
Gruppenaufgabe B.7

Bitte lest nun kurz die Aufgabe durch

a) Vervollständigen Sie die Tabelle

Wahrscheinlichkeit das C1
angezeigt wird, gegeben, das C1 der Fall ist.

Klasse der Lehmschichtdicke	Indikation für die Klasse der Lehmschichtdicke		
	I_{C_1}	I_{C_2}	I_{C_3}
C_1	0.84 $P(I_{C_1} C_1)$		0.03 $P(I_{C_3} C_1)$
C_2	0.09 $P(I_{C_1} C_2)$	0.77 $P(I_{C_2} C_2)$	
C_3		0.07 $P(I_{C_2} C_3)$	0.89 $P(I_{C_3} C_3)$

= 1

= 1

= 1

a) Vervollständigen Sie die Tabelle

Klasse der Lehmschichtdicke	Indikation für die Klasse der Lehmschichtdicke			
	I_{C_1}	I_{C_2}	I_{C_3}	
C_1	0.84 $P(I_{C_1} C_1)$	0.13 $P(I_{C_2} C_1)$	0.03 $P(I_{C_3} C_1)$	= 1
C_2	0.09 $P(I_{C_1} C_2)$	0.77 $P(I_{C_2} C_2)$	0.14 $P(I_{C_3} C_2)$	= 1
C_3	0.04 $P(I_{C_1} C_3)$	0.07 $P(I_{C_2} C_3)$	0.89 $P(I_{C_3} C_3)$	= 1

b) Zur Aufgabe

- Ein geoelektrischer Versuch wurde durchgeführt und hat C_3 als Lehmschichtdicke angezeigt
→ C_3 ist die Bedingung
 - Somit ist die Wahrscheinlichkeit: $P(C_i | I_{C_3})$, das heisst, das Vorfinden einer bestimmten Bodendicke, I_{C_3} gegeben, gesucht..
-

b) Berechnungsformel

- Wir benötigen die Formel von Bayes:

Wahrscheinlichkeit von I_{C3}
Gegeben C_i .

Wahrscheinlichkeit von C_i

$$P(I_{C3} | C_i) * P(C_i)$$

$$\square P(C_i | I_{C3}) = \frac{P(I_{C3} | C_i) * P(C_i)}{\sum P(I_{C3} | C_i) * P(C_i)}$$

b) Erklärung der Formel

- Im Nenner steht:

Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine Dicke als I_{C3} angezeigt? Dies wird multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit, dass eine überhaupt Dicke vorkommt und dann wird alles addiert.

$$P(IC3 | C1) * P(C1) + P(IC3 | C2) * P(C2) + P(IC3 | C3) * P(C3)$$

$$0.03 * 0.2 + 0.14 * 0.47 + 0.89 * 0.33 = \underline{0.3655}$$

b) Erste Berechnung

- Nun rechnen wir die 3 gesuchten Größen aus.
 - Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass die tatsächliche Dicke C1 entspricht?

$$P(C1 | IC3) = \frac{P(IC3 | C1) * P(C1)}{0.3655} = \frac{0.03 * 0.2}{0.3655}$$

$$= 0.016 = \underline{1.6 \%}$$

b) Zweite Berechnung

- Nun rechnen wir die 3 gesuchten Größen aus.
 - Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass die tatsächliche Dicke C1 entspricht?

$$P(C2 | IC3) = \frac{P(IC3 | C2) * P(C2)}{0.3655} = \frac{0.14 * 0.47}{0.3655}$$

$$= 0.18 = \underline{18 \%}$$

b) Dritte Berechnung

- Nun rechnen wir die 3 gesuchten Größen aus.
 - Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass die tatsächliche Dicke C1 entspricht?

$$P(C3 | IC3) = \frac{P(IC3 | C3) * P(C3)}{0.3655} = \frac{0.89 * 0.33}{0.3655}$$

$$= 0.80 = \underline{80 \%}$$

b) Kontrolle

- Habt ihr bemerkt, dass
 - $P(C3 | IC3) + P(C2 | IC3) + P(C1 | IC3) = 1$



Fazit

- Die Wahrscheinlichkeit, dass das Gerät die Wahrheit sagt, also wenn C3 vorliegt, sagt es auch C3, liegt bei

$$P(C3 | IC3) = 80 \%$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 18% müssen wir bei einer Anzeige von C3 jedoch mit einer tatsächlichen Dicke von C2 rechnen und zu 1.6% mit einer Dicke von C1.
