

# Gruppenaufgabe E.7.1

# Aufgabenstellung

---

- ▶ Um die Druckfestigkeit von Beton einer bestimmten Produktionsmenge zu modellieren, wurden 20 Stichproben gemessen. Die Ergebnisse sind in der Tabelle dargestellt. Es wird angenommen, dass die Grundgesamtheit der Stichproben einer Lognormalverteilung LN ( $\lambda, \zeta$ ) folgt.
- ▶ Schätze die unbekannt Parameter  $\lambda, \zeta$  anhand der Momentenmethode.

Nummer der Messung	Druckfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	Nummer der Messung	Druckfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
1	24.4	11	33.3
2	27.6	12	33.5
3	27.8	13	34.1
4	27.9	14	34.6
5	28.5	15	35.8
6	30.1	16	35.9
7	30.3	17	36.8
8	31.7	18	37.1
9	32.2	19	39.2
10	32.8	20	39.7



# Gleichungen aufstellen

---

$$m_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 32.67$$

$$\lambda_1 = \mu = \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right)$$

$$\rightarrow (1) \quad 32.67 = \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right)$$

$$m_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1083.36$$

$$\sigma = \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right) * \sqrt{\exp(\zeta^2) - 1}$$

$$\lambda_2 = \mu^2 + \sigma^2 = \left(\exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right)\right)^2 + \left(\exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right) * \sqrt{\exp(\zeta^2) - 1}\right)^2$$

$$\rightarrow (2) \quad 1083.36 = \left(\exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right)\right)^2 + \left(\exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right) * \sqrt{\exp(\zeta^2) - 1}\right)^2$$

$\rightarrow$  Gleichungssystem mit 2 Unbekannten und 2 Gleichungen

---



# Gleichungen auflösen

---

Analytisches Auflösen der Gleichungen:

Gleichung (1) in (2) einsetzen:

$$1083.67 = 32.67^2 + (32.67 \cdot \sqrt{\exp(\zeta^2) - 1})^2 \quad | - 32.67^2$$

$$16.36 = (32.67 \cdot \sqrt{\exp(\zeta^2) - 1})^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$4.04 = 32.67 \cdot \sqrt{\exp(\zeta^2) - 1} \quad | : 32.67$$

$$0.12 = \sqrt{\exp(\zeta^2) - 1} \quad | ^2$$

$$0.02 = \exp(\zeta^2) - 1 \quad | + 1$$

$$1.02 = \exp(\zeta^2) \quad | \ln(\dots)$$

$$\ln(1.02) = \zeta^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\zeta = \mathbf{0.123}$$

---



$\zeta$  in Gleichung (1) einsetzen:

$$32.67 = \exp\left(\lambda + \frac{0.123^2}{2}\right)$$

|  $\ln(\dots)$

$$\ln(32.67) = \lambda + 0.008$$

| - 0.008

$$\lambda = 3.479$$

