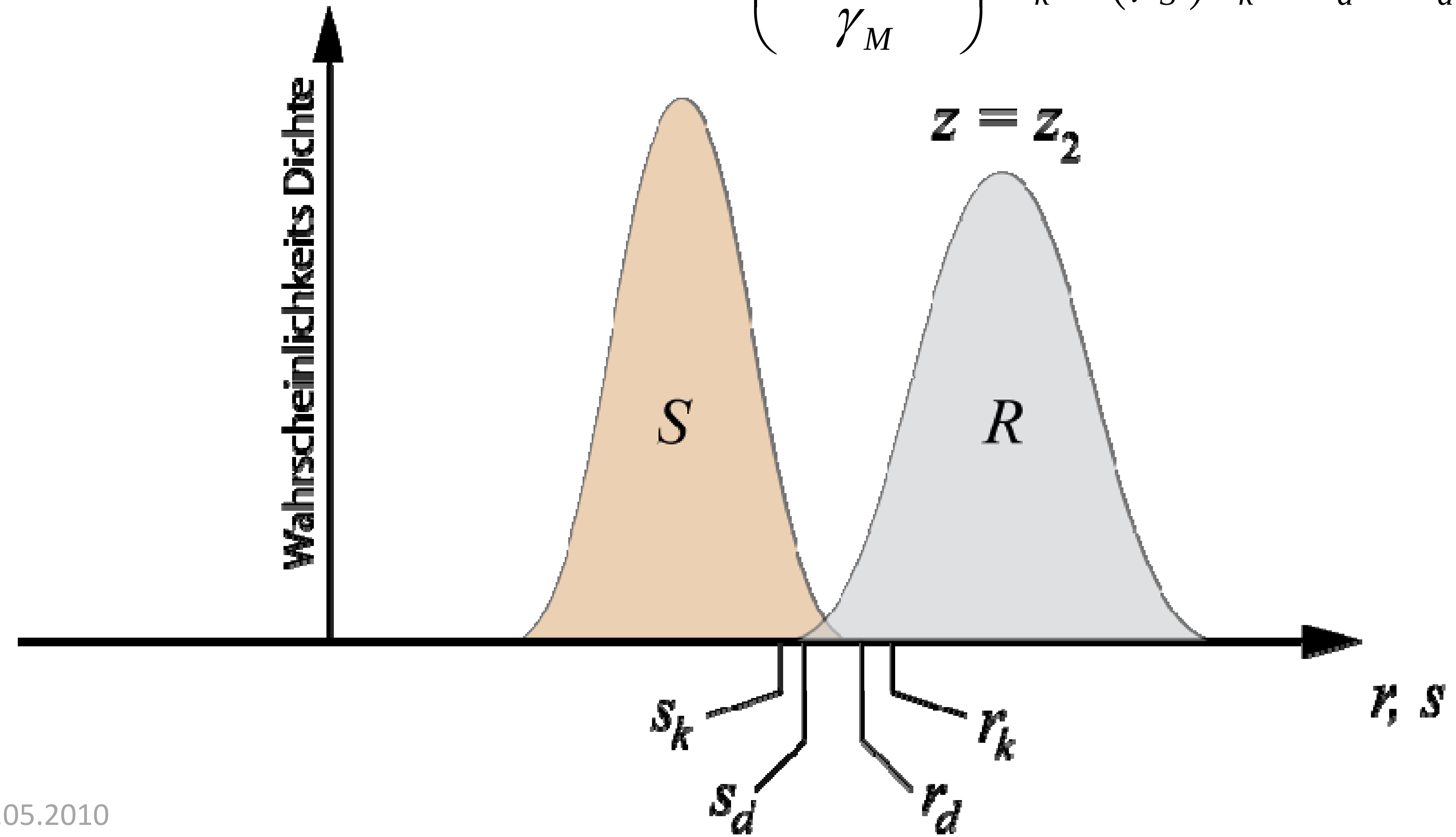
$$\left(\frac{\eta_M \eta_t \eta_w}{\gamma_M}\right) z r_k - \left(\gamma_S\right) s_k = r_d - s_d = 0$$



Beispiel Bemessungsrichtlinien

Bemessungsrichtlinien:

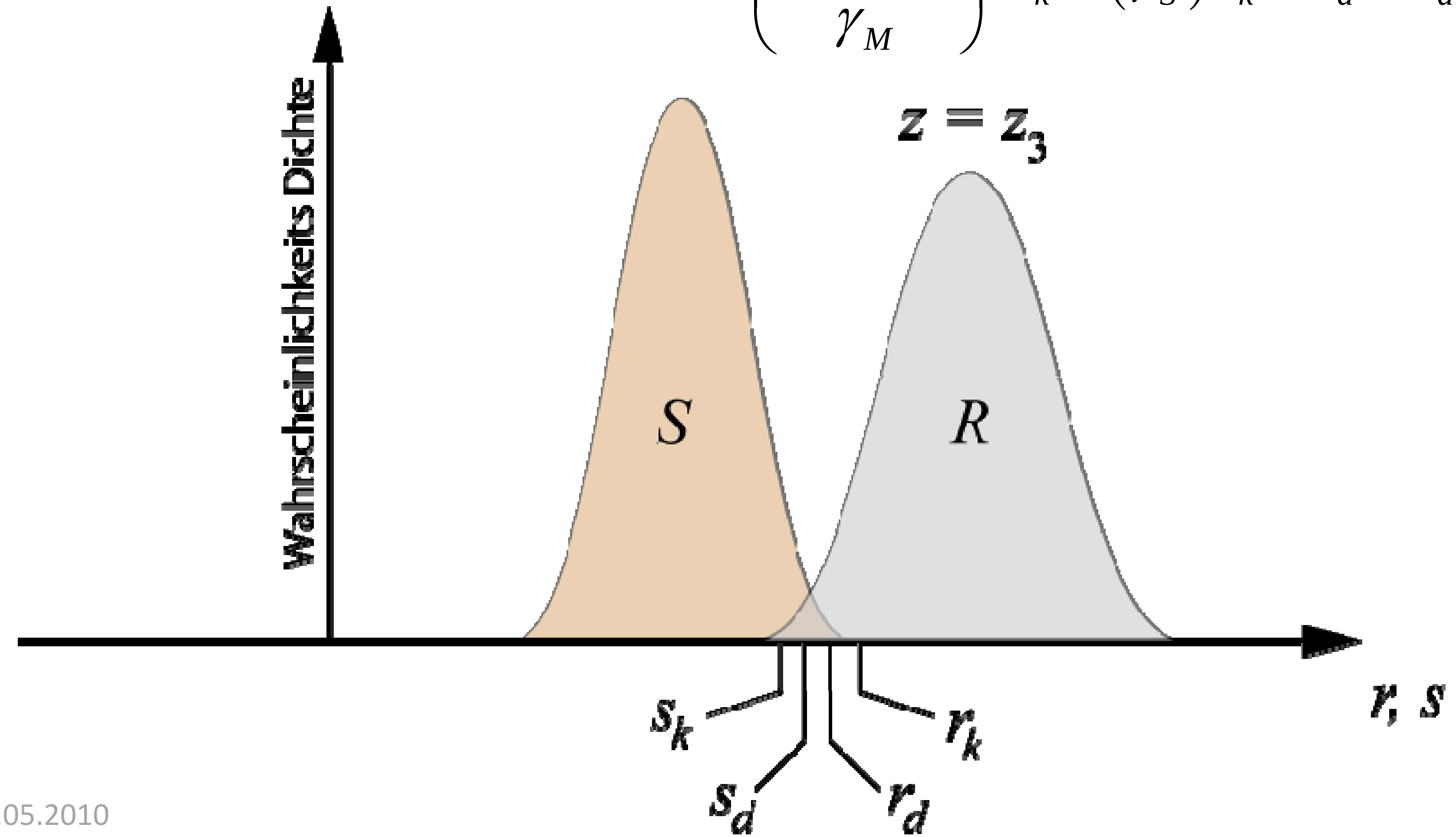
$$\left(\frac{\eta_M \eta_t \eta_w}{\gamma_M}\right) z r_k - (\gamma_S) s_k = r_d - s_d = 0$$



Beispiel Bemessungsrichtlinien

Bemessungsrichtlinien:

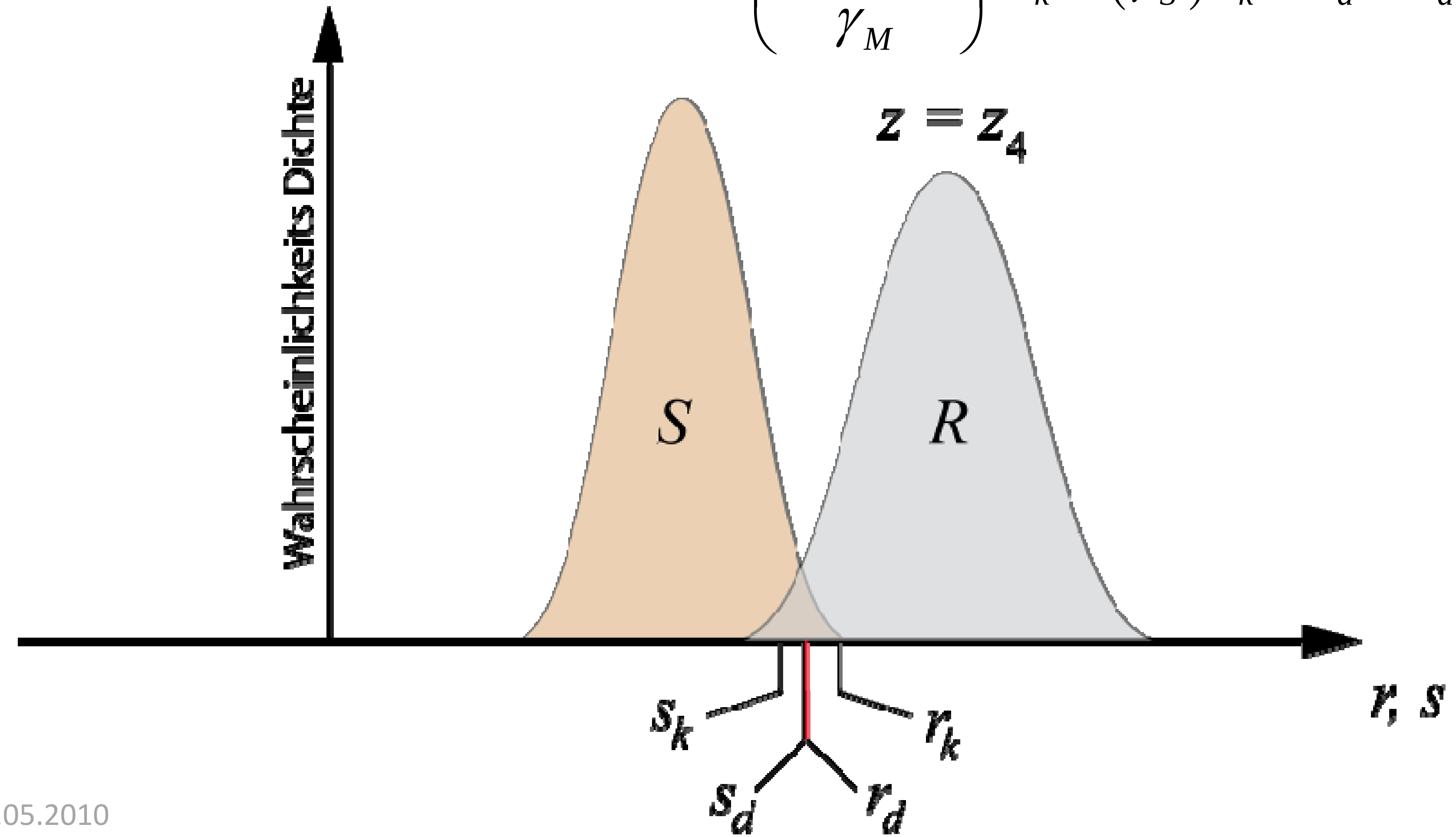
$$\left(\frac{\eta_M \eta_t \eta_w}{\gamma_M}\right) z r_k - \left(\gamma_S\right) s_k = r_d - s_d = 0$$



Beispiel Bemessungsrichtlinien

Bemessungsrichtlinien:

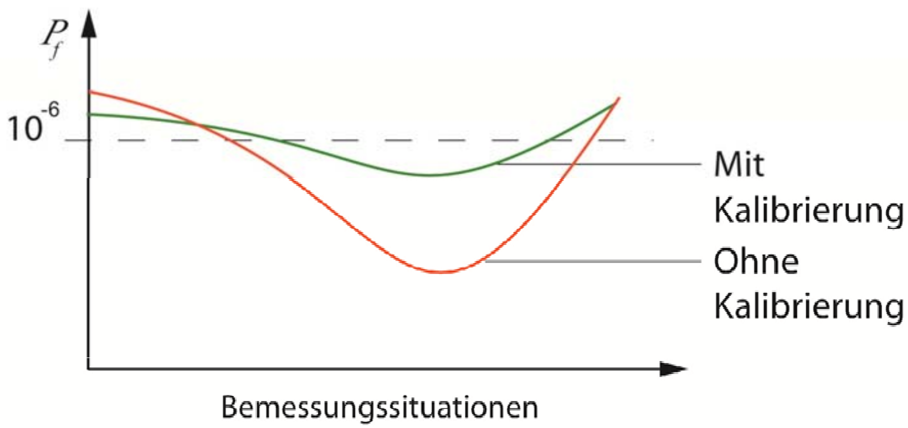
$$\left(\frac{\eta_M \eta_t \eta_w}{\gamma_M}\right) z r_k - \left(\gamma_S\right) s_k = r_d - s_d = 0$$

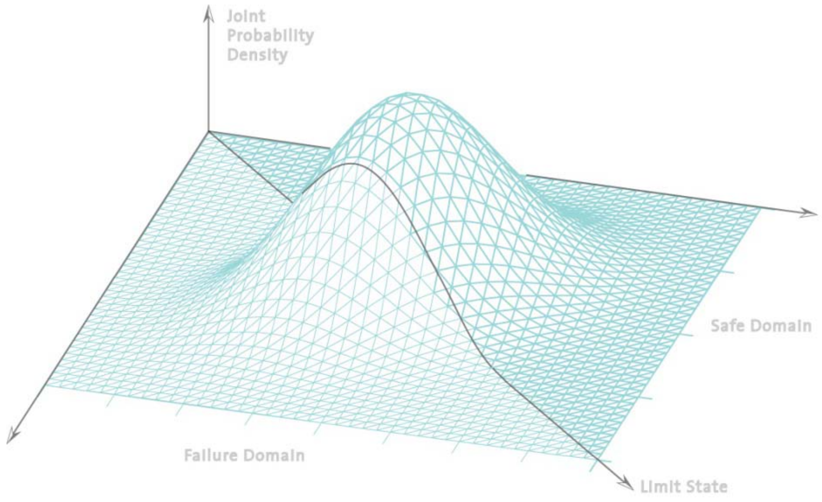


Beispiel Bemessungsrichtlinien

Bemessungsrichtlinien:

- Bemessungsrichtlinien decken unterschiedlichste Bemessungssituationen ab. (Bauteilwiderstände, Lastfallkombinationen)
- Bemessungslösungen sollten ein akzeptables und gleichmässiges Zuverlässigkeitsniveau gewährleisten.





Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung

Prof. Dr. Michael Havbro Faber