

Übung 4

Aufgabe 4.1

Die monatlichen Aufwendungen X [CHF] für Wasserverbrauch einschliesslich Abwassergebühren für einen 2-Personenhaushalt seien durch eine Zufallsvariable mit der folgenden Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion gegeben:

$$f_X(x) = \begin{cases} c \cdot x \cdot \left(15 - \frac{x}{4}\right) & \text{für } 0 \leq x \leq 60 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Welchen Wert muss c annehmen?
- Gebe die Verteilungsfunktion $F_X(x)$ der Zufallsvariable X an.
- Welche der vier monatlichen Ausgaben 30CHF, 40 CHF, 50 CHF und 60 CHF überschreitet nicht das 90%-Quantil der monatlichen Aufwendungen?
- Wie hoch sind die mittleren monatlichen Aufwendungen für den Wasserverbrauch einschliesslich der Wassergebühren für einen 2-Personenhaushalt?

Aufgabe 4.2

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für eine Zufallsvariable ist in Abbildung 4.2.1 dargestellt (Annahme für Teilaufgabe b, c, d und e: $a=1$, $b=2$, $c=3$ und $d=6$).

- Bestimme die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion analytisch.
- Bestimme den Modalwert und den Parameter h .
- Berechne den Mittelwert.
- Berechne den Wert des Medians.
- Ermittle graphisch den Medianwert aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Diskutiere, wie der Mittelwert graphisch ermittelt werden kann.

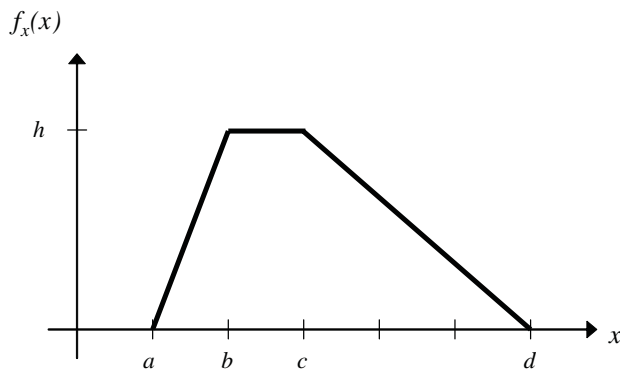


Abbildung 4.2.1: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.

Aufgabe 4.3 (Gruppenaufgabe)

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer Zufallsvariablen X ist in Abbildung 4.3.1 dargestellt. In dem Intervall $[0, 4]$ ist die Funktion linear. In dem Intervall $[4, 12]$ ist die Funktion parabolisch und die x -Achse ist im Punkt Q die Tangente an diese Funktion.

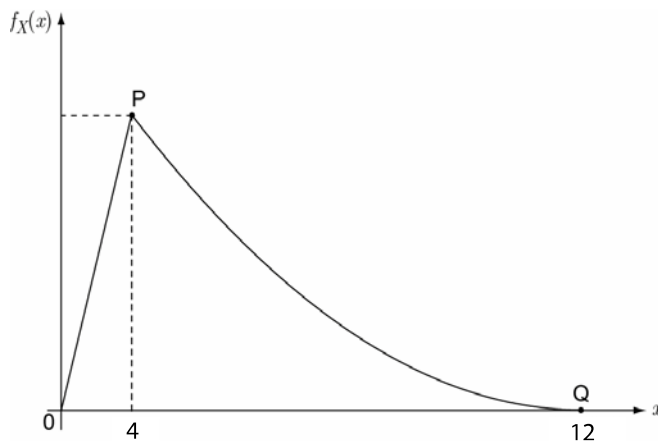


Abbildung 4.3.1: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.

- Bestimme die Koordinaten des Punktes $P(x,y)$ und beschreibe die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.
- Ermittle und zeichne die kumulative Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen X mit einigen charakteristischen Werten in der Abbildung.
- Berechne den Mittelwert der Zufallsvariable X .
- Berechne die Wahrscheinlichkeit $P[X > 4]$.