

ÜBUNG 3 (Abgabe: 12.11.2009)

1 Symmetrischer Zweimassenschwinger

Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für den abgebildeten Zweimassenschwinger auf und schreiben Sie sie in Matrizenform.

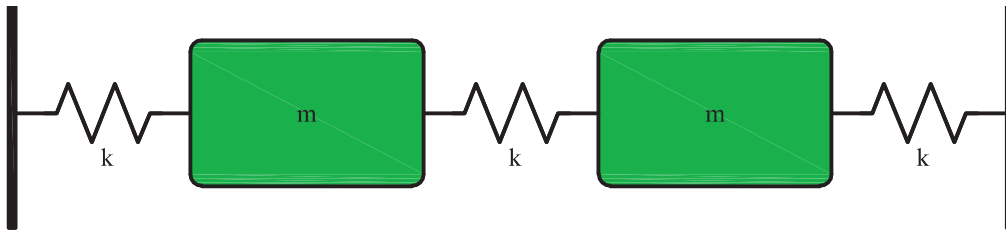


Bild 1: Zweimassenschwinger

Wegen der Symmetrie des Problems können die Eigenvektoren sofort hingeschrieben werden: der eine beschreibt eine symmetrische Bewegung, bei der sich beide Massen gegeneinander bewegen, der andere eine antimetrische Bewegung, bei der sich die beiden Massen in die gleiche Richtung bewegen. Schreiben Sie die beiden entsprechenden Vektoren auf und beweisen Sie, dass es tatsächlich Eigenvektoren sind, indem Sie zeigen, dass sie bezüglich der Massenmatrix und bezüglich der Steifigkeitsmatrix orthogonal sind.

Überlegen Sie, wie gross die Feder- und die Massenkräfte bei der symmetrischen und bei der antimetrischen Bewegung sind und bestimmen Sie daraus die beiden Eigenfrequenzen. Bei der symmetrischen Bewegung bleibt der Mittelpunkt der mittleren Feder in Ruhe und die Steifigkeit entspricht der halben Federlänge (doppelte Steifigkeit). Bei der antimetrischen Bewegung wird die mittlere Feder nicht beansprucht. Überprüfen Sie die so ermittelten Eigenfrequenzen mit dem Rayleigh-Quotient für beide Eigenvektoren.

2 Kragarm

Ein Kragarm mit konstanter Biegesteifigkeit EI und konstanter verteilter Masse m (siehe Bild 2a) kann anhand eines Zweimassenschwingers gemäss Bild 2b approximiert werden. In der Vorlesung wurde die Bewegungsgleichung des Zweimassenschwingers anhand der "Direct Stiffness Method" bestimmt und sie lautet:

$$\begin{bmatrix} (mL)/2 & 0 \\ 0 & (mL)/4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{bmatrix} + \frac{EI}{L^3} \cdot \frac{48}{7} \cdot \begin{bmatrix} 16 & -5 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Bestimmen Sie jetzt die Bewegungsgleichung des Dreimassenschwingers von Bild 2c anhand der "Nachgiebigkeitsformulierung". Bestimmen sie dann die Eigenfrequenzen und Eigenvektoren von beiden Mehrmassenschwingern und vergleichen Sie die Resultate der Eigenfrequenz mit den exakten Werten für einen Kragarm mit verteilter Masse gegeben in Gleichung (2).

$$\omega_n = \left(\frac{\alpha_n}{L}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{EI}{m}} \text{ mit } \alpha_1 = 1.88, \alpha_2 = 4.69, \alpha_3 = 7.85 \quad (2)$$

Hinweis:

Die Aufstellung der Bewegungsgleichung des Dreimassenschwingers soll am Besten anhand eines Mathematikprogramms wie Maple, Mathematica, usw. geschehen. Falls ein solches Programm nicht vorhanden sein sollte, dann soll mit der "Nachgiebigkeitsformulierung" (oder mit der "Steifigkeitsformulierung") die Bewegungsgleichung des Zweimassenschwingers anstatt des Dreimassenschwingers hergeleitet werden und mit Gleichung (1) verglichen werden.

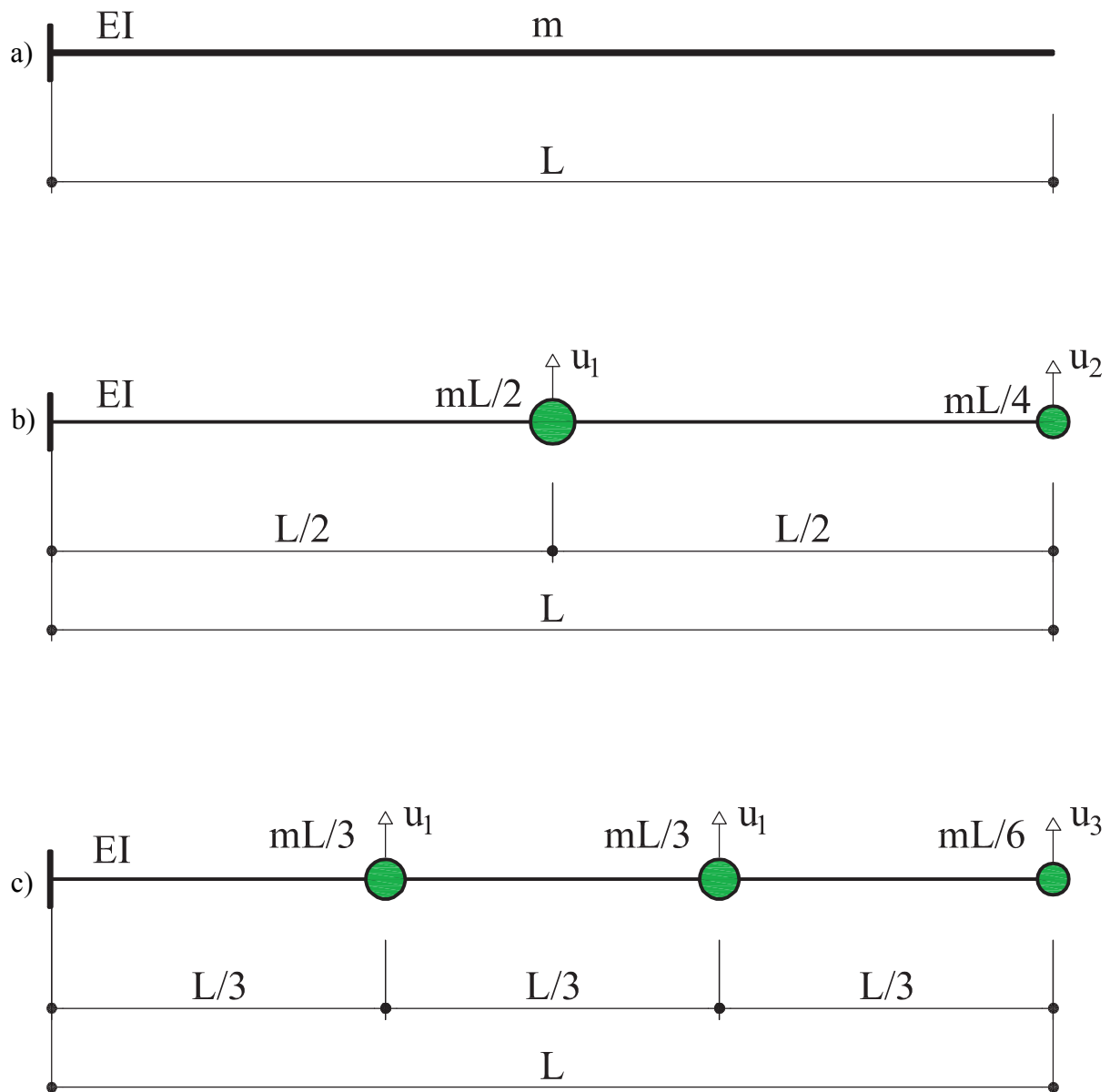


Bild 2: Kragarm