Gruppenaufgabe D.3

a) P(4,y) und $f_x(x)$ finden

$$\begin{cases} k \cdot x & x < 4 \\ a \cdot x^2 + b \cdot x + c & x \geq 4 \end{cases}$$

(keine Konstante weil die Gerade durch (0,0) geht)

Parabolische Funktion

Bedingungen:

-Die Tangente in (12,0) ist die x-Achse also f'(12)=0

$$f'(12) = 2 \cdot 12 \cdot a + b = 0$$

$$b = -24\,a$$

-$f_x(12)=0$

$$f(12) = 0 = 144\,a + 12\,b + c$$

$$c = -144\,a - 12\,b = 144\,a$$

-In P(4,y) sind beide Funktionen gleich

$$4\,k = 4^2 a + 4\,b + c$$

$$k = 16\,a$$

Gruppenaufgabe D.3

a) P(4,y) und $f_x(x)$ finden

Bedingungen (2):

-Die Fläche unter der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion muss 1 sein

$$\int_0^{12} \begin{cases} k \cdot x & x < 4 \\ a \cdot x^2 + b \cdot x + c & x \geq 4 \end{cases} dx = 1$$

$$\int_0^{12} \begin{cases} 16 \cdot a \cdot x & x < 4 \\ a \cdot x^2 - 24\, a \cdot x + 144\, a & x \geq 4 \end{cases} dx = 1$$

$$a = \frac{3}{896}$$

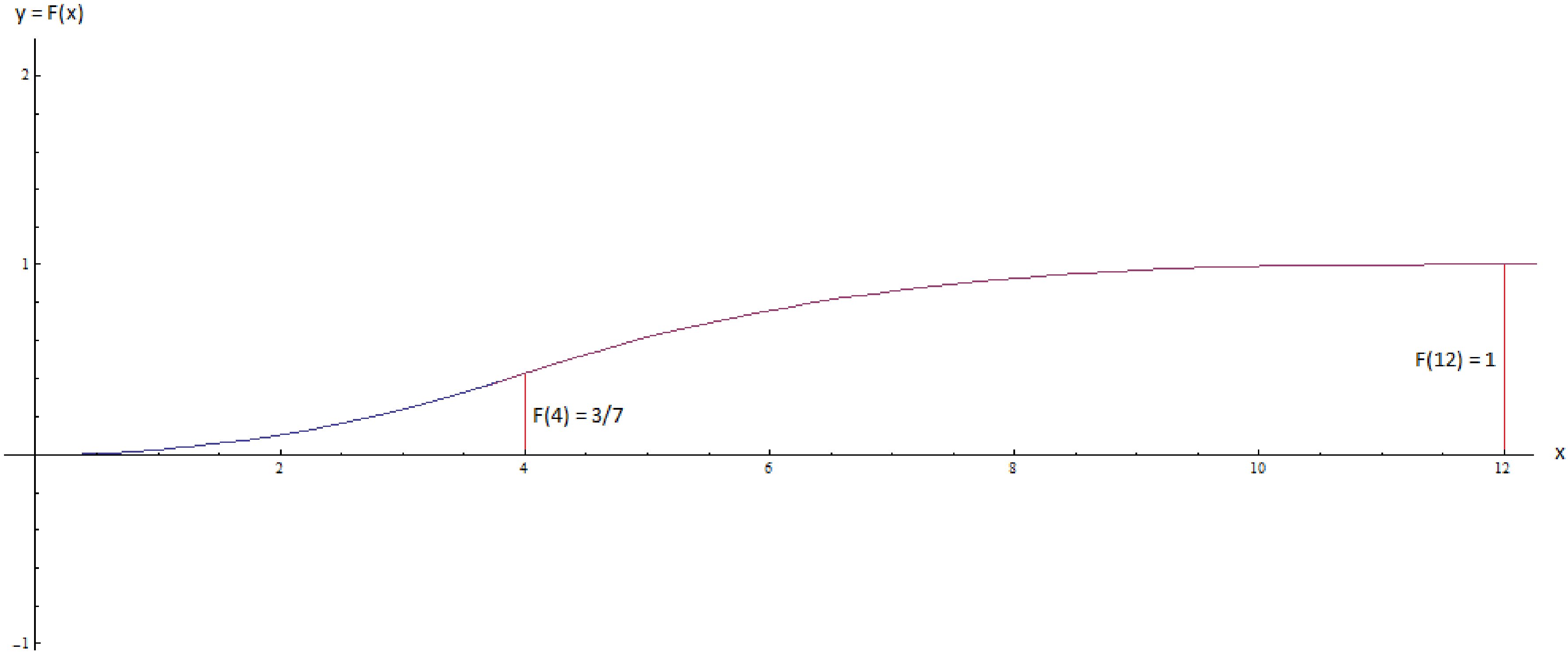
Daraus folgt: $b = -\frac{9}{112}$ $\quad c = \frac{27}{56}$ $\quad k = \frac{3}{56}$

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{3}{56} \cdot x & 0 \leq x < 4 \\ \frac{3}{896} \cdot x^2 - \frac{9}{112}\, x + \frac{27}{56} & 4 \leq x \leq 12 \end{cases}$$

P(4,y) bestimmen:

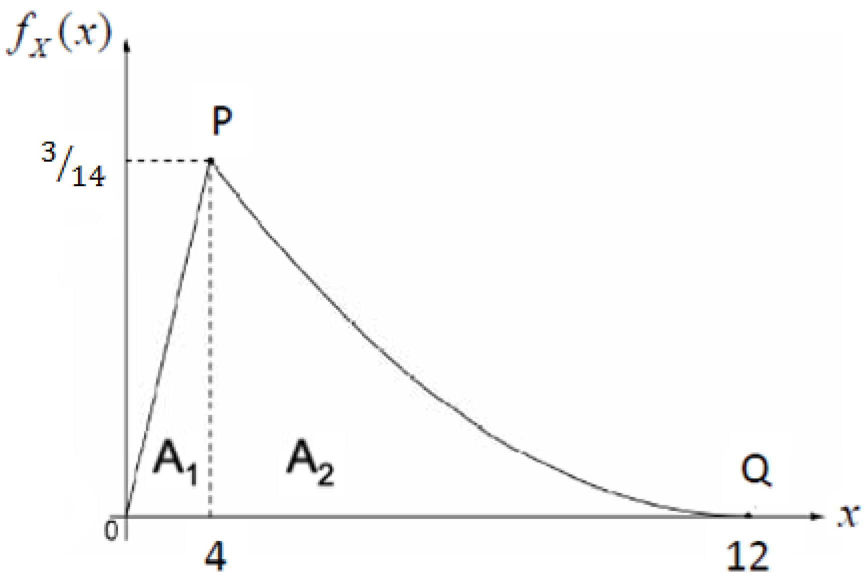
$$y = \frac{3}{56} \cdot 4 = \frac{3}{14}$$

b) Ermittle und zeichne die kumulative Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen *X* mit einigen charakteristischen Werten in der Abbildung.

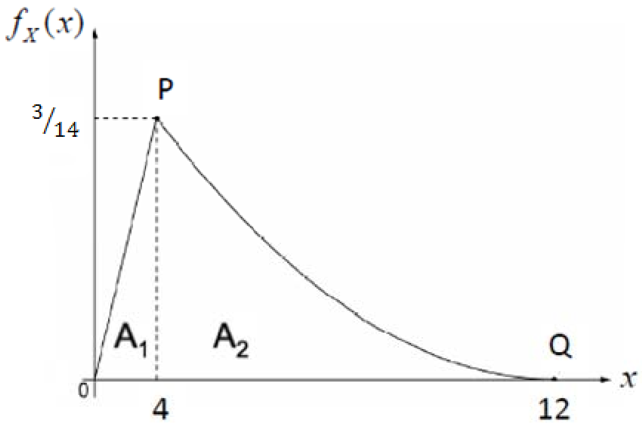


c) Berechnen des Mittelwerts

Der Mittelwert (oder Erwartungswert) ist zugleich der Schwerpunkt der Fläche unter der Kurve.



$$\mu_x = x_s = \frac{x_{s1} \cdot A_1 + x_{s2} \cdot A_2}{A_1 + A_2}$$



$$\mu_x = x_s = \frac{x_{s1} \cdot A_1 + x_{s2} \cdot A_2}{A_1 + A_2}$$

wobei $A_1 + A_2 = 1$

$$A_1 = \frac{1}{2}\left(4 \cdot \frac{3}{14}\right) = \frac{3}{7}$$

$$A_2 = \frac{4}{7}$$

$$x_{s1} \cdot A_1 = \left(\frac{2}{3} \cdot 4\right) \cdot \frac{3}{7} = \frac{8}{7}$$

$$x_{s2} \cdot A_2 = \int_4^{12} x \cdot \left(\frac{3}{896}x^2 - \frac{9}{112}x + \frac{27}{56}\right)dx = \frac{24}{7}$$

$$\mu_x = \frac{\frac{8}{7} + \frac{24}{7}}{1} = \frac{32}{7} \approx 4.571$$

d) Berechne die Wahrscheinlichkeit $P(X > 4)$

$$P(X>4)=1-P(X\leq 4)=1-\int_0^4 f_X(x)dx$$

$$=1-\int_0^4 \frac{3x}{56}dx=1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$$