Statistics & Probability

Gruppenübung 6.3

Allgemein

- Die Wahrscheinlichkeit eines Erfolgeintritts beträgt

$$p = 0.27$$

- Die Wahrscheinlichkeit eines Nichterfolgs beträgt

$$q = (1 - p) = (0.73)$$

- Formel für Binomialverteilung: $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} p^k q^{(n-k)}$, mit n Versuchen

Aufgabe a)

- Die Wahrscheinlichkeit, dass spätestens der 12. Projektvorschlag einen Zuschlag erhält, entspricht exakt der Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses, also der Situation, dass keiner der 12 Vorschläge einen Zuschlag erhält.

- In Zahlen:

$$1-q^{12}=1-(0.73)^{12}=1-0.022902=0.977098$$

Aufgabe a)

- Anderer Ansatz: mit Hilfe der **Binomialverteilung**

$$P = 1 - \left[\binom{12}{0} * (0.27)^{0} * (0.73)^{12} \right] = 1 - [1 * 1 * 0.022902] = 0.977098$$

- Oder umgekehrt

(Die Wahrscheinlichkeit das ein Vorschlag den Zuschlag erhält + die Wahrscheinlichkeit, dass 2 Vorschläge einen Zuschlag erhalten +…etc. →logischer aber viel **umständlicher**!!!)

$$P = \left[\binom{12}{1} * (0.27)^{1} * (0.73)^{11} \right] + \left[\binom{12}{2} * (0.27)^{2} * (0.73)^{10} \right] + \left[\binom{12}{3} * (0.27)^{3} * (0.73)^{9} \right] + \left[\binom{12}{4} * (0.27)^{4} * (0.73)^{8} \right]$$

$$+ \left[\binom{12}{5} * (0.27)^{5} * (0.73)^{7} \right] + \left[\binom{12}{6} * (0.27)^{6} * (0.73)^{6} \right] + \left[\binom{12}{7} * (0.27)^{7} * (0.73)^{5} \right] + \left[\binom{12}{8} * (0.27)^{8} * (0.73)^{4} \right]$$

$$+ \left[\binom{12}{9} * (0.27)^{9} * (0.73)^{3} \right] + \left[\binom{12}{10} * (0.27)^{10} * (0.73)^{2} \right] + \left[\binom{12}{11} * (0.27)^{11} * (0.73)^{1} \right] + \left[\binom{12}{12} * (0.27)^{12} * (0.73)^{0} \right]$$

$$= 0.101647 + 0.206776 + 0.254929 + 0.212150 + 0.125546 + 0.054174 + 0.017175 + 0.003970 + 0.000653 + 0.000072 + 0.000005 + 0.0000002$$

$$= 0.977098$$

Aufgabe b)

- Es gibt nur eine einzige Möglichkeit, dass genau der 10. Projektvorschlag einen Zuschlag erhält. Die ersten 9 Vorschläge repräsentieren daher 9 Misserfolge und der letzte Vorschlag einen Erfolg.

- In Zahlen:

$$(0.73)^9 * (0.27)^1 = 0.015895$$

Aufgabe b) Illustration

1	2	3	4	5	6	7	8	9	**10**
q *	q *	q *	q *	q *	q *	q *	q *	q *	p

Projekt Nr.

W‘keiten

$$(0.73)^9 * (0.27)^1 = 0.015895$$

Aufgabe c)

- Dies ist ein typischer Fall der Binomialverteilung. Wir wollen von $n = 13$ Versuchen
    - 1. die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis gar nicht eintritt…
    - 2. die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis genau einmal eintritt…
    - 3. die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis genau zweimal eintritt…

  …anschliessend werden die erhaltenen Wahrscheinlichkeiten kumuliert.

$$(0.73)^{13} + \binom{13}{1} * (0.73)^{12} * (0.27)^{1} + \binom{13}{2} * (0.73)^{11} * (0.27)^{2} = 0.275496$$

Aufgabe c) detailliert

- 1. W'keit, dass das Ereignis gar nicht eintritt (vgl.a):

$$\binom{13}{0} * (0.27)^0 * (0.73)^{13} = 1 * 1 * 0.016718$$

- 2. W'keit, dass das Ereignis genau einmal eintritt:

$$\binom{13}{1} * (0.27)^1 * (0.73)^{12} = 0.080386$$

- 3. W'keit, dass das Ereignis genau zweimal eintritt:

$$\binom{13}{2} * (0.27)^2 * (0.73)^{11} = 0.178391$$

Binomialverteilung deshalb, weil das Ereignis, dass der Vorschlag genau einmal den Zuschlag erhält z.B. direkt beim 1. Einreichen auftreten kann, oder beim 3. oder beim 7. etc. Daher muss das Ganzen noch mit der Anzahl Möglichkeiten $\binom{n}{k}$ multipliziert werden…

Aufgabe c)

- Jetzt noch die 3 erhaltenen W'keiten kumulieren

$$0.080386 + 0.178391 + 0.275496$$

was eine W'keit von 27.55% ergibt.

Vielen Dank für eure Aufmerksamkeit…

Igor Moretti

Beda Müller

Lüc Müller

Daniel Moser

Armin Mühlematter