

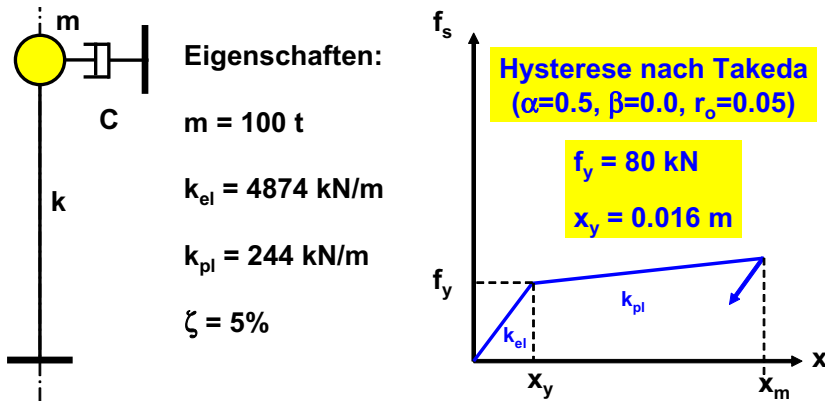
2.2.7 Antwort von inelastischen EMS anhand von äquivalenten elastischen EMS und elastische Bemessungsspektren mit hoher Dämpfung

Die Berechnung der seismischen Antwort von inelastischen Systemen anhand von linearen Ersatzsystemen wurde in den siebziger Jahren durch Sozen und Mitarbeitende untersucht (siehe z.B. [GS74], [SS76] und [SS81]).

Heute bekommt dieser Ansatz neue Aufmerksamkeit durch die Methode des "Direct Displacement-Based Design (DDBD)", die durch Priestley und Mitarbeitende propagiert wird ([PCK07]).

In diesem Abschnitt wird anhand eines Beispiels die Antwort von inelastischen EMS anhand von äquivalenten elastischen EMS und elastische Bemessungsspektren mit hoher Dämpfung dargestellt.

- Beispiel: EMS mit $T_n = 0.9$ s



Es werden die Spektren nach [BE99] aus Abschnitt 2.2.6 verwendet.

- Antwort des elastischen EMS

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{100}{4874}} = 0.9 \text{ s}$$

$$S_{pa} = 2.62 \text{ m/s}^2$$

$$S_d = 0.054 \text{ m}$$

- Antwort des inelastischen EMS

Die maximale Antwort des inelastischen EMS wird anhand der ADRS-Spektren auf Seite 70 berechnet.

Schritt 1: Die Kapazitätskurve des EMS wird im Spektrum eingezeichnet.

Schritt 2: Anhand von Gleichungen (14) und (16) wird auf der Kapazitätskurve die nichtlineare Skala aufgetragen, die die vorhandene Dämpfung ζ_e in Funktion der Verformung des EMS darstellt.

Schritt 3: Es werden mehrere Spektren mit hoher Dämpfung eingezeichnet.

Schritt 4: Der "Performance Point" befindet sich dort, wo das Spektrum mit Dämpfung ζ_e die Kapazitätskurve bei der gleichen Ordinate ζ_e schneidet.

In diesem Fall beträgt die gesuchte maximale Antwort des inelastischen EMS:

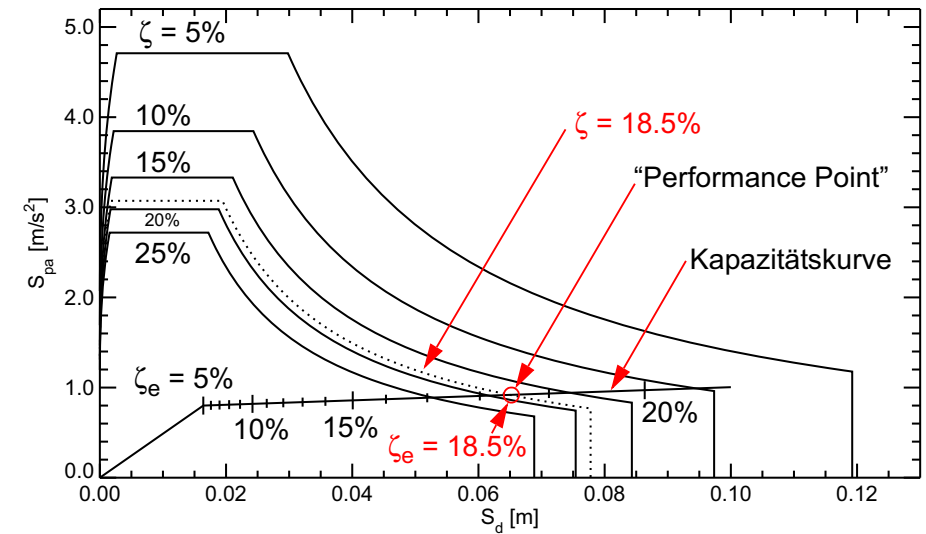
$$S_d = 0.065 \text{ m}$$

Bemerkungen zum Beispiel:

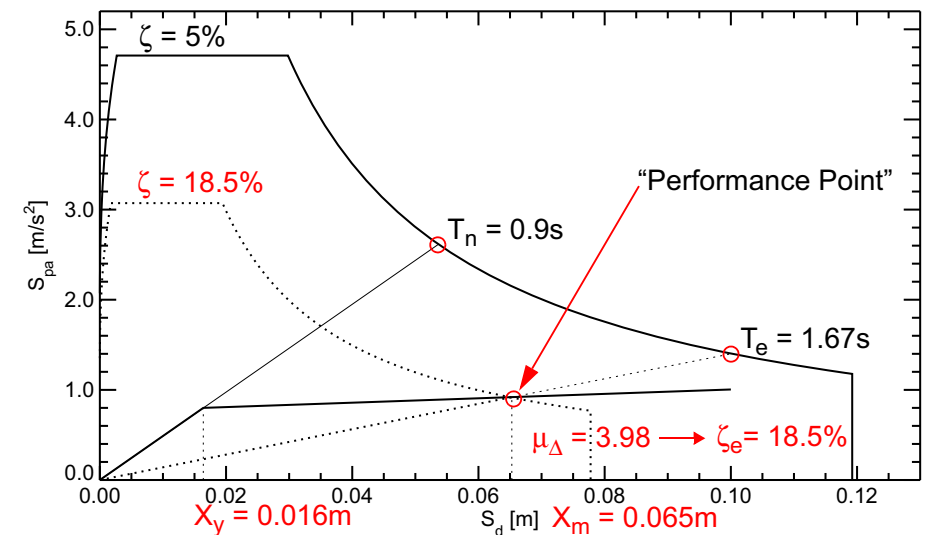
- Zur Bestimmung des genauen "Performance Point" soll typischerweise iteriert werden.
- Der lineare Ersatz-EMS zur Berechnung der maximalen Antwort des inelastischen EMS ist durch die Periode T_e und die Dämpfung ζ_e vollständig definiert. Die Periode T_e ergibt sich aus der Geraden, die den Ursprung der Achsen mit dem "Performance Point" verbindet.

- In den Diagrammen auf Seite 70 wurde die Dämpfung ζ_{eq} anhand von Gleichung (16) bestimmt. In den Diagrammen auf Seite 71 wurde hingegen die Dämpfung ζ_{eq} anhand von Gleichung (20) bestimmt. Der Unterschied im Endresultat ist aber sehr klein.
- Es ist zu bemerken, dass in beiden Fällen die berechnete maximale Antwort des inelastischen EMS das "Prinzip der gleichen Verschiebungen" widerlegt.
- Im Allgemeinen führt die Verwendung von elastischen Ersatz-EMS zur Berechnung der maximalen Antwort von inelastischen EMS zu Resultaten, die das "Prinzip der gleichen Verschiebungen" widerlegen. Dies vor allem bei Strukturen mit langer Periode oder bei grossem Duktilitätsbedarf.
- Ein zweites Beispiel ist auf Seite 71 dargestellt. Es handelt sich dabei um einen EMS mit kürzerer Periode und kleinerem Duktilitätsbedarf im Vergleich zu Beispiel 1. Dort wird das "Prinzip der gleichen Verschiebungen" eher bestätigt.

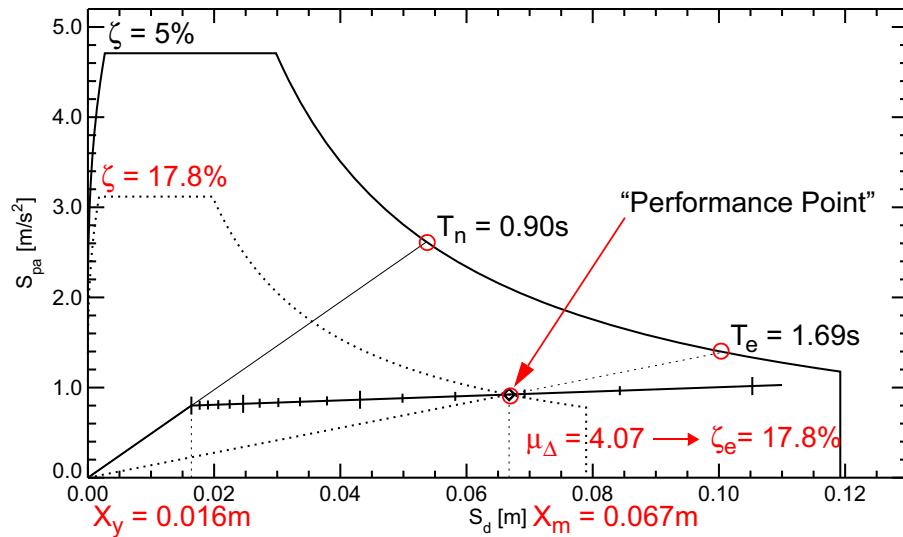
Bestimmung des EMS-Verhaltens mittels elastischen ADRS-Spektren



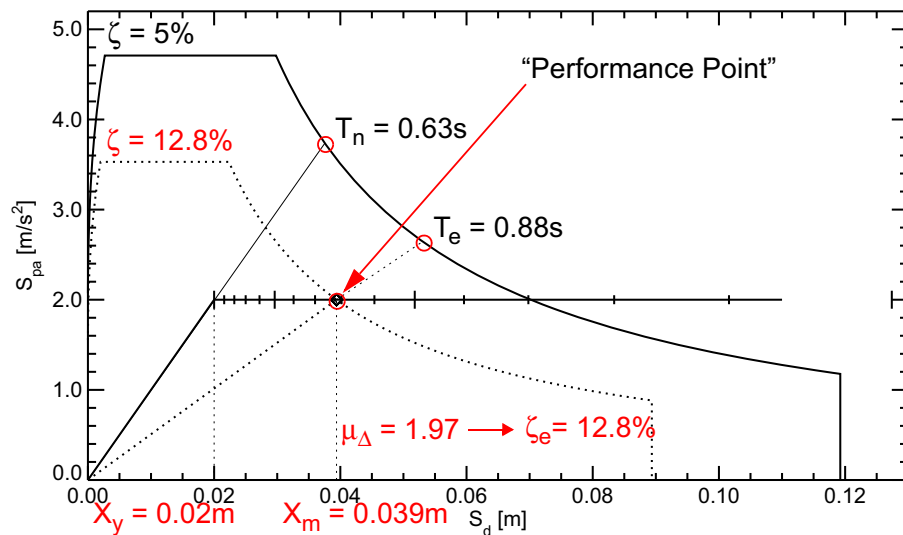
Oder anders dargestellt:



Nachrechnung des Beispiels mit ζ_{eq} aus [GBP05]:



Zweites Beispiel: EMS mit kleinem Verschiebeduktilitätsbedarf:



2.2.8 Modale Pushover Analyse (MPA) als Grundlage für vereinfachte nichtlineare statische Verfahren

Die Pushover Analyse eines Tragwerks besteht grundsätzlich in der Berechnung seiner Pushover Kurve.

Die Pushover Kurve ist die inelastische $F-\Delta$ -Beziehung, die die Gesamtquerkraft F am Fuss des Tragwerks in Funktion der horizontalen Verschiebung Δ eines Kontrollpunkts darstellt.

Die Pushover Kurve wird berechnet, indem das Tragwerk durch einen Lastvektor \mathbf{F} statisch belastet wird. Der Vektor \mathbf{F} hat eine gegebene Form und seine Magnitude wird von Null aus schrittweise gesteigert.

Die Pushover Analyse ist Bestandteil vieler vereinfachter nichtlinearer statischer Verfahren. Sie kann als Spezialfall der modalen Pushover Analyse (MPA) betrachtet werden. Die MPA stellt somit eine anschauliche, wenn auch nicht unbedingt rigorose, theoretische Basis für vereinfachte Verfahren dar.

Die nachfolgenden Herleitungen stammen aus Kapitel 19 Teil B von [Cho07].

Modalanalyse von elastischen Systemen

Die DGL eines elastischen Mehrmassenschwingers (MMS) unter Erdbebeneinwirkung ist:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{u}_g(t) = -s\ddot{u}_g(t) \quad (24)$$

Die Kräfte infolge seismischer Anregung können als externe Kraft $\mathbf{p}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{u}_g(t) = -\mathbf{s}\ddot{u}_g(t)$ interpretiert werden und ihre modalen Komponenten sind:

$$\mathbf{p}(t) = \sum_{n=1}^N -\mathbf{s}_n \ddot{u}_g(t) = \sum_{n=1}^N -\Gamma_n \mathbf{M} \phi_n \ddot{u}_g(t) \quad (25)$$

Wobei

$$\Gamma_n = L_n / M_n \quad (26)$$

$$L_n = \phi_n^T \mathbf{M} \mathbf{1} \quad (27)$$

$$M_n = \phi_n^T \mathbf{M} \phi_n \quad (28)$$

$$\phi_n: n\text{-ter Eigenvektor des MMS} \quad (29)$$

Die klassische Modalanalyse von elastischen Systemen besteht aus der Lösung von N-Gleichungen des Typs

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{p}_n = -\mathbf{s}_n \ddot{u}_g(t) \quad (30)$$

und aus der nachfolgenden Summierung der damit bestimmten modalen Verschiebungen

$$\mathbf{u}_n(t) = \phi_n q_n(t) \quad (31)$$

wobei $q_n(t)$ die n-te zeitabhängige modale Koordinate ist. Nach Einfügen von Gleichung (31) in Gleichung (30) und nach Vervielfachung mit ϕ_n^T bekommt man:

$$M_n \ddot{q}_n + C_n \dot{q}_n + K_n q_n = -\phi_n^T \mathbf{s}_n \ddot{u}_g(t) \quad (32)$$

beziehungsweise:

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = -\Gamma_n \ddot{u}_g(t) \quad (33)$$

was die bekannte DGL der n-ten modalen Koordinate q_n darstellt.

Mit der Einführung einer neuen Koordinate $x_n(t) = q_n(t)/\Gamma_n$ wird Gleichung (33) zu:

$$\ddot{x}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{x}_n + \omega_n^2 x_n = -\ddot{u}_g(t) \quad (34)$$

Die maximale Antwort (Verformungsfigur und Schnittkräfte) des MMS in der n-ten modalen Koordinate ergibt sich aus der statischen Belastung des MMS mit der äquivalenten modalen statischen Ersatzkraft

$$\mathbf{f}_n = \mathbf{s}_n \cdot S_{a,n}(T_n) \quad (35)$$

wobei $S_{a,n}(T_n)$ die Ordinate des Pseudobeschleunigungsspektrums der Bodenbewegung $\ddot{u}_g(t)$ ist, die der Periode T_n und der Dämpfung ζ_n des n-ten EMS entspricht.

Als Alternative kann die maximale Antwort durch eine Pushover Analyse bestimmt werden. In der Pushover Analyse wird die statische Ersatzkraft mit der Verteilung $\mathbf{M}\phi_n$ von Null weg schrittweise erhöht bis die Verschiebung an einem Kontrollpunkt (KP) des MMS (typischerweise die Kopfverschiebung) den Wert

$$\mathbf{u}_{n, KP} = \Gamma_n \cdot \phi_{n, KP} \cdot S_{d, n}(T_n) \quad (36)$$

erreicht. Dabei ist $\phi_{n, KP}$ der Wert des Eigenvektors ϕ_n beim Kontrollpunkt und $S_{d, n}(T_n)$ ist die Ordinate des Verschiebungsspektrums der Bodenbewegung $\ddot{u}_g(t)$, die der Periode T_n und die Dämpfung ζ_n des n-ten EMS entspricht.

Modalanalyse von inelastischen Systemen

Auch wenn die Modalanalyse für inelastische Systeme nicht gültig ist, kann die dynamische Antwort des inelastischen Systems mit Vorteil anhand der Eigenschwingungen des entsprechenden elastischen Systems (d.h. das inelastische System bei kleinen Schwingungsamplituden) beschrieben werden.

Die DGL des inelastischen Systems (MMS) unter die n-te modale Komponente $\mathbf{p}_n(t)$ der externen Kraft \mathbf{p}_n ist:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{f}_s(t) = \mathbf{p}_n(t) = -\mathbf{s}_n\ddot{u}_g(t) \quad (37)$$

wobei $\mathbf{f}_s(t)$ die inelastische Federkraft des Systems ist. Die modale Verschiebung $\mathbf{u}_n(t)$ ergibt sich aus:

$$\mathbf{u}_n(t) = \sum_{r=1}^N \phi_r q_r(t) \quad (38)$$

Die Schwingung des inelastischen MMS infolge der modalen Kraft $\mathbf{p}_n(t)$ erfolgt nicht mehr wie im elastischen Fall nur affin zum Eigenvektor ϕ_n , sondern es werden weitere Eigenvektoren ϕ_r benötigt, um die Verformungsfigur $\mathbf{u}_n(t)$ genau zu beschreiben.

[Cho07] zeigt aber, dass in erster Näherung, die Verformungsfigur $\mathbf{u}_n(t)$ nur in Funktion des Eigenvektors ϕ_n dargestellt werden kann, und zwar wie folgt:

$$\mathbf{u}_n(t) \cong \phi_n q_n(t) \quad (39)$$

In Anlehnung an Gleichung (33) kann dann Gleichung (37) wie folgt umgeformt werden:

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \frac{\phi_n^T \mathbf{f}_s(t)}{M_n} = -\Gamma_n \ddot{u}_g(t) \quad (40)$$

Mit der Einführung einer neuen Koordinate $x_n(t) = q_n(t)/\Gamma_n$ wird Gleichung (40) zu:

$$\ddot{x}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{x}_n + \frac{\phi_n^T \mathbf{f}_s(t)}{L_n} = -\ddot{u}_g(t) \quad (41)$$

$x_n(t)$ kann somit als die Antwort des n-ten modalen inelastischen EMS betrachtet werden, der folgende Eigenschaften aufweist:

- Periode T_n und Dämpfung ζ_n der n-ten Eigenschwingung des entsprechenden elastischen Systems.
- Die inelastische $\phi_n^T \mathbf{f}_s / L_n - x_n$ Kraft-Verformungs-Beziehung.

Die maximale Antwort (Verformungsfigur und Schnittkräfte) des inelastischen MMS infolge der n-ten modalen Komponente $\mathbf{p}_n(t)$ der externen Kraft \mathbf{p}_n kann wie im elastischen Fall durch eine Pushover Analyse bestimmt werden.

In der Pushover Analyse wird die statische Ersatzkraft mit der Verteilung $\mathbf{M}\phi_n$ von Null weg schrittweise erhöht bis die Verschiebung an einem Kontrollpunkt (KP) des MMS (typischerweise die Kopfverschiebung) den Wert

$$u_{n, KP} = \Gamma_n \cdot \phi_{n, KP} \cdot x_m \quad (42)$$

erreicht. Dabei ist $\phi_{n, KP}$ der Wert des Eigenvektors ϕ_n beim Kontrollpunkt und x_m die maximale Verschiebung des n-ten modalen inelastischen EMS.

Die Pushover Analyse ergibt die Kraft-Verformungs-Beziehung des inelastischen Systems bei welcher die Querkraft V_{bn} am Fuss des MMS in Funktion der Verschiebung $u_{n, KP}$ am Kontrollpunkt dargestellt ist.

Von dieser $V_{bn}-u_{n, KP}$ -Beziehung kann die $\phi_n^T \mathbf{f}_s / L_n - x_n$ -Beziehung hergeleitet werden, die in Gleichung (41) zur Charakterisierung des n-ten modalen inelastischen EMS benötigt wird. Es gilt:

$$x_n = \frac{u_{n, KP}}{\Gamma_n \cdot \phi_{n, KP}} \quad (43)$$

In jedem Augenblick der Pushover Analyse gilt:

$$\mathbf{f}_s = \alpha \cdot \mathbf{M} \cdot \phi_n \quad (44)$$

und

$$V_{bn} = \mathbf{1}^T \cdot \mathbf{f}_s = \alpha \cdot \mathbf{1}^T \mathbf{M} \phi_n = \alpha \cdot L_n \quad (45)$$

Bei Vormultiplikation von Gleichung (44) mit ϕ_n^T ergibt sich:

$$\phi_n^T \mathbf{f}_s = \alpha \cdot \phi_n^T \mathbf{M} \phi_n = \alpha \cdot M_n \quad (46)$$

und durch Gleichstellung von (45) und (46) ergibt sich:

$$\frac{\phi_n^T \mathbf{f}_s(t)}{L_n} = \frac{V_{bn}}{M_n \cdot L_n} = \frac{V_{bn}}{m_{n,eff}^*} \quad (47)$$

Die $V_{bn}-u_{n, KP}$ zu $\phi_n^T \mathbf{f}_s / L_n - x_n$ Umwandlung ist im nächsten Bild dargestellt:

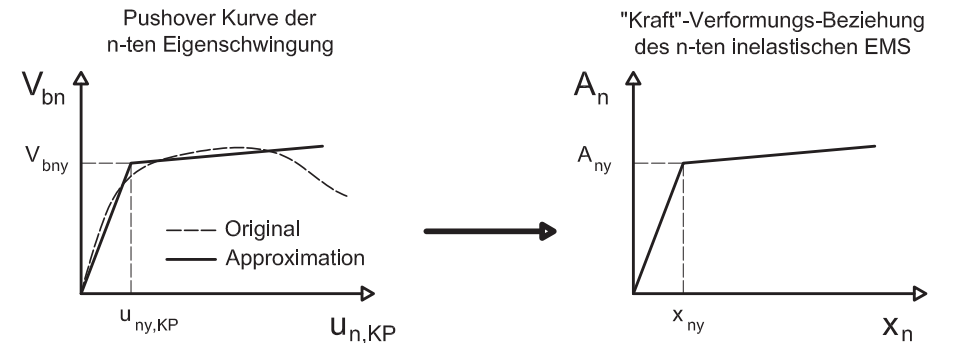


Bild 19.7.2 aus [Cho07]

Die Fließgrößen x_{ny} und $V_{bny} / m_{n,eff}^*$ definieren die Periode T_n des n-ten modalen inelastischen EMS wie folgt:

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{L_n x_{ny}}{F_{sny}}} = 2\pi \sqrt{\frac{x_{ny}}{V_{bny} / m_{n,eff}^*}} = 2\pi \sqrt{\frac{x_{ny}}{A_{ny}}} \quad (48)$$

MPA: Vorgehen in Schritten nach [Cho07]

Bemerkung: Als Kontrollpunkt für die Pushover Analyse wird hier der Kopf des Tragwerks genommen.

- 1) Bestimme die Eigenfrequenzen ω_n und die Eigenvektoren ϕ_n für linear-elastische Schwingungen des Tragwerks.
- 2) Berechne die Pushover Kurve infolge der lateralen Kraftverteilung $s_n = m\phi_n$, die zur n-ten Eigenform des Tragwerks gehört. Diese Kurve stellt die Querkraft am Fuss des Tragwerkes V_{bn} in Funktion der Kopfverschiebung u_{rn} dar. Die Schwerelasten g sollen vor den Horizontalkräften angebracht werden.
- 3) Forme die V_{bn} - u_{rn} -Kurve um in eine A_n - x_n -Kurve für den n-ten modalen inelastischen EMS. Es gilt dabei:

$$A_n = V_{bn} / m_{n,eff}^*, \quad x_n = u_{rn} / (\Gamma_n \cdot \phi_{rn})$$

- 4) Idealisiere die A_n - x_n -Kurve des n-ten modalen inelastischen EMS. In der Regel wird eine bilineare Approximation gewählt. Dabei spielen die Fließgrößen A_{ny} und x_{ny} eine wesentliche Rolle.
- 5) Berechne die maximale Verschiebung x_{nmm} des n-ten modalen inelastischen EMS mit Periode T_n , wobei:

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{x_{ny}}{A_{ny}}}$$

- 6) Berechne die maximale Kopfverschiebung des Tragwerks u_{rnm} infolge der n-ten Eigenschwingung:

$$u_{rnm} = \Gamma_n \cdot \phi_{rn} \cdot x_{nmm}$$

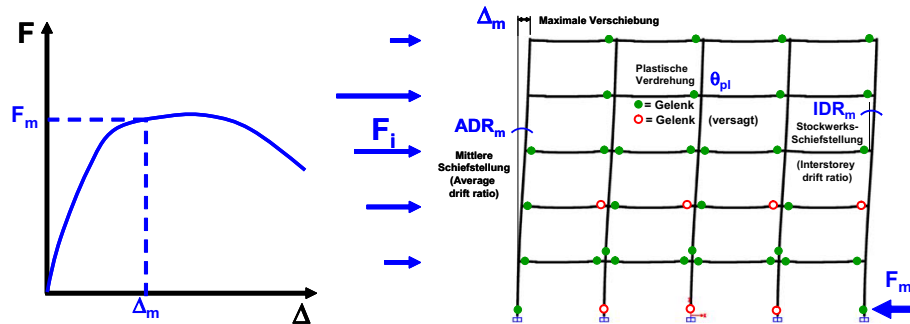
- 7) Bestimme aus der Pushover Analyse von Schritt 2), bis zu einer Verschiebung u_{rnm} durchgeführt werden soll, die maximale modale Antwortgrößen r_{n+g} die von Interesse sind.
- 8) Wiederhole Schritte 2) bis 7) für die Anzahl notwendiger Eigenschwingungen
- 9) Berechne die maximalen modalen Antwortgrößen r_n infolge Horizontalkräfte allein:

$$r_n = r_{n+g} - r_g$$

- 10) Berechne die maximalen Antwortgrößen r_{tot} infolge Horizontalkräfte allein aus der Kombination (ABSSUM, SRSS oder CQC, siehe "Erdbebensicherung von Bauwerken I" Abschnitt 5.4) der maximalen modalen Antwortgrößen r_n .
- 11) Berechne die gesamten maximalen Antwortgrößen:

$$r = \max(r_g \pm r_{tot})$$

Allgemeine Bemerkungen zur Pushover Analyse



- Im Rahmen der elastischen Verfahren wird das inelastische Verhalten des Tragwerks anhand von Verhaltensbeiwerten pauschal berücksichtigt, die eine Abminderung der entsprechenden spektralen Ordinate erlauben. Es ist aber dabei meistens unklar wo und in welchem Ausmass das Tragwerk tatsächlich plastifiziert.
- Die Pushover Analyse berücksichtigt hingegen das inelastische Verhalten des Tragwerks explizit und sie erlaubt unter anderem:
 - Die Identifizierung der plastifizierenden Bauteile und die Schätzung deren Verformungsbedarf;
 - Die Identifizierung von kritischen Bereichen;
 - Die Identifizierung von Irregularitäten, sowohl im Grundriss als auch im Aufriss, die das dynamische Verhalten des Tragwerks beeinflussen könnten;
 - Die Schätzung von Stockwerksschiefstellungen und deren Auswirkung auf nichttragende Bauteile;
 - Die Bestimmung der tatsächlichen Überfestigkeit des Tragwerks;
 - Die Schätzung des Widerstandsbedarfs von spröden Bauteilen;
 - Die Beurteilung der Konsequenzen, die mit dem Ausfall eines Bauteils verbunden sind (Umlagerungen);

- Die Schätzung des tatsächlichen inelastischen Bedarfs von Tragwerken, die anhand eines angenommenen Verhaltensbeiwerts q bemessen wurden.
- **Wie realistisch die somit ermittelten Antwortgrößen sind, hängt stark davon ab, wie gut die lokalen Verformungen am Tragwerk, infolge des Lastvektors F bei der Verschiebung Δ_m , den maximalen lokalen Verformungen infolge seismischer Einwirkung entsprechen.**
- Wenn das System elastisch bleibt und die Antwortgrößen aus der Kombination N modalen Pushover Analysen bestimmt werden; dann entsprechen sie das Resultat eines Antwortspektrenverfahrens.
- Wenn das System **inelastisch** wird und zur Bestimmung dieser Antwortgrößen nur **eine** Pushover Kurve betrachtet wird, dann kann die Abweichung der berechneten Antwortgrößen gegenüber dem tatsächlichen seismischen Bedarf gross werden. Es ist dabei folgendes zu bemerken:
 - Die Resultate sind besser für Strukturen, die affin zur betrachteten Eigenform schwingen und bei welchen die Effekte anderen Eigenformen klein bleiben. D.h., die Resultate sind in der Regel besser für Strukturen mit einer kleinen Anzahl Stockwerke (bis zirka 5) als bei Strukturen mit einer grossen Anzahl Stockwerke.
 - Der gewählte Lastvektor kann die Ausbildung von gewissen Verformungsmustern bevorzugen. Die Wahl des Lastvektors und die damit erzielten Resultate sind deshalb immer kritisch zu prüfen.
 - Die Resultate werden je unsicherer desto stärker das globale inelastische Verhalten des Tragwerks ist.
 - Es gibt Antwortgrößen, die sich anhand von Pushover Analysen typischerweise besser schätzen lassen als andere. In der Regel können maximale globale Verschiebungen wesentlich besser als maximale Schnittkräfte geschätzt werden.
- Siehe [KS98] und [ATC05] für eine ausführlichere Diskussion.

2.2.9 Die "Capacity Spectrum Method"

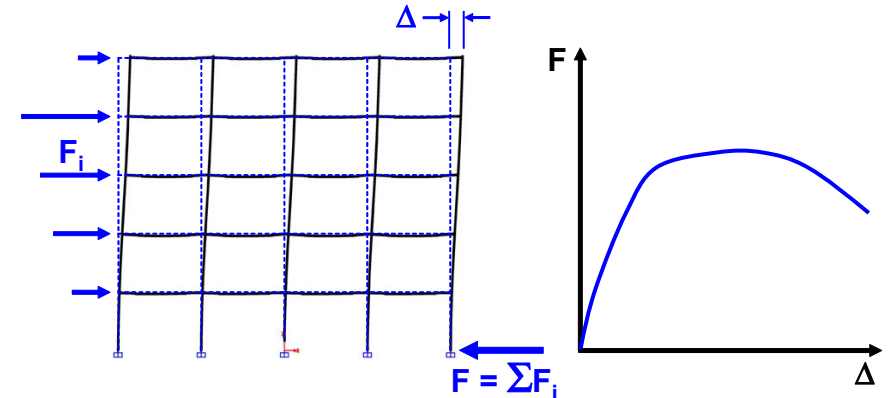
Die "Capacity Spectrum Method" ist ein nichtlinear-statisches Verfahren zur Berechnung der seismischen Antwort von inelastischen Systemen (Tragwerken).

Der gegebene seismische Verformungsbedarf wird dabei mit dem vorhandenen Verformungsvermögen des Bauwerks anhand eines grafischen Verfahrens verglichen.

Vorgehen in Schritten

- 1) Berechnung der inelastischen Kraft-Verformungs-Beziehung des Tragwerks (i.d.R. ein Mehrmassenschwinger (MMS)) anhand einer Pushover Analyse.
- 2) Umformung der Kraft-Verformungs-Beziehung des MMS in der Kraft-Verformungs-Beziehung eines äquivalenten Einmassenschwingers (EMS).
- 3) Idealisierung der Kraft-Verformungs-Beziehung des äquivalenten EMS.
- 4) Umformung der idealisierten Kraft-Verformungs-Beziehung des äquivalenten EMS in einer idealisierten Kapazitätskurve des äquivalenten EMS.
- 5) Bestimmung der maximalen seismischen Antwort des äquivalenten EMS anhand entweder hochgedämpfter oder inelastischer Spektren.
- 6) Bestimmung der maximalen Antwortgrößen am MMS infolge seismischer Einwirkung.

Schritt 1: Berechnung der inelastischen Kraft-Verformungs-Beziehung des Tragwerks anhand einer Pushover Analyse



Die Pushover Kurve ist die inelastische F - Δ -Beziehung, die die Gesamtkraft F am Fuß des Tragwerks (MMS) in Funktion der horizontalen Verschiebung Δ eines Kontrollpunkts darstellt. Der Kontrollpunkt liegt in der Regel am Kopf des MMS (Dach des Tragwerks).

Die Pushover Kurve wird im Rahmen einer Pushover Analyse berechnet, indem der MMS durch einen Lastvektor \mathbf{F} statisch belastet wird. Der Vektor \mathbf{F} hat eine gegebene Form $\mathbf{M}\Phi$ und seine Magnitude wird von Null aus, schrittweise gesteigert:

$$\mathbf{F} = \alpha \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi \quad (49)$$

Wobei:

α : Skalierungsfaktor zur schrittweisen Steigerung der Kraft \mathbf{F}

\mathbf{M} : Massenmatrix

Φ : Vektor mit der Verteilung der horizontalen Beschleunigung

Die vollständigen Schwerelasten sollen vor dem Anbringen der Horizontalkräfte angebracht werden!

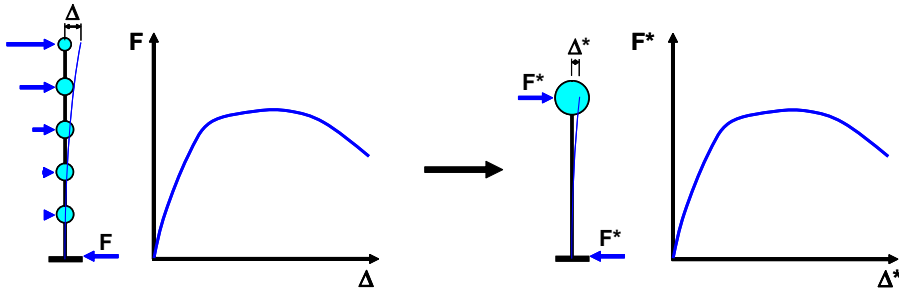
In der Literatur sind viele Vorschläge für die Annahme des Vektors Φ zu finden:

- 1) "Konzentrierte Kraft":
Der Vektor Φ führt zur Annahme einer konzentrierten Kraft, die man typischerweise am Kopf des MMS angreifen lässt.
- 2) Gleichmässige Verteilung:
Die Beschleunigung entlang des MMS ist konstant: $\Phi = \mathbf{1}$.
- 3) Dreieckförmige Verteilung:
Die Beschleunigung entlang des MMS wächst linear von Null am Fusspunkt bis zu einem Maximum am Kopf an.
- 4) Norm Verteilung:
Die Beschleunigung entlang des MMS liefert einen Lastvektor proportional zur Verteilung der statischen Ersatzkräfte beim linear statischen Verfahren gemäss der betrachteten Norm (i.d.r. das EKV).
- 5) Grundswingform Verteilung:
Die Beschleunigung entlang des MMS ist proportional zur Form des ersten Eigenvektors des **elastischen** MMS.
- 6) Adaptive Verteilung:
Die Beschleunigung entlang des MMS ist proportional zur Form des ersten Eigenvektors des "**inelastischen**" MMS. Diese Verteilung berücksichtigt, dass sich die Eigenschaften des Tragwerks während dem Pushover Analyse ändern. Nach jedem Lastinkrement wird der erste Eigenvektor unter Verwendung der Tangentensteifigkeitsmatrix des MMS neu berechnet. Somit ändert sich Φ ständig während der Pushover Analyse.
- 7) SRSS Verteilung:
Die Beschleunigung entlang des MMS ist proportional zur Form der Square-Root-of-the-Sum-of-the-Squares (SRSS) Kombination von n Eigenvektoren des **elastischen** MMS. Es werden in der Regel so viele Eigenvektoren berücksichtigt, dass die Summe der entsprechenden effektiven modalen Massen mindestens 90% der Gesamtmasse entspricht.

Bemerkungen zur Wahl des Vektors Φ :

- Wenn die Pushover Analyse als eine modale Pushover Analyse (siehe Abschnitt 2.2.8) betrachtet wird, bei welcher nur die erste Eigenschwingung mitberücksichtigt wird, dann bietet die Grundswingform Verteilung (5) die konsistentere theoretische Annahme.
- In Anbetracht des approximativen Charakters des Verfahrens, schreiben viele Normen und Richtlinien vor, unterschiedliche Lastverteilungen zu berücksichtigen. Dies um ein Gefühl der Sensitivität der Resultate bezüglich lateraler Kraftverteilung zu bekommen.
- Diesbezüglich wird oft empfohlen
 - a) die Grundswingform Verteilung (5) und
 - b) die Gleichmässige Verteilung (2)
 anzuwenden. Die Erste wegen seiner fundierteren theoretischen Grundlage und die Zweite, weil sie in den meisten Fällen die extremsten Resultate liefert.
- EC8 [CEN03] schreibt in ihrem Abschnitt 4.3.3.4.2.2 vor, mindestens 2 vertikalen Verteilungen der Horizontalkräfte anzunehmen, und zwar: Die Gleichmässige Verteilung (2) und die Norm Verteilung (4). In [CEN03] kann die Norm Verteilung entweder einer Dreieckförmige Verteilung (3) oder einer Grundswingform Verteilung (5) entsprechen.
- Die Adaptive (6) und die SRSS (7) Lastverteilungen sind eher komplizierter anzuwenden und eine höhere Genauigkeit der Resultate ist nicht unbedingt sichergestellt [ATC05].
- Eine Pushover Analyse mit adaptiver Lastverteilung (6) kann praktisch nur dann durchgeführt werden, wenn ein entsprechendes, dafür konzipiertes Computerprogramm vorliegt. Seismostruct [Sei07] kann adaptive Pushover Analysen durchführen.

Schritt 2: Umformung der Kraft-Verformungs-Beziehung des MMS in der Kraft-Verformungs-Beziehung eines äquivalenten EMS



Zur Umformung der F - Δ -Beziehung des MMS in der F^* - Δ^* -Beziehung eines äquivalenten EMS soll ein Verformungsvektor ψ angenommen werden.

Wenn die Koordinate des Verformungsvektors ψ beim Kontrollpunkt auf 1 normiert ist, dann erfolgt die Umwandlung anhand von Gleichungen (50) und (51):

$$F^* = \frac{F}{\Gamma_n} \quad (50)$$

$$\Delta^* = \frac{\Delta}{\Gamma_n} \quad (51)$$

Wobei

$$\Gamma_n = \frac{M_n}{L_n} \quad (52)$$

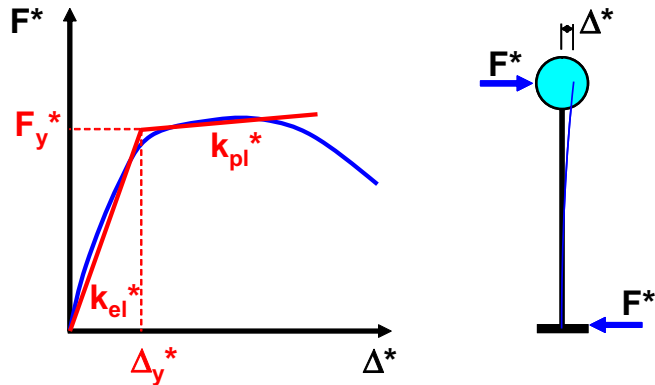
$$M_n = \psi^T \mathbf{M} \psi \quad (53)$$

$$L_n = \psi^T \mathbf{M} \mathbf{1} \quad (54)$$

Bemerkungen zur Umformung des MMS:

- In der Regel wird der Verformungsvektor ψ gleich dem ersten Eigenvektor ϕ_1 des elastischen MMS angenommen.
- Wenn die "Capacity Spectrum Method" als eine modale Pushover Analyse (siehe Abschnitt 2.2.8) betrachtet wird, bei welcher nur die erste Eigenschwingung mitberücksichtigt wird, dann bietet die Wahl $\psi = \phi_1$ die konsistentere theoretische Annahme.
- Bei Verfahren wo die maximale Antwort des Systems anhand eines äquivalenten EMS mit sekantener Steifigkeit K_{eff} (Siehe Abschnitt 2.2.5) geschätzt wird, wird oft der Verformungsvektor ψ affin zur Verformungsfigur des plastischen Mechanismus beim Erreichen der Fließverschiebung angenommen. Das "Direct Displacement Based Design (DDBD)" ist ein solches Verfahren. Siehe [PCK07] für weitere Details.
- Die Größe L_n entspricht der Masse dieses äquivalenten EMS. Sie soll für jegliche Berechnungen anhand dieses EMS verwendet werden.

Schritt 3: Idealisierung der Kraft-Verformungs-Beziehung des äquivalenten EMS



Die F^* - Δ^* -Beziehung des äquivalenten EMS soll am Besten bilinear approximiert werden. Dabei sollen vor allem die Fließgrößen F_y^* und Δ_y^* bestimmt werden.

Bei Verfahren wo die maximale Antwort des Systems anhand eines inelastischen EMS (Siehe Abschnitte 2.2.2 bis 2.2.4) geschätzt wird, bestimmen die Fließgrößen F_y^* und Δ_y^* die Periode T^* des EMS. T^* spielt eine entscheidende Rolle bei der Bestimmung der maximalen Antwort des EMS.

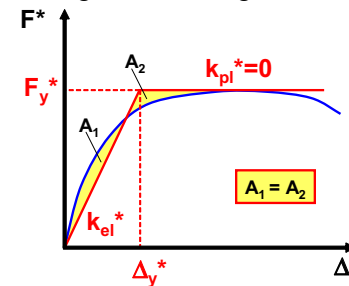
Die Periode T^* des äquivalenten EMS ergibt sich aus:

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{L_n \cdot \Delta_y^*}{F_y^*}} \quad (55)$$

Wenn $\psi = \phi_1$, entspricht T^* der Periode T_n der ersten Eigenschwingung des elastischen MMS.

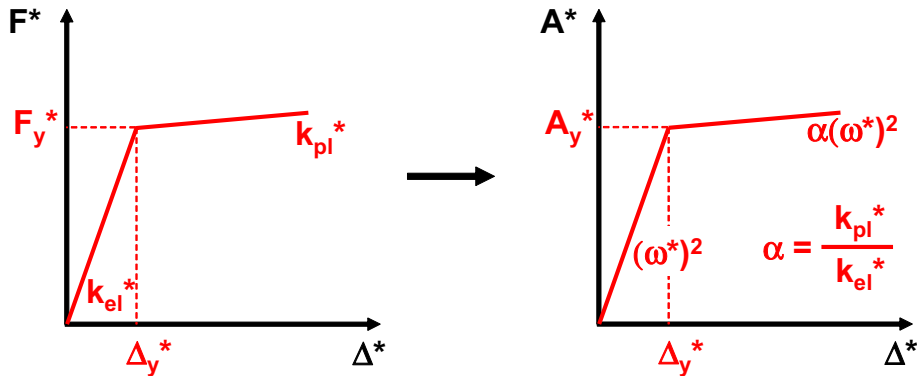
Bemerkungen zur Idealisierung der Kraft-Verformungs-Beziehung

- Die Idealisierung der Kraft-Verformungs-Beziehung ist keine genaue Wissenschaft und dabei ist "engineering judgement" unerlässlich.
- Gleichung (55) zeigt, dass die Periode T^* direkt von der Steifigkeit $k_{el}^* = F_y^*/\Delta_y^*$ abhängig ist. Aus diesem Grund empfiehlt es sich im Zweifelsfall, die Auswirkung von unterschiedlichen Annahmen bezüglich k_{el}^* auf die Antwort des EMS zu untersuchen.
- In der Literatur sind auch unterschiedliche Empfehlungen zur Idealisierung der Kraft-Verformungs-Beziehung vorhanden.
- Beispiel 1: [ATC97] definiert k_{el}^* als die Sekantensteifigkeit der F^* - Δ^* -Beziehung berechnet bei einer Kraft F^* , die 60% der maximalen Kraft F^* entspricht.
- Beispiel 2: In [PPC04] wird die Idealisierung der Kraft-Verformungs-Beziehung anhand folgender Konstruktion vorgenommen:



- $F_y^* = \max(F^*)$
- $k_{pl}^* = 0$
- k_{el}^* wird iterativ bestimmt, indem die Flächen unterhalb der bilinearen Approximation und unterhalb der tatsächlichen F^* - Δ^* -Beziehung gleich gemacht werden.
- Δ_y^* ergibt sich aus dem Schnittpunkt der Kurven mit k_{el}^* und k_{pl}^* .
- Bei einfachen Biegesystemen können die Fließgrößen F_y^* und Δ_y^* anhand des gleichen Verfahrens bestimmt werden, das normalerweise im Rahmen der "Plastic Hinge Method" verwendet wird (Siehe "Erdbebensicherung von Bauwerken I" Abschnitt 7.1).
- Die Steifigkeit k_{pl}^* (**solange sie positiv ist**) spielt bei der Bestimmung der maximalen Antwort anhand von Spektren eine eher untergeordnete Rolle. Ihre Bestimmung wird deshalb hier nicht weiter diskutiert.

Schritt 4: Umformung der idealisierten Kraft-Verformungs-Beziehung des äquivalenten EMS in einer idealisierten Kapazitätskurve des äquivalenten EMS



Die Umformung der idealisierten F^* - Δ^* -Beziehung des äquivalenten EMS in einer idealisierten Kapazitätskurve (A^* - Δ^* -Beziehung) des äquivalenten EMS erfolgt anhand von Gleichung (56).

$$A^* = \frac{F^*}{L_n} \quad (56)$$

Bemerkungen zur Bestimmung der Kapazitätskurve des äquivalenten EMS:

- Die Kapazitätskurve (A^* - Δ^* -Beziehung) des äquivalenten EMS kann auch direkt aus der Pushover Kurve (F - Δ -Beziehung) des MMS hergeleitet werden. Es gelten dabei folgende Beziehungen:

$$A^* = \frac{F}{m_{n, \text{eff}}^*} \quad (57)$$

$$\Delta^* = \frac{\Delta}{\Gamma_n} \quad (58)$$

wobei

$$m_{n, \text{eff}}^* = \Gamma_n \cdot L_n \quad (59)$$

Wenn $\psi = \phi_1$, entspricht $m_{n, \text{eff}}^*$ der effektive modalen Massen der ersten Eigenschwingung des elastischen MMS.

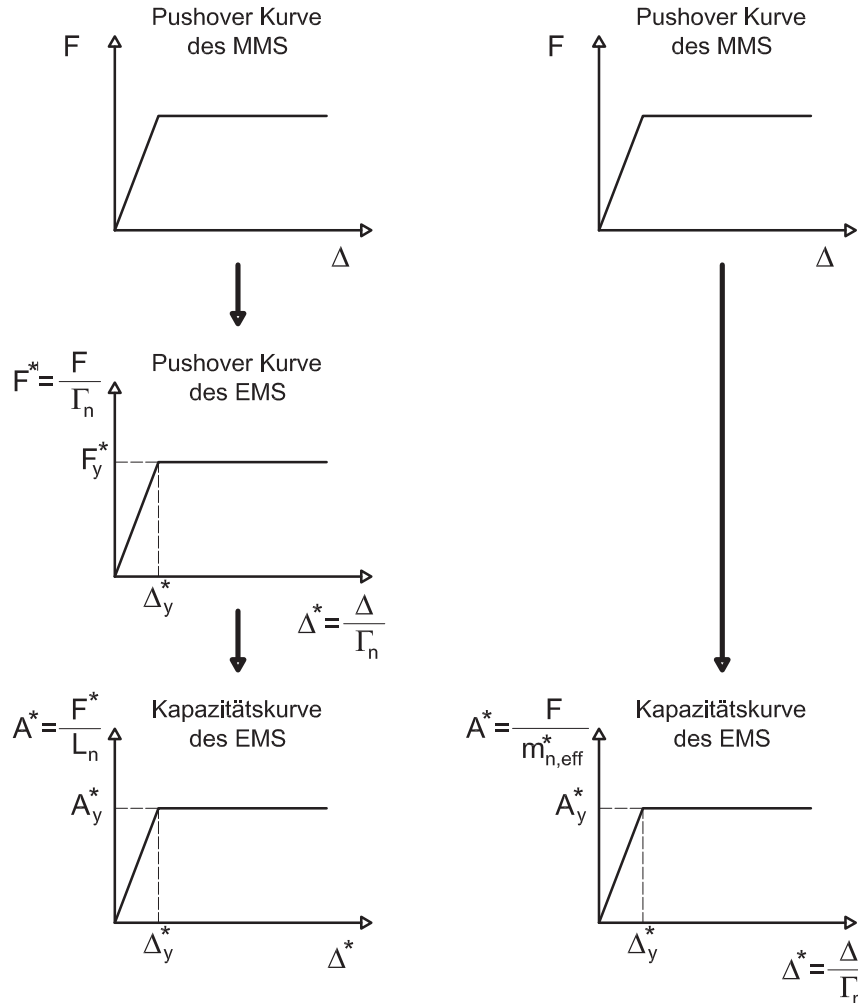
Aus der bilinearen Approximation der A^* - Δ^* -Beziehung ergibt sich die Periode des äquivalenten EMS:

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta_y^*}{A_y^*}} \quad (60)$$

Wenn $\psi = \phi_1$, entspricht T^* der Periode T_n der ersten Eigenschwingung des elastischen MMS.

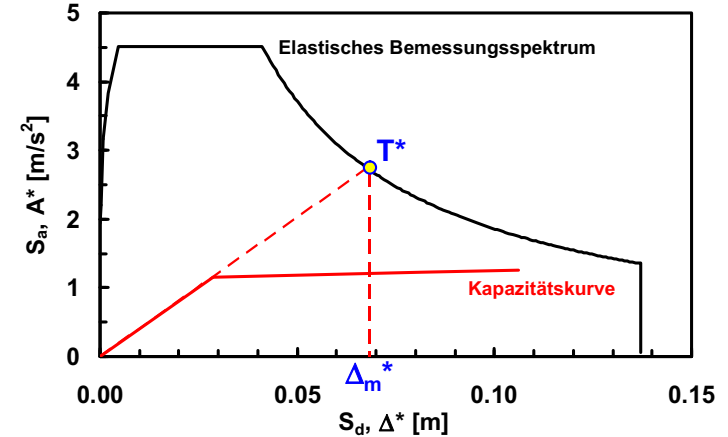
- Diese alternative, direkte Bestimmung der Kapazitätskurve des äquivalenten EMS ist im Diagramm auf Seite 93 dargestellt.
- Zur bilinearen Idealisierung der Kapazitätskurve gelten grundsätzlich die gleichen Überlegungen wie im Schritt 3 auf Seite 90.

Alternative zur Umwandlung der Pushover-Kurve des MMS in der Kapazitätskurve des äquivalenten EMS:



Wobei $m_{n,eff}^* = \Gamma_n \cdot L_n$. Wenn $\psi = \phi_1$, dann entspricht $m_{n,eff}^*$ der effektiven modalen Masse des MMS.

Schritt 5: Bestimmung der maximalen seismischen Antwort des äquivalenten EMS anhand entweder hochgedämpfter oder inelastischer Spektren



Die maximale seismische Antwort Δ_m^* des äquivalenten EMS charakterisiert durch die soeben berechnete Kapazitätskurve (A^* - Δ^* -Beziehung) kann entweder

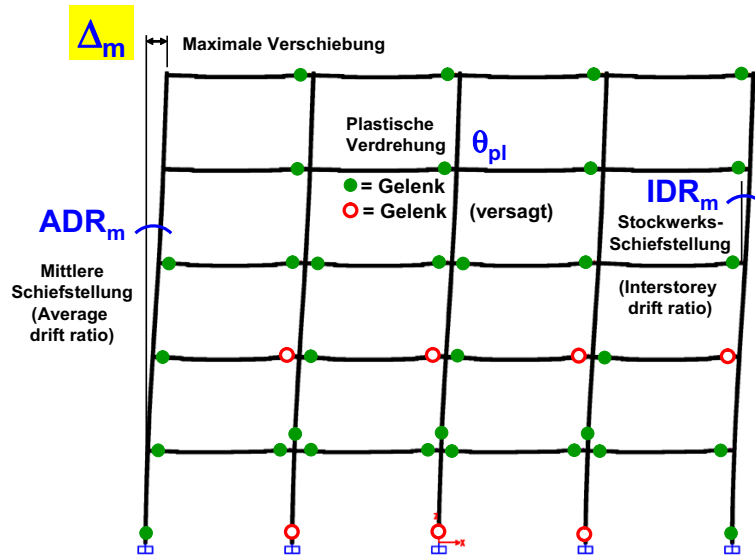
- anhand elastischer Spektren mit hoher Dämpfung gemäß Abschnitte 2.2.5 bis 2.2.7 bestimmt werden. Dies entspricht der ursprünglichen Formulierung der "Capacity Spectrum Method", vorgeschlagen bei Freeman bereits in 1975 und in [Fre98] beschrieben.

oder

- anhand inelastischer Spektren gemäß Abschnitte 2.2.2 bis 2.2.4 bestimmt werden. Dies entspricht der alternativen Formulierung der "Capacity Spectrum Method", vorgeschlagen bei Fajfar und in [Faj99] beschrieben.

bestimmt werden.

Schritt 6: Bestimmung der maximalen Antwortgrößen am MMS infolge seismischer Einwirkung.



Die maximalen Antwortgrößen am MMS infolge seismischer Einwirkung können jetzt aus der verformten Lage des MMS bei einer horizontalen Verschiebung des Kontrollpunkts gleich

$$\Delta_m = \Gamma_n \Delta_m^* \quad (61)$$

bestimmt werden.

Mögliche maximale Antwortgrößen sind zum Beispiel:

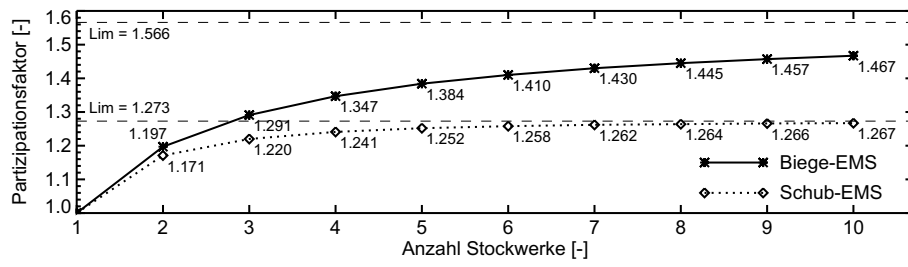
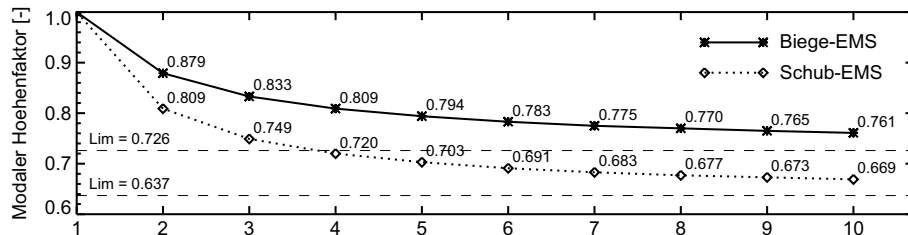
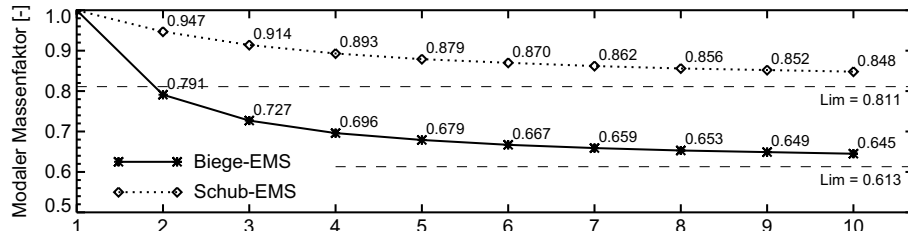
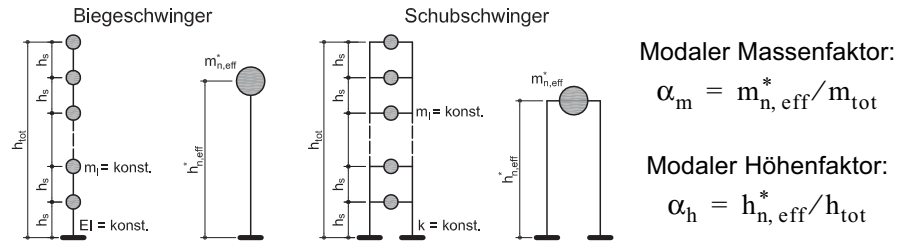
- Die maximale globale Verschiebung Δ_m
- Verschiedene Stockwerksschiefstellungen
- Verdrehungen von plastischen Gelenken
- ...

Bemerkungen zur "Capacity Spectrum Method"

- Im Rahmen der "Capacity Spectrum Method (CSM)" ergeben sich Ungenauigkeiten hauptsächlich bei zwei Tätigkeiten, und zwar: (1) bei der Bestimmung der Antwort des äquivalenten EMS (sog. EMS-Effekte) und (2) bei der Bestimmung der Antwortgrößen am MMS aus der Antwort des äquivalenten EMS (sog. MMS-Effekte).
- Typische EMS-Effekte:
 - Übliche Unsicherheiten, die mit der Verwendung von geglätteten Spektren verbunden sind. Diese Unsicherheiten sind bei EMS mit kleiner Periode grösser.
 - EMS mit negativer plastischer Steifigkeit ($k_{pl} < 0$) führen i.d.R. zu einer deutlichen Überschätzung der globalen Antwort des MMS.
 - EMS mit starker Entfestigung können zu einer deutlichen Überschätzung der globalen Antwort des MMS führen.
- Typische MMS-Effekte:
 - Die CSM kann die Antwort von Tragwerken mit wenigen Stockwerken besser schätzen als die Antwort von Tragwerken mit vielen Stockwerken. Dies weil bei Letzteren der Einfluss der höheren Eigenschwingungen grösser ist.
 - Höhere Eigenschwingungen haben einen Einfluss vor allem auf Stockwerksschiefstellungen und Schnittkräfte (Querkräfte und Biegemomente) und weniger auf globale Verschiebungen.
 - Höhere Eigenschwingungen haben einen grösseren Einfluss, wenn ihre Perioden im Bereich konstanter Pseudogeschwindigkeit des Spektrums liegen.
 - Dynamische Kräfte, die mit höheren Eigenschwingungen verbunden sind, können plastische Mechanismen hervorrufen, die bei der gewählten statischen Lastverteilung nicht vorkommen können.
- Sowohl EMS- als auch MMS-Effekte werden bei steigenden inelastischen Verformungen grösser.

2.2.10 Modale Größen für regelmässige MMS

Die modale Größen für regelmässige Biege- bzw. Schub-MMS sind in den nachfolgenden Tabellen angegeben.



• Elemente des ersten Eigenvektors eines regelmässigen **Biege-EMS**

ϕ_1	EMS	2-MS	3-MS	4-MS	5-MS	6-MS	7-MS	8-MS	9-MS	10-MS
$\phi_{10,1}$										1
$\phi_{9,1}$									1	0.8601
$\phi_{8,1}$								1	0.8443	0.7213
$\phi_{7,1}$							1	0.8246	0.6903	0.5856
$\phi_{6,1}$						1	0.7991	0.6518	0.5409	0.4555
$\phi_{5,1}$					1	0.7652	0.6027	0.4861	0.3998	0.3343
$\phi_{4,1}$				1	0.7177	0.5383	0.4177	0.3332	0.2717	0.2257
$\phi_{3,1}$			1	0.6470	0.4508	0.3314	0.2535	0.2001	0.1619	0.1336
$\phi_{2,1}$		1	0.5316	0.3281	0.2222	0.1603	0.1211	0.0946	0.0760	0.0624
$\phi_{1,1}$	1	0.3205	0.1564	0.0925	0.0611	0.0434	0.0324	0.0251	0.0200	0.0163
$\sum \phi_{i,1}$	1	1.3025	1.6880	2.0676	2.4518	2.8386	3.2265	3.6155	4.0049	4.3948

• Elemente des ersten Eigenvektors eines regelmässigen **Schub-EMS**

ϕ_1	EMS	2-MS	3-MS	4-MS	5-MS	6-MS	7-MS	8-MS	9-MS	10-MS
$\phi_{10,1}$										1
$\phi_{9,1}$									1	0.9777
$\phi_{8,1}$								1	0.9727	0.9335
$\phi_{7,1}$							1	0.9659	0.9189	0.8685
$\phi_{6,1}$						1	0.9563	0.8990	0.8400	0.7840
$\phi_{5,1}$					1	0.9419	0.8708	0.8014	0.7382	0.6821
$\phi_{4,1}$				1	0.9190	0.8290	0.7472	0.6766	0.6163	0.5649
$\phi_{3,1}$			1	0.8794	0.7635	0.6680	0.5910	0.5287	0.4776	0.4351
$\phi_{2,1}$		1	0.8019	0.6527	0.5462	0.4681	0.4090	0.3628	0.3258	0.2956
$\phi_{1,1}$	1	0.6180	0.4450	0.3473	0.2846	0.2411	0.2091	0.1845	0.1652	0.1495
$\sum \phi_{i,1}$	1	1.6180	2.2469	2.8794	3.5133	4.1481	4.7834	5.4189	6.0547	6.6909