Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Frau/Herr: ....

Vorlesung "Tragwerksdynamik und Schwingungsprobleme"
Master Bauingenierwissenschaften, 1. Semester, HS 2009
Prof. Dr. Alessandro Dazio

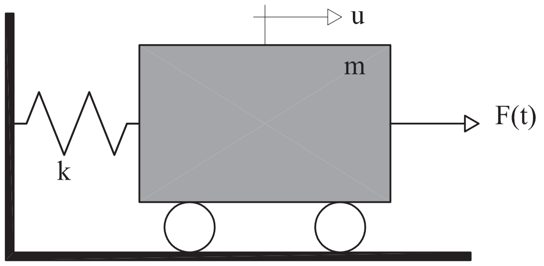
Bewertung: ....

Korrektur: ....

ÜBUNG 2 (Abgabe: 29.10.2009)

1 Schwebung

Wird das System vom Bild 1 durch eine harmonische Kraft $F(t)$ mit einer Anregungsfrequenz ω nahe der Eigenfrequenz ω_n angeregt, entsteht eine Schwebung, wie im Bild 2 gezeigt.



$$F(t) = F_o \cos(\omega t)$$

Bild 1: Einmassenschwinger unter harmonischer Anregung.

Starten Sie mit der Bewegungsgleichung $m\ddot{u} + ku = F_o \cos(\omega t)$ und lösen Sie diese für die Anfangsbedingungen $u(0) = \dot{u}(0) = 0$. Benützen Sie dann die trigonometrische Identität:

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \tag{1}$$

um den Fall zu interpretieren, wenn die Anregungsfrequenz in der Nähe der Eigenfrequenz liegt. Die Lösung ermöglicht Ihnen die Kurve im Bild 2 zu interpretieren.

Wie gross ist die Eigenfrequenz des Systems, und wie gross die Anregungsfrequenz? Bemerken Sie, dass es zwei Lösungen gibt, eine bei der die Anregungsfrequenz unterhalb und eine bei der sie oberhalb der Eigenfrequenz liegt.

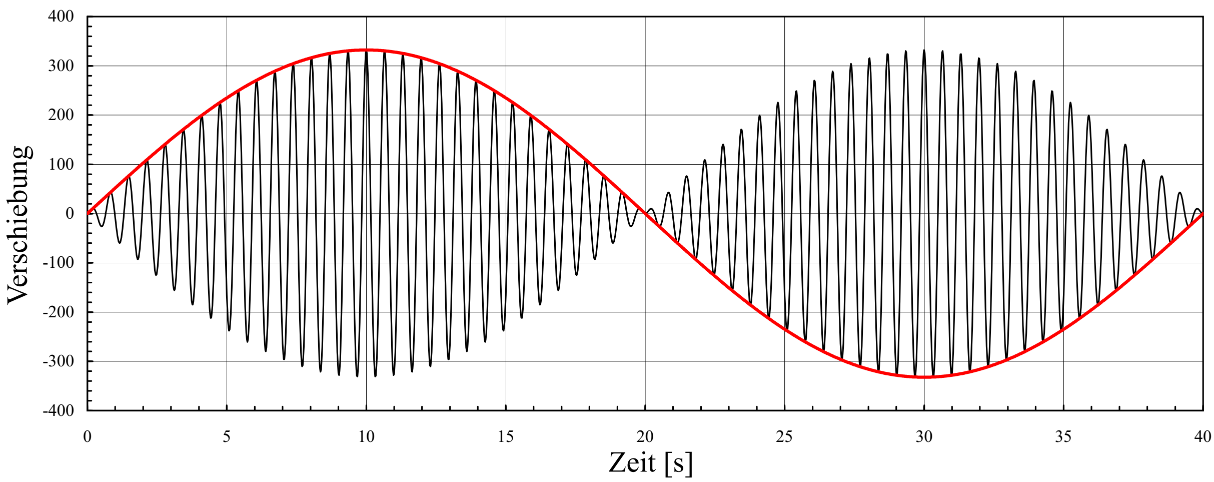


Bild 2: Schwebung eines Einmasseschwinger ohne Dämpfung.

Überlegen Sie, was passiert, wenn $\omega \to \omega_n$. Bilden Sie den Grenzübergang $\lim_{\Delta\omega \to 0} u(t)$ und vergleichen Sie die Lösung mit derjenigen für den Resonanzfall in der Autographie.

2 Auto auf unebener Fahrbahn

Ein Auto auf einer unebenen Fahrbahn kann vereinfacht wie folgt modelliert werden:

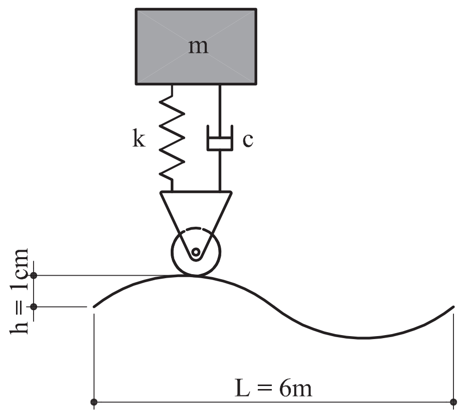


Bild 3: Modell eines Auto auf unebener Fahrbahn.

Das Auto ist 1000 kg schwer. Die Aufhängung hat eine äquivalente Steifigkeit von etwa 400 N/mm und eine Dämpfung von 20 Ns/mm. Die Unebenheiten der Fahrbahn werden vereinfacht durch folgende Sinusfunktion beschrieben:

$$y(x) = h\sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \qquad \text{mit} \qquad h = 1\text{ cm} \quad \text{und} \quad L = 6\text{ m} \tag{2}$$

Vom Auto aus gesehen bewegt sich somit die Fahrbahn wie:

$$y(t) = h\sin(\omega t) \tag{3}$$

wobei ω von der Fahrgeschwindigkeit des Autos abhängt.

Bestimmen Sie ω in Funktion der Fahrgeschwindigkeit. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion der absoluten Verschiebung und zeichnen Sie den Betrag in [cm] in Funktion der Fahrgeschwindigkeit in [km/h] des Autos.

3 Fourier-Reihe

Entwickeln Sie die im Bild 4 abgebildete Funktion in einer Fourier-Reihe und zeichnen Sie die Reihen für $n = 3$, $n = 6$ und $n = 12$.

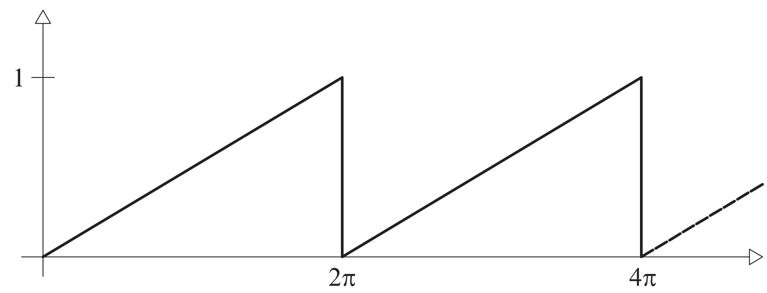


Bild 4: Zu entwickelnde Funktion.

Hinweis:

$$\int t\sin(\alpha t)dt = \frac{\sin(\alpha t) - \alpha t\cos(\alpha t)}{\alpha^2}, \int t\cos(\alpha t)dt = \frac{\cos(\alpha t) + \alpha t\sin(\alpha t)}{\alpha^2} \tag{4}$$