

## ÜBUNG 11

### Aufgabe 11.1

Ein Junge will ein Computerspiel kaufen, welches demnächst erscheinen wird. Der Preis des Computerspieles wurde noch nicht bekannt gegeben, aber basierend auf gewissen Informationen nimmt er an, dass der Preis durch eine Normalverteilung mit  $\mu = 50$  CHF,  $\sigma = 10$  CHF beschrieben werden kann. Andererseits verfügt er momentan über 20 CHF, und er erwartet, dass er bis zum Erscheinen des Computerspieles noch Taschengeld von seinen Eltern bekommt. Er geht davon aus, dass der Taschengeldbetrag durch eine Normalverteilung mit  $\mu = 20$  CHF,  $\sigma = 5$  CHF beschrieben werden kann.

Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass es ihm nicht möglich ist, das Computerspiel zu kaufen, wenn dieses erscheint.

- 1) Formuliere die Grenzzustandsfunktion.
- 2) Leite die Grenzzustandsfunktion für den Raum der standardnormalverteilten Variablen her.
- 3) Berechne die Versagenswahrscheinlichkeit.

### Aufgabe 11.2:

Wie in Aufgabe 11.1 ersichtlich, kann die Versagenswahrscheinlichkeit durch die Grenzzustandsfunktion beschrieben werden. Nun sollen  $X_1$  und  $X_2$  durch eine Standardnormalverteilung beschrieben werden, und die Grenzzustandsfunktion sei beschrieben als:

$$g(X_1, X_2) = 2(X_1 - 1)^2 + X_2 - 3 \quad (1)$$

Berechne die Versagenswahrscheinlichkeit  $P[G(X_1, X_2) < 0]$ .

### Aufgabe 11.3

Ein Unternehmen plant den Bau einer Fabrik in einer Wüste. Um die Produktion zu gewährleisten, werden 100 Kiloliter Wasser am Tag benötigt. Es bestehen zwei Möglichkeiten dies zu realisieren:

- $A_1$ : Bohren eines Brunnens vor Ort
- $A_2$ : Bau einer Pipeline zur Wasserversorgung

Die Pipeline kann für 100 Mio. CHF realisiert werden. Der Bau eines Brunnens kostet 10 Mio. CHF. Es kann jedoch nicht garantiert werden, dass der Brunnen ausreichend Wasser führt. In diesem Fall muss das Unternehmen eine zusätzliche Pipeline bauen.

- a) (Prior Analysis) Aus Erfahrungen früherer Projekte mit ähnlichen geologischen Voraussetzungen kann geschlossen werden, dass ein Brunnen mit einer Wahrscheinlichkeit von 40% ausreichend Wasser führen wird. Für welche Aktion ( $A_1$  oder  $A_2$ ) sollten sich die Geschäftsführer dieses Unternehmens entscheiden?

Die Kapazität des Brunnens kann durch eine Probebohrung geschätzt werden. Diese Bohrung verursacht Kosten von 1 Mio. CHF. Das Verfahren der Probebohrung liefert drei unterschiedliche Indikatoren bezüglich der Kapazität. Die Wahrscheinlichkeitstabelle für dieses Verfahren ist in Tab.11.3 gegeben.

Indikator	Kapazität des Brunnens	
	$\theta_1$ : weniger als 100 kl	$\theta_2$ : mehr als 100 kl
$I_1$ : Kapazität >105 kl	0.1	0.8
$I_2$ : 95 kl < Kapazität <105 kl	0.2	0.1
$I_3$ : Kapazität < 95 kl	0.7	0.1

Tab.11.3: Wahrscheinlichkeitstabelle für die Probebohrung.

- b) (Posterior Analysis) Die erste Probebohrung ergibt eine Indikation  $I_2$ . Sollte der Brunnen zur Wasserversorgung gebohrt werden?
- c) (Pre-posterior Analysis) Entscheiden Sie, ob überhaupt eine Probebohrung durchgeführt werden sollte.