

ÜBUNG 3

Aufgabe 3.1

a) Welche der folgenden Schreibweisen ergeben einen Sinn?

i) $P[A \cup [B \cap C]]$ ii) $P[A] + P[B]$

iii) $P[\bar{A}] \cap P[B]$ iv) $\overline{P[B]}$

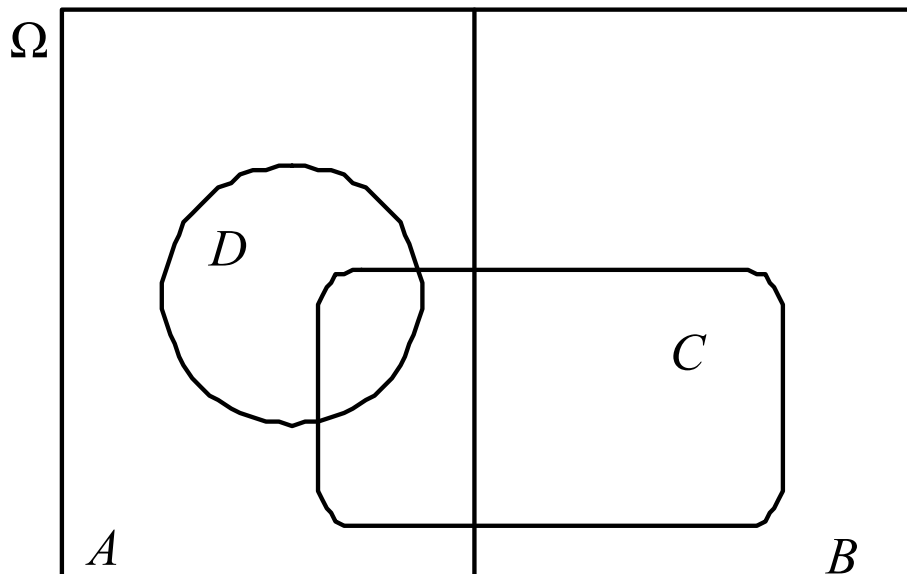
b) Mit A, B und C bezeichne man Ereignisse. Beschreiben Sie in Worten die folgenden Ausdrücke, und sagen Sie, um was für mathematische Objekte es sich handelt (Zahlen, Vektoren, Funktionen, Mengen, ...).

i) $A \cup B$ ii) $\bar{B} \cap C$ iii) $P[A]$

iv) $P[[A \cap B \cap C] \cup [\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}]]$ v) \emptyset

c) Stelle die folgenden Ereignisse im angegebenen Diagramm dar:

i) $C \cap D$ ii) $[D \setminus C] \cup [C \cap A]$ iii) $B \cup D$



Aufgabe 3.2

Der Einsturz eines Gebäudes in Tokyo kann durch zwei, voneinander unabhängigen Ereignissen verursacht werden:

F_1 : ein grosses Erdbeben

F_2 : ein starker Taifun

Die jährlichen Auftretenswahrscheinlichkeiten dieser beiden Ereignisse sind:

$P(F_1) = 0.04$

$P(F_2) = 0.08$

Berechne die jährliche Einsturzwahrscheinlichkeit des Gebäudes.

Aufgabe 3.3

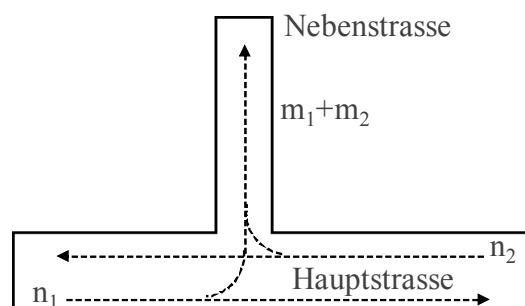
In einer Alpenregion gibt es 25 sehr hohe Berggipfel. Diese sind das ganze Jahr über mit Schnee bedeckt und es besteht an jedem Tag die gleiche Wahrscheinlichkeit für das Loslösen einer Lawine. Diese beträgt $1/40$ pro Tag und Berggipfel.

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es in dieser Alpenregion an einem Tag zu mindestens zwei Lawinenabgängen kommt?

Annahme: An einem Berggipfel kann sich an einem Tag nur eine Lawine loslösen.

Aufgabe 3.4

Die Beobachtung einer Verkehrskreuzung hat gezeigt, dass sich $n_1=50$ Fahrzeuge auf der Hauptstrasse in Richtung 1 bewegen. Davon biegen $m_1=25$ Fahrzeuge in die Nebenstrasse ab. $n_2=200$ Fahrzeuge bewegen sich auf der Hauptstrasse in die entgegengesetzte Richtung 2 und $m_2=40$ Fahrzeuge biegen in die Nebenstrasse ab.



Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fahrzeug, das sich auf der Hauptstrasse bewegt, in die Nebenstrasse abbiegt?

Aufgabe 3.5

Mit einem besonderen Messgerät können Messungen im Labor durchgeführt werden. Aufgrund der hohen Nachfrage, werden 20% im Land A und 80% von ihnen im Land B hergestellt. Alle produzierten Geräte sind baugleich und werden nach einem einheitlichen Verfahren durch das IAC (Institute for Atmosphere and Climate) getestet. Die Testergebnisse zeigen, dass 5% der Geräte aus Land A ungenau arbeiten, während für Land B diese Ungenauigkeit nur bei 2% der Geräte auftritt.

Eine Studentin führt Messungen mit einem Gerät durch, von dem sie nicht weiss, in welchem Land es hergestellt wurde. Dabei entdeckt sie Messungenauigkeiten.

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Messungen mit einem Gerät durchgeführt wurden, das im Land A hergestellt wurde?

Aufgabe 3.6

Eine zerstörungsfreie Prüfmethode wird herangezogen um herauszufinden, ob das Kabel einer Brücke korrodiert (gerostet) ist. Aufgrund von Experimenten kann man annehmen, dass das Kabel mit einer Wahrscheinlichkeit von 1% korrodiert ist. Ist das Kabel angerostet, so wird dies vom Prüfgerät zuverlässig angezeigt.

Allerdings zeigt dieses Gerät in 10% aller Fälle auch einen Korrosionszustand an, obwohl das Kabel nicht angerostet ist.

Das zerstörungsfreie Prüfverfahren zeigt Korrosion an - Wie gross ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass das Kabel tatsächlich korrodiert ist?

Berechne die Wahrscheinlichkeit anhand des Satzes von Bayes.

Aufgabe 3.7 (Gruppenaufgabe)

Aufgrund von steigendem Trink- und Nutzwasserverbrauchs entstehen Diskussionen über den Grundwasserspiegel. Das Szenario einer Absenkung des Grundwassers soll analysiert werden, wobei angenommen wird, dass die Absenkung von der Dicke h der Lehmschicht unterhalb des Grundwassers abhängig ist. Sie wird wie folgt klassifiziert:

$$C_1: 0 < h \leq 20 \text{ cm}$$

$$C_2: 20 \text{ cm} < h \leq 40 \text{ cm}$$

$$C_3: 40 \text{ cm} < h$$

Ein Geologe schätzt aufgrund seiner Erfahrung, dass die *a priori* Wahrscheinlichkeit der Lehmschichtdicke an einem bestimmten Ort einer der folgenden Aussagen entspricht:

$$P(C_1)=0.2$$

$$P(C_2)=0.47$$

$$P(C_3)=0.33$$

Ein geo-elektrischer Test kann verwendet werden, um die *a priori* Wahrscheinlichkeit zu aktualisieren, obwohl das Testergebnis nicht immer korrekt ist. Die Erfahrungen vergangener Tests zeigen, dass die Wahrscheinlichkeit einer richtig/falsch Indikation der Schichtdicke wie in folgender Tabelle gegeben ist:

Klasse der Lehmschichtdicke C_i	Indikation für die Klasse der Lehmschichtdicke		
	$I = C_1$	$I = C_2$	$I = C_3$
C_1	0.84		0.03
C_2	0.09	0.77	
C_3		0.07	0.89

- a) Vervollständige die Tabelle.
- b) Ein geo-elektrischer Test wurde durchgeführt und zeigt an, dass die Dicke der Lehmschicht der Klasse C_3 zuzuordnen sei. Wie hoch ist in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit, dass die Dicke der Lehmschicht tatsächlich der Klasse C_1 , C_2 oder C_3 angehört?

Viel Erfolg!