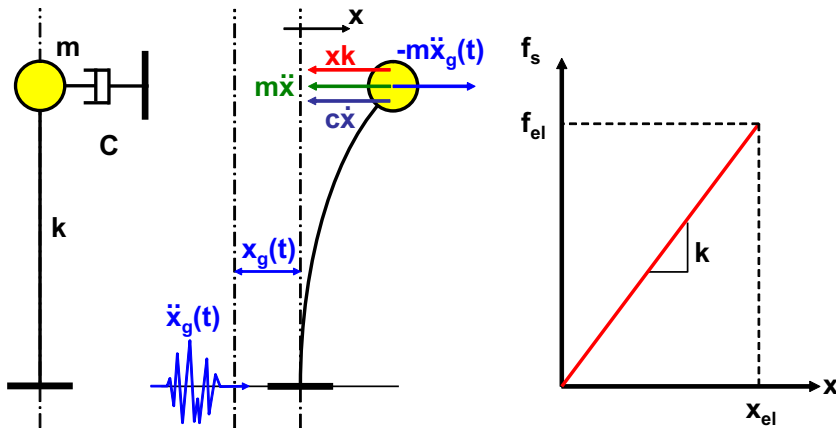


## 2.2 Inelastische statische Verfahren

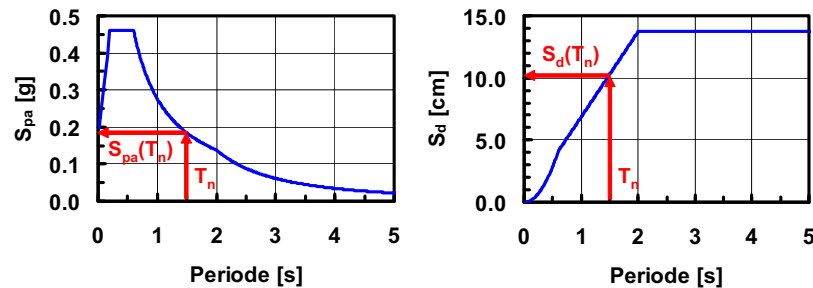
### 2.2.1 Elastische Einmassenschwinger (EMS)



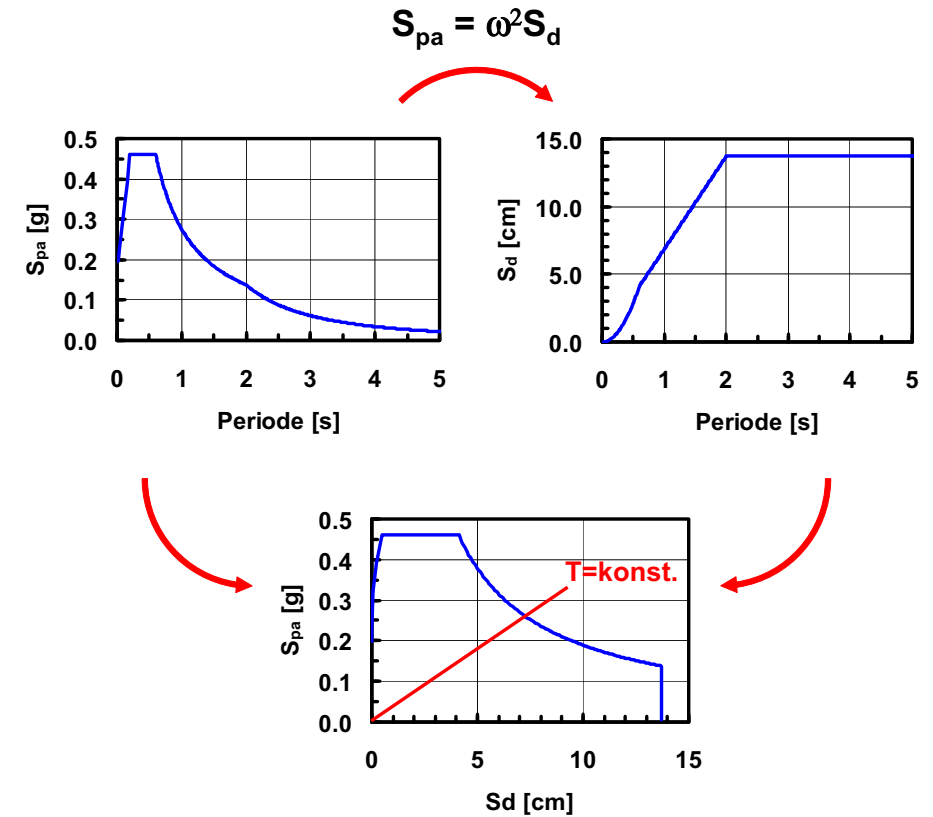
DGL:  $\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = -\ddot{x}_g$

Wobei:  $\zeta = c/(2m\omega_n)$ ,  $\omega_n = \sqrt{k/m} = 2\pi/T_n$

Für eine gegebene Anregung  $\ddot{x}_g(t)$  ist die maximale Antwort des EMS nur von seiner Eigenfrequenz ( $\omega_n$ ) und seiner Dämpfung ( $\zeta$ ) abhängig. Sie kann mit Antwortspektren dargestellt werden.



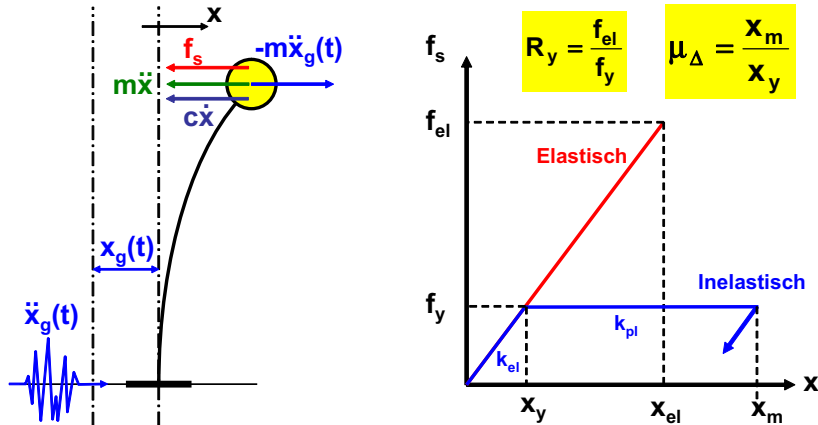
- Elastische Antwortspektren im ADRS-Format (Acceleration-Displacement-Response-Spectra)



Die Perioden T entsprechen Geraden, die durch den Ursprung der Achsen laufen, und zwar aus diesem Grund:

$$S_{pa} = \omega^2 S_d \quad \text{und nach Umformung:} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{S_d}{S_{pa}}}$$

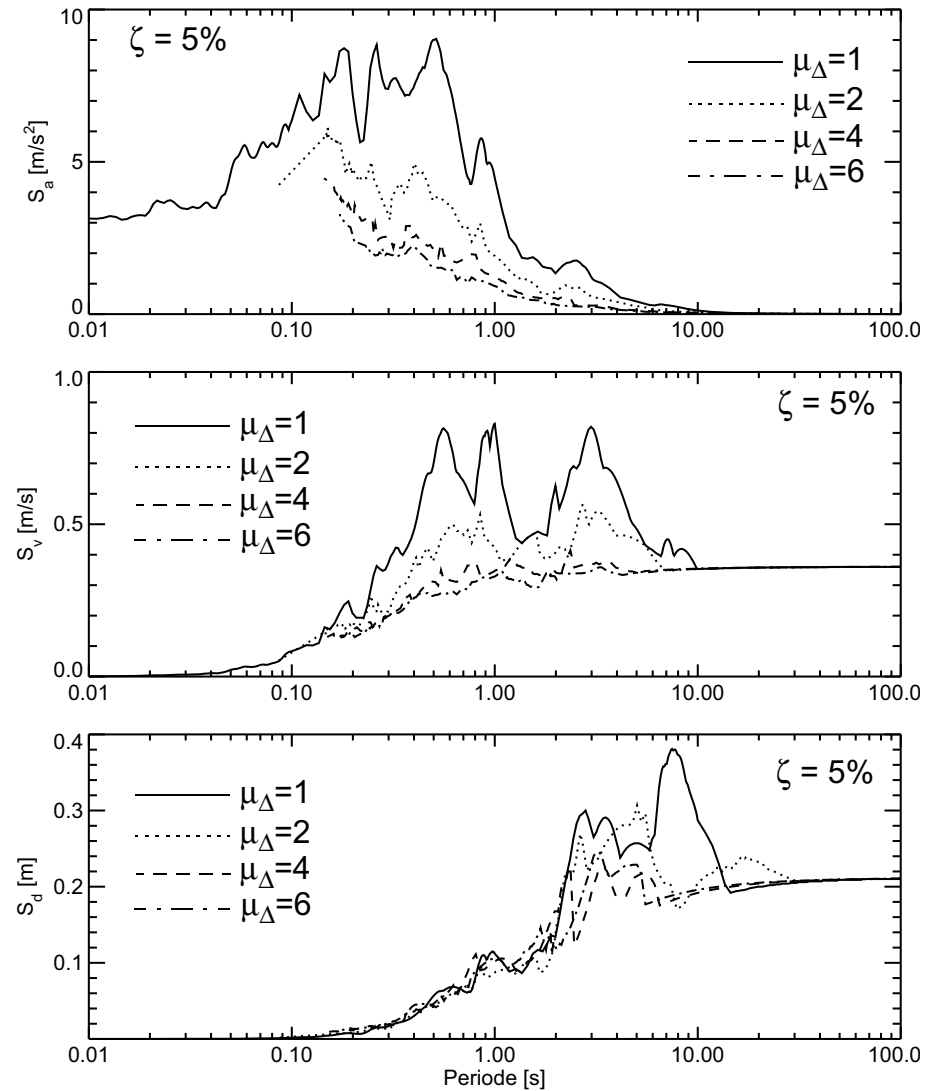
### 2.2.2 Inelastische Einmassenschwinger (EMS)



DGL:  $m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + f_s(x,t) = -m\ddot{x}_g(t)$

- Die Antwort von inelastischen EMS soll numerisch ermittelt werden (Newmark Verfahren)
- Für eine gegebene Anregung  $\ddot{x}_g(t)$  kann die maximale Antwort des EMS in Funktion der folgenden Parameter mittels inelastischen Antwortspektren dargestellt werden:
  - Elastische Steifigkeit  $k_{el}$  und entsprechende Eigenfrequenz  $\omega_n = \sqrt{k_{el}/m} = 2\pi/T_n$
  - Dämpfung. Wenn eine Konstante Dämpfung proportional zur elastischen Steifigkeit  $k_{el}$  des EMS angenommen wird, ergibt sich die DGL:
 
$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \frac{f_s(x,t)}{m}x = -\ddot{x}_g \text{ wobei } \zeta = c_{el}/(2m\omega_n)$$
  - Hysteretisches Gesetz  $f_s(x,t)$
  - Verschiebeduktilität  $\mu_\Delta = x_m/x_y$

### • Inelastische Antwortspektren



### 2.2.3 Inelastische Bemessungsspektren

- Inelastische Bemessungsspektren dienen zur Schätzung der maximalen Antwort eines inelastischen EMS, der durch seinen elastischen Eigenschaften ( $k_{el}$ ,  $T_n$ ,  $c_{el}$ ) charakterisiert ist.
- Mehrere Forscher (e.g. [NH82], [KN92], [VFF94]) haben  $R_y-\mu_\Delta-T_n$  Beziehungen entwickelt, um inelastische Bemessungsspektren aus den entsprechenden elastischen Bemessungsspektren herzuleiten.
- Anhand der  $R_y-\mu_\Delta-T_n$  Beziehungen werden die inelastischen Bemessungsspektren mit folgenden Gleichungen berechnet:

$$A_y = S_{pa, \text{inelastisch}} = \frac{1}{R_y} \cdot S_{pa, \text{elastisch}} \quad (1)$$

$$D = S_{d, \text{inelastisch}} = \frac{\mu_\Delta}{R_y} \cdot S_{d, \text{elastisch}} \quad (2)$$

- Es ist wichtig zu merken, dass  $S_{pa, \text{inelastisch}} \neq \omega^2 \cdot S_{d, \text{inelastisch}}$
- $R_y-\mu_\Delta-T_n$  Beziehungen nach [VFF94]

$$R_y = \begin{cases} (\mu_\Delta - 1) \cdot \frac{T_n}{T_0} + 1 & T_n \leq T_0 \\ \mu_\Delta & T_n > T_0 \end{cases} \quad (3) \quad \text{(Prinzip der GV)}$$

Wobei:  $T_0 = 0.65 \cdot \mu_\Delta^{0.3} \cdot T_c \leq T_c$  (4)  
 $T_c$  = Eckperiode zwischen den Bereichen konstanter  $S_{pa}$  und konstanter  $S_{pv}$

- $R_y-\mu_\Delta-T_n$  Beziehungen nach [NH82]

$$R_y = \begin{cases} 1 & T_n < T_a \\ (2\mu_\Delta - 1)^{\beta/2} & T_a < T_n < T_b \\ \sqrt{2\mu_\Delta - 1} & T_b < T_n < T_{c'} \\ \frac{T_n}{T_c} \mu_\Delta & T_{c'} < T_n < T_c \\ \mu_\Delta & T_n > T_c \end{cases} \quad \text{(Prinzip der GE)} \quad (5) \quad \text{(Prinzip der GV)}$$

Wobei:  $\beta = \log(T_n/T_a)/\log(T_b/T_a)$  (6)

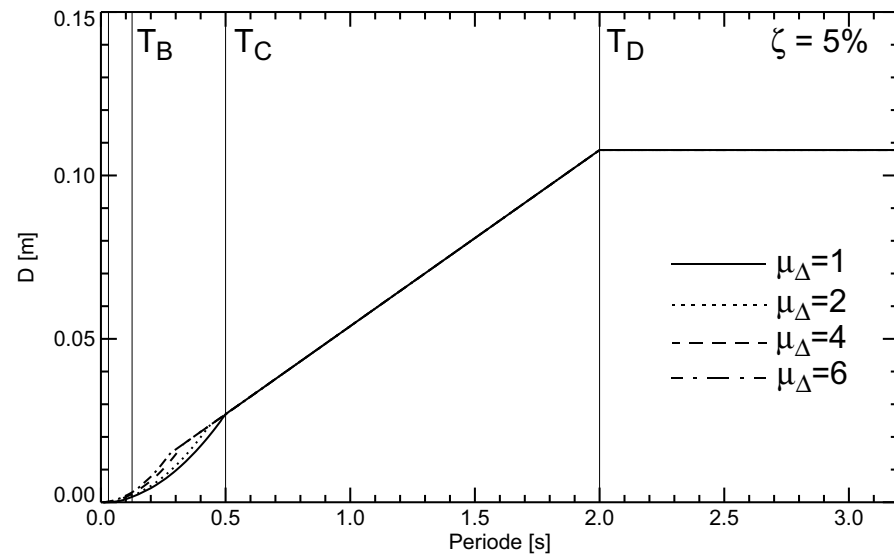
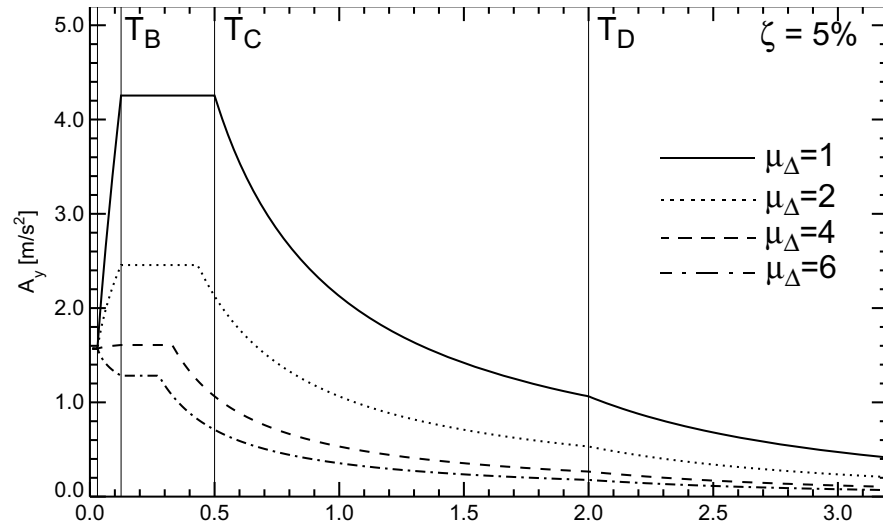
$$T_a = 1/33 \text{ s} \quad (7)$$

$$T_b = 1/8 \text{ s} \quad (8)$$

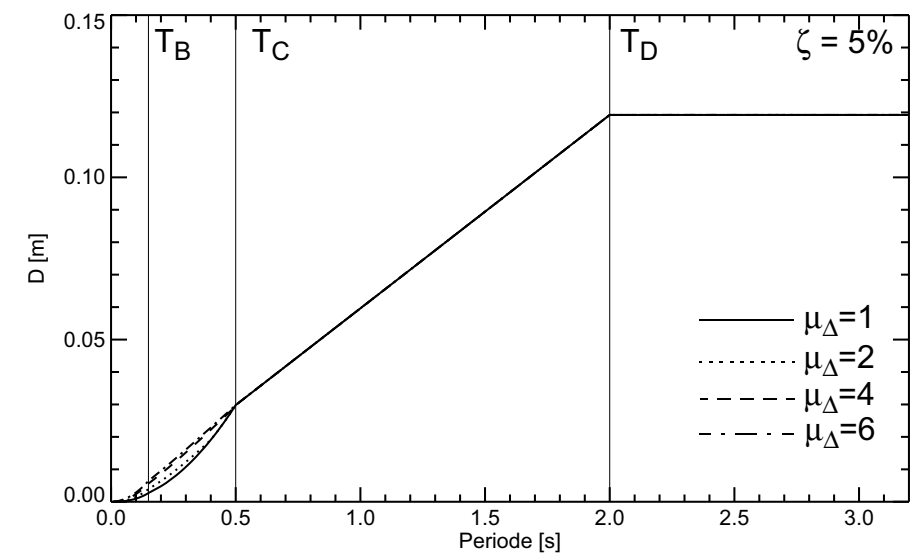
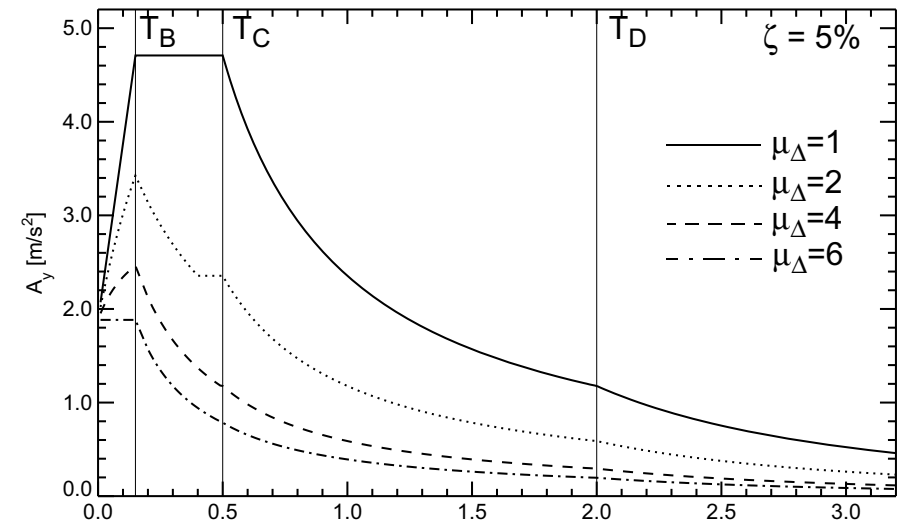
$T_c$  = Eckperiode zwischen den Bereichen konstanter  $S_{pa}$  und konstanter  $S_{pv}$

$T_{c'}$  = Eckperiode zwischen den Bereichen konstanter  $S_{pa}$  und konstanter  $S_{pv}$  im inelastischen Spektrum

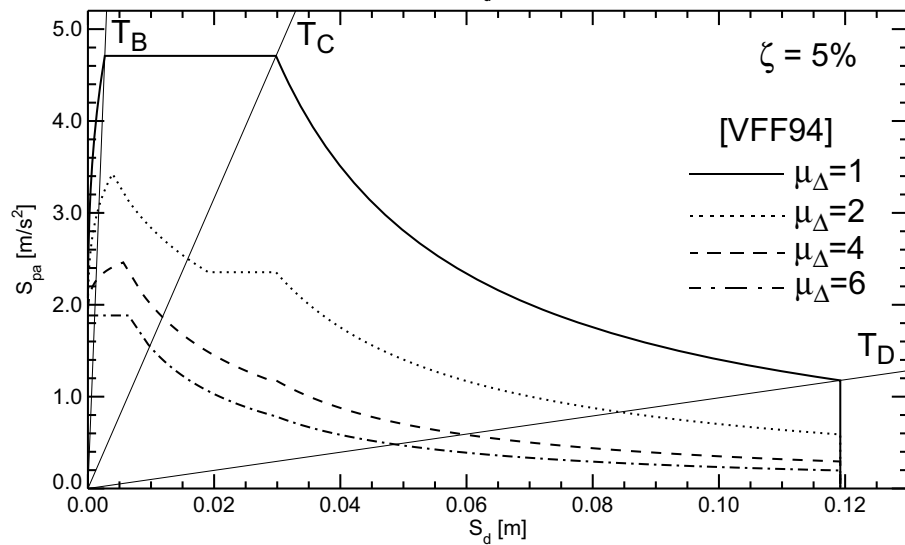
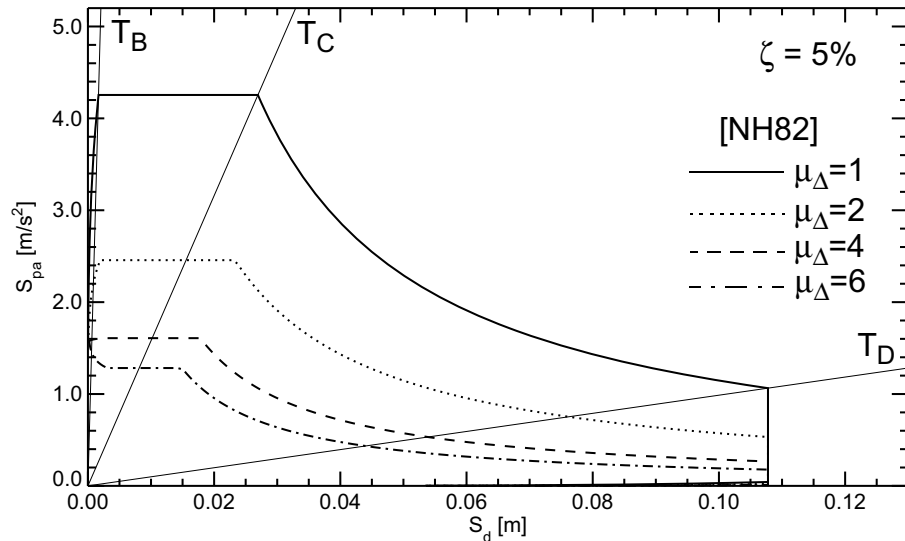
• Inelastische Bemessungsspektren nach [NH82]



• Inelastische Bemessungsspektren nach [VFF94]



• Inelastische Bemessungsspektren im ADRS-Format

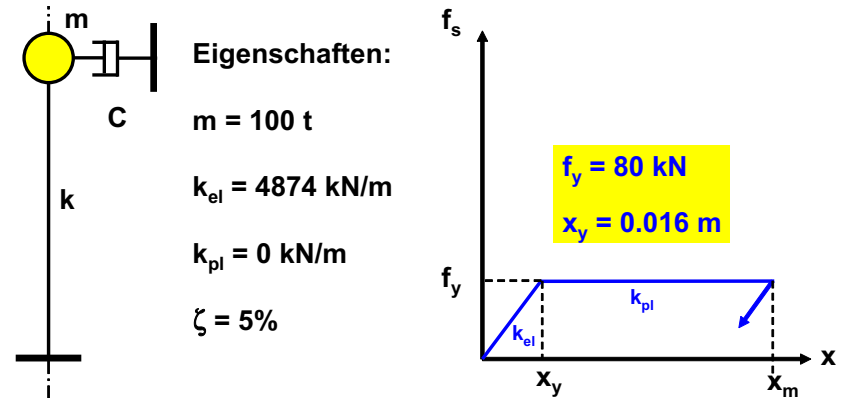


2.2.4 Antwort von inelastischen EMS anhand von inelastischen Bemessungsspektren in ADRS-Format

In diesem Abschnitt wird anhand von zwei Beispielen die Antwort von inelastischen EMS anhand von inelastischen Bemessungsspektren in ADRS-Format dargestellt.

- EMS 1 mit  $T_n = 0.9$  s
- EMS 2 mit  $T_n = 0.3$  s
- Es werden die Spektren nach [VFF94] aus Abschnitt 2.2.3 verwendet

• Beispiel 1: EMS mit  $T_n = 0.9$  s



• Antwort des elastischen EMS 1

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{100}{4874}} = 0.9\text{s}$$

$$S_{pa} = 2.62\text{m/s}^2$$

$$S_d = 0.054\text{m}$$

$$f_{el} = 261.7\text{kN}$$

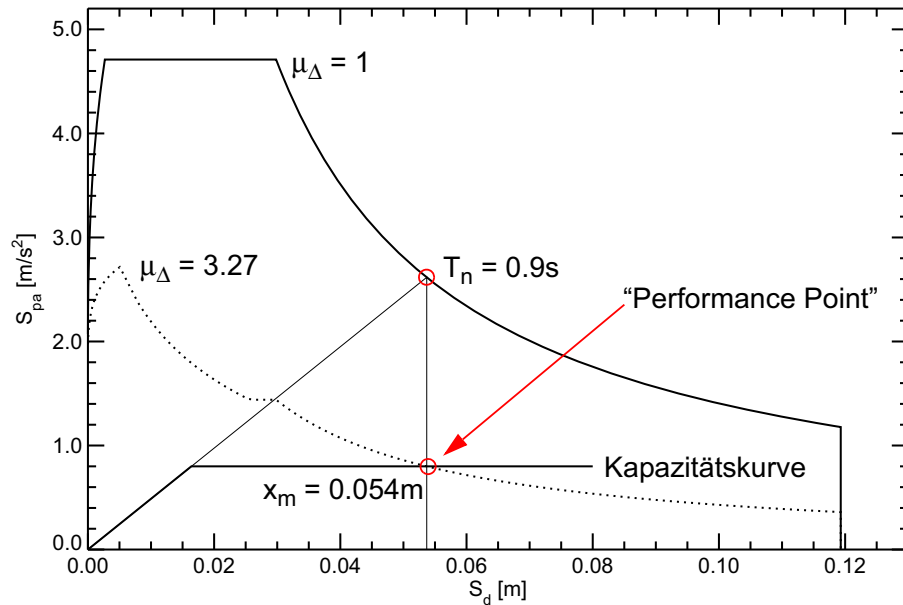
- Antwort des inelastischen EMS 1

$$R_y = \frac{f_{el}}{f_y} = \frac{261.7}{80} = 3.27$$

$$\mu_\Delta = R_y = 3.27 \text{ (Aus Gleichung (3) da } T_n > T_c = 0.5s \text{)}$$

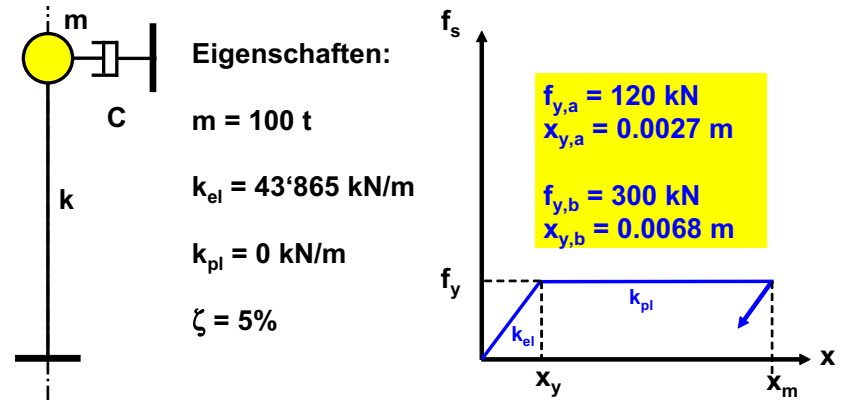
$$x_m = x_y \cdot \mu_\Delta = 0.016 \cdot 3.27 = 0.054m = S_d$$

Darstellung des Verhaltens des inelastischen EMS 1 im inelastischen Bemessungsspektrum in ADRS-Format:



- Wenn die inelastische Kraft-Verformungsbeziehung des EMS durch seine Masse  $m$  dividiert wird, entsteht die "Kapazitätskurve", die im Spektrum im ADRS Format eingezeichnet werden kann.
- Die Kapazitätskurve und das entsprechende inelastische Spektrum treffen sich im "Performance Point".

- Beispiel 2: EMS mit  $T_n = 0.3s$



- Antwort des elastischen EMS 2

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{100}{43865}} = 0.3s$$

$$S_{pa} = 4.71m/s^2$$

$$S_d = 0.011m$$

$$f_{el} = 471kN$$

Im Rahmen des zweiten Beispiels werden zwei unterschiedliche inelastische EMS betrachtet: (a) Ein EMS mit einer eher tiefen Fließkraft  $f_y$  und (b) ein EMS mit einer eher hohen Fließkraft  $f_y$ .

- Antwort des inelastischen EMS 2a

$$R_y = \frac{f_{el}}{f_y} = \frac{471}{120} = 3.93$$

In diesem Fall ist die resultierende Verschiebeduktilität  $\mu_\Delta$  so gross, dass Gleichung (4)  $T_0 = T_c = 0.5s$  ergibt. Nach Umformung von Gleichung (3) kann  $\mu_\Delta$  wie folgt berechnet werden:

$$\mu_{\Delta} = (R_y - 1) \cdot \frac{T_c}{T_n} + 1 = (3.93 - 1) \cdot \frac{0.5}{0.3} + 1 = 5.88$$

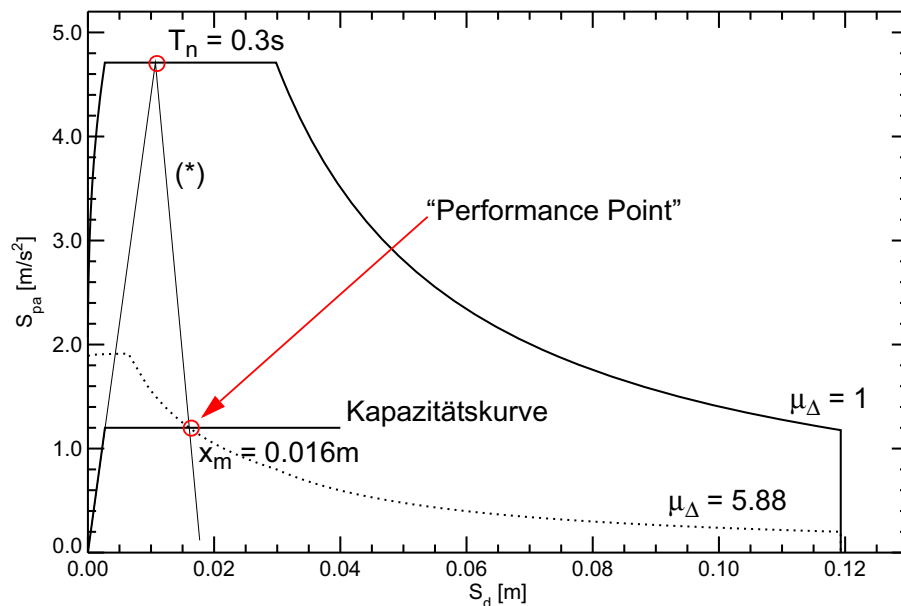
Zur Kontrolle:

$$T_0 = 0.65 \cdot \mu_{\Delta}^{0.3} \cdot T_c = 0.65 \cdot 5.88^{0.3} \cdot 0.5 = 0.553\text{s} > T_c$$

Die maximale Antwort ist deshalb:

$$x_m = x_y \cdot \mu_{\Delta} = 0.0027 \cdot 5.88 = 0.016\text{m} > S_d$$

Darstellung des Verhaltens des inelastischen EMS 2a im inelastischen Bemessungsspektrum in ADRS-Format:



- Es ist zu bemerken, dass die Gerade (\*) nicht mehr vertikal verläuft wie im Beispiel 1, sondern geneigt entsprechend der Gleichung  $\mu_{\Delta} = (R_y - 1) \cdot (T_c / T_n) + 1$ .

Es folgt jetzt die Betrachtung des EMS 2b:

- Antwort des inelastischen EMS 2b

$$R_y = \frac{f_{el}}{f_y} = \frac{471}{300} = 1.57$$

In diesem Fall wird die resultierende Verschiebeduktilität  $\mu_{\Delta}$  ein Wert annehmen, sodass aus Gleichung (4) sich  $T_0 < T_c = 0.5\text{s}$  ergibt. Zur Berechnung von  $\mu_{\Delta}$  soll deshalb Gleichung (4) in Gleichung (3) eingefügt werden, was folgende Gleichung ergibt:

$$(\mu_{\Delta} - 1) \cdot \frac{T_n}{0.65 \cdot \mu_{\Delta}^{0.3} \cdot T_c} + 1 = R_y \quad (9)$$

Gleichung (9) soll numerisch gelöst werden.

$$\mu_{\Delta}(T_n = 0.3, T_c = 0.5, R_y = 1.57) = 1.73$$

Zur Kontrolle:

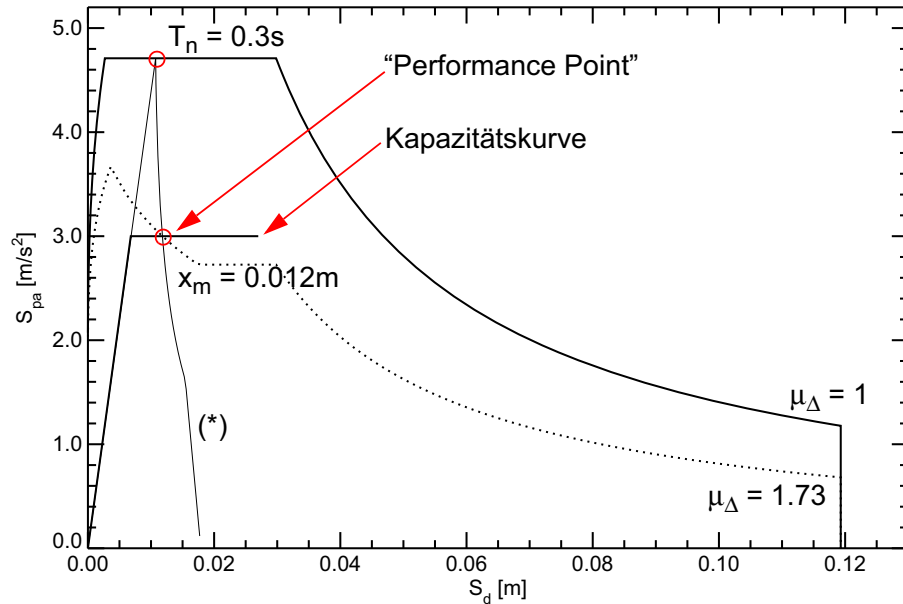
$$T_0 = 0.65 \cdot \mu_{\Delta}^{0.3} \cdot T_c = 0.65 \cdot 1.73^{0.3} \cdot 0.5 = 0.383\text{s} < T_c$$

$$(\mu_{\Delta} - 1) \cdot \frac{T_n}{T_0} + 1 = (1.73 - 1) \cdot \frac{0.3}{0.383} + 1 = 1.57 = R_y$$

Die maximale Antwort ist deshalb:

$$x_m = x_y \cdot \mu_{\Delta} = 0.0068 \cdot 1.73 = 0.012\text{m} > S_d$$

Darstellung des Verhaltens des inelastischen EMS 2b im inelastischen Bemessungsspektrum in ADRS-Format:



- Es ist zu bemerken, dass die Kurve (\*) nicht mehr eine Gerade wie in den Beispielen 1 und 2a ist.
- Die Berechnung des gekrümmten Teils der Kurve (\*) im Beispiel 2b erfolgt numerisch.
- Die Kurve (\*) im Beispiel 2a ist nur eine Näherung der Kurve (\*) im Beispiel 2b. Sobald  $T_0 = T_c$  sind beide Kurven gleich. Im Beispiel 2 ist dies der Fall wenn  $S_{pa} < 1.6 \text{ m/s}^2$ .
- Wenn  $T_0 < T_c$  (d.h. hier  $S_{pa} > 1.6 \text{ m/s}^2$ ) würde die Kurve (\*)2a größere maximale Verformungen  $x_m$  als Kurve (\*)2b vorhersagen. Die Abweichung ist aber klein. Aus diesem Grund kann in den meisten Fällen Gleichung (4) wie folgt vereinfacht werden:

$$R_y = \begin{cases} (\mu_\Delta - 1) \cdot \frac{T_n}{T_c} + 1 & T_n \leq T_c \\ \mu_\Delta & T_n > T_c \end{cases} \quad (10) \quad (\text{Prinzip der GV})$$

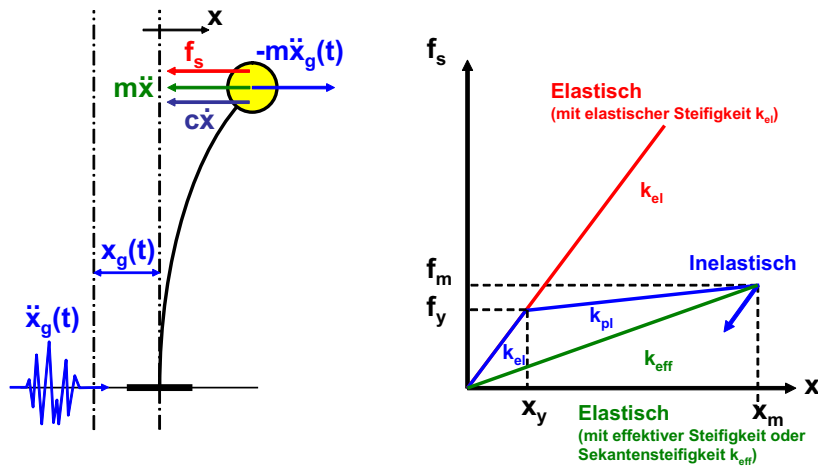
Die Vereinfachung ist ebenso leicht zu rechtfertigen, wenn die grossen Unsicherheiten betrachtet werden, die mit der Verwendung von geglätteten Spektren verbunden sind.

#### • Bemerkungen

- Eine Diskussion von ähnlichen Beispielen ist im Zeitschriftenbeitrag [Faj99] zu finden.
- Zur Berechnung der Antwort von inelastischen EMS anhand von inelastischen Bemessungsspektren reichen die  $R_y$ - $\mu_\Delta$ - $T_n$  Beziehungen aus Abschnitt 2.2.3 vollkommen aus. Die Spektren in ADRS-Format sind nicht unbedingt notwendig, besitzen aber einen ausgeprägten anschaulichen Charakter.
- $R_y$ - $\mu_\Delta$ - $T_n$  Beziehungen zur Berechnung der Antwort von inelastischen EMS sollen nur im Zusammenhang mit geglätteten Spektren verwendet werden. Sie sollen nicht zur Schätzung eines inelastischen Antwortspektrums eines einzelnen Zeitverlaufs benutzt werden.
- Nicht vergessen, was bereits im Rahmen der Vorlesung "Erdbebensicherung von Bauwerken I" diskutiert wurde:
  - Bemessungsspektren sind sehr nützliche Werkzeuge, um Tragwerke auf die zu erwartende Erdbebeneinwirkung zu bemessen. Im Mittel können Bemessungsspektren die Auswirkung von Erdbeben gut abbilden.
  - Wenn einzelne Erdbeben betrachtet werden, kann es hingegen oft vorkommen, dass die Spektren diese Auswirkung unterschätzen.
  - Diese Eigenschaft der Spektren soll bei Bemessungsaufgaben berücksichtigt werden, indem möglichst robuste Tragwerke angestrebt werden sollen.



### 2.2.5 Lineare Ersatz-Einmassenschwinger (EMS<sub>e</sub>)



Es wird postuliert, dass die maximale Antwort  $x_m$  eines inelastischen EMS anhand eines linearen Ersatz-Einmassenschwinger (EMS<sub>e</sub>) geschätzt werden kann. Die Eigenschaften des EMS<sub>e</sub> sind:

Steifigkeit:  $k_{eff} = f_m / x_m$  (11)

Dämpfung:  $\zeta_e$  (12)

Die DGL des EMS<sub>e</sub> ist:

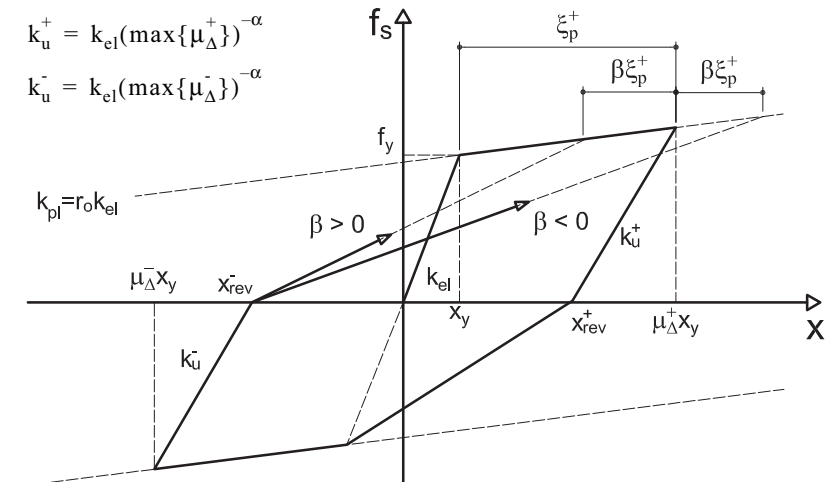
$$\ddot{x}(t) + 2\zeta_e \omega_e \dot{x}(t) + \omega_e^2 x(t) = -\ddot{x}_g(t) \text{ mit } \omega_e^2 = k_{eff} / m \quad (13)$$

Beim EMS<sub>e</sub> stellt sich die Frage, wie gross die viskose Dämpfung  $\zeta_e$  sein soll, sodass  $\max(x(t)) = x_m$ .

### • Beispiel: Inelastischer EMS des Takeda-Typs [TNS70]

Die Eigenschaften des inelastischen EMS sind:

- Dämpfung:  $\zeta = 5\%$  (konstant, proportional zu  $k_{el}$ )
- Masse:  $m = 100t$
- Steifigkeit:  $k_{el} = 4874 \text{ kN/m}$
- Fließkraft:  $f_y = 80 \text{ kN}$
- Hysterese: Takeda-Typ mit  $r_o = 0.05$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $\beta = 0.0$



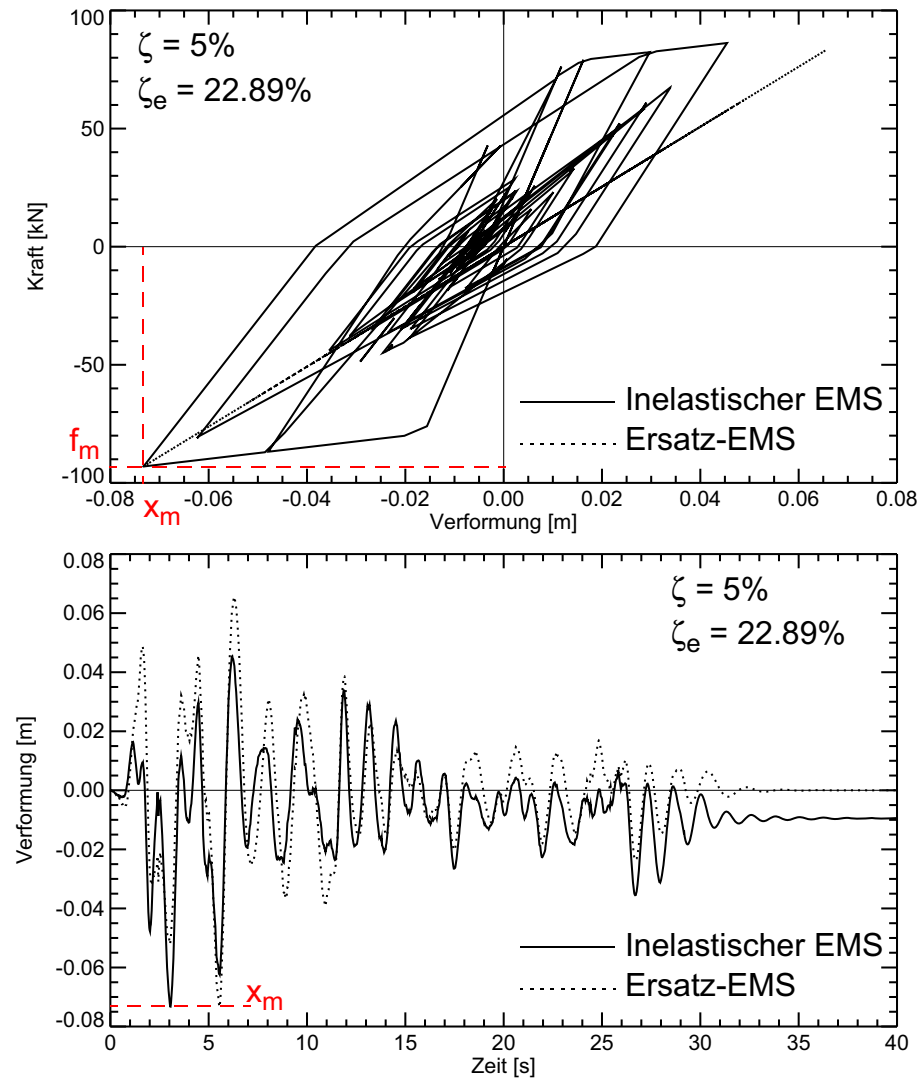
Die maximale Antwort dieses inelastischen EMS unter dem 1940 El Centro Erdbeben (NS Komponente) beträgt:

$$x_m = 0.073 \text{ m}, f_m = 93.0 \text{ kN}$$

Die Eigenschaften des entsprechenden EMS<sub>e</sub> sind:

$$k_{eff} = \frac{f_m}{x_m} = \frac{93.0}{0.073} = 1274 \frac{\text{kN}}{\text{m}}, T_e = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{eff}}} = 2\pi \sqrt{\frac{100}{1274}} = 1.76 \text{ s}$$

$$\zeta_e = 22.89\%, \text{ die Dämpfung } \zeta_e \text{ wurde hier iterativ bestimmt!}$$

Vergleich zwischen den inelastischen EMS und den EMS<sub>e</sub>

## Bemerkungen zum Beispiel:

- Die Dämpfung  $\zeta_e$  ist in der Regel grösser als die Dämpfung  $\zeta$ , weil beim elastischen EMS<sub>e</sub> für die hysteretische Verformungsenergie kompensiert werden soll, die beim inelastischen EMS dissipiert wird.
- Es kann aber Fälle geben, bei welchen  $\zeta_e < \zeta$ . Dies zeigt einmal mehr, die Schwierigkeiten, die mit der Vorhersage der Antwort von EMS unter Erdbebeneinwirkung verbunden sind.
- Im Beispiel wurde die Dämpfung  $\zeta_e$  iterativ bestimmt, indem viele unterschiedliche Werte von  $\zeta_e$  ausprobiert wurden, bis die maximale Antwort des EMS<sub>e</sub> gleich wie die maximale Antwort des inelastischen EMS war. Hätte man ein Verfahren zur Schätzung der Dämpfung  $\zeta_e$ , dann könnte man tatsächlich die maximale Antwort von inelastischen EMS anhand von linearen Ersatz-EMS bestimmen.
- Die Steifigkeit  $k_{\text{eff}}$  bzw. die Periode  $T_e$  des EMS<sub>e</sub> sind erst bekannt, wenn die maximale Antwort des inelastischen EMS bekannt ist. Abschnitt 2.2.7 zeigt, wie diese Schwierigkeit umgegangen werden kann, um trotzdem die maximale Antwort von inelastischen EMS allein anhand von linearen Ersatz-EMS bestimmen zu können.
- Schätzung der Dämpfung  $\zeta_e$

Die Schätzung der Dämpfung  $\zeta_e$  hat seit den sechziger Jahren viele Forschende beschäftigt (siehe z.B. [Jac60], [Jen68] und [IG79]). Damals war das Interesse an Ersatzsystemen gross, weil die numerische Berechnung von inelastischen Systemen extrem aufwendig war. Die grundsätzliche Idee zur Schätzung der Dämpfung  $\zeta_e$  war dabei:

Der inelastische EMS dissipiert Energie dank der viskosen Dämpfung  $\zeta$  und infolge der plastischen Verformungen im Rahmen seiner inelasti-

schen Kraft-Verformungs-Beziehung. Der Ersatz-EMS hingegen kann Energie nur infolge der viskosen Dämpfung dissipieren. Deshalb gilt:

$$\zeta_e = \zeta + \zeta_{eq} \quad (14)$$

Dabei ist  $\zeta_{eq}$  die sogenannte äquivalente viskose Dämpfung des inelastischen EMS.

Die einfachste Methode, um die äquivalente viskose Dämpfung zu bestimmen, besteht eben darin, die Energie, die in einem Zyklus vom inelastischen und vom Ersatz-EMS dissipiert wird, gleich zu setzen. Gemäss diesem Ansatz wird zum Beispiel in [Cho07] die äquivalente viskose Dämpfung folgendermassen definiert:

$$\zeta_{eq} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{A_h}{A_e} \quad (15)$$

Wobei:

$A_h$ : Energie, die vom inelastischen EMS durch plastische Verformungen dissipiert wird; sie entspricht der Fläche, die in der Kraft-Verformungs-Hysterese des betrachteten Zyklus enthalten ist;

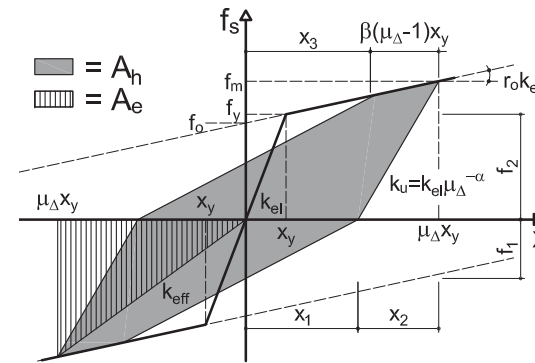
$A_e$ : Verformungsenergie des Ersatz-EMS bei maximaler Verschiebung:

$$A_e = \frac{k_{eff} \cdot x_m^2}{2}$$

Die inelastische Kraft-Verformungs-Beziehung vieler Bauelemente lässt sich nach "Takeda" beschreiben. Seine äquivalente viskose Dämpfung gemäss Gleichung (15) kann anhand folgender Beziehung berechnet werden:

$$\zeta_{eq, Tak} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{(f_m + f_o)\mu_\Delta x_y + f_1 x_1 - f_m x_2 - (f_m + f_o)x_3}{(f_m \mu_\Delta x_y)/2} \quad (16)$$

Wobei:

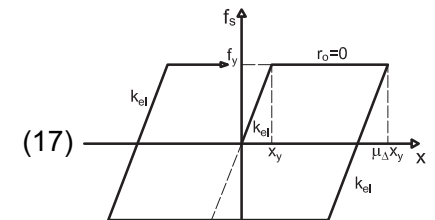


$$\begin{aligned} f_m &= [1 + r_o(\mu_\Delta - 1)] \cdot f_y \\ f_o &= (1 - r_o) \cdot f_y \\ f_1 &= \frac{x_1}{x_1 + x_3} \cdot f_2 \\ f_2 &= [1 + r_o(\mu_\Delta - 1)(1 - \beta)] \cdot f_y \\ x_1 &= \mu_\Delta x_y - u_2 \\ x_2 &= \frac{1 + r_o(\mu_\Delta - 1)}{\mu_\Delta^{-\alpha}} \cdot x_y \\ x_3 &= [\mu_\Delta - \beta(\mu_\Delta - 1)] \cdot x_y \end{aligned}$$

Die äquivalente viskose Dämpfung von weiteren wichtigen hysteretischen Gesetzen beträgt:

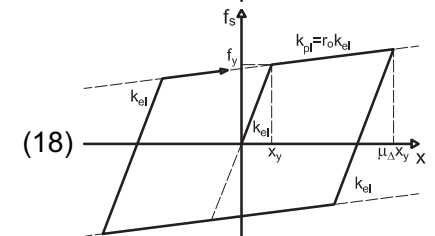
Elasto-plastisches (EP) Gesetz:

$$\zeta_{eq, EP} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mu_\Delta - 1}{\mu_\Delta} \quad (17)$$



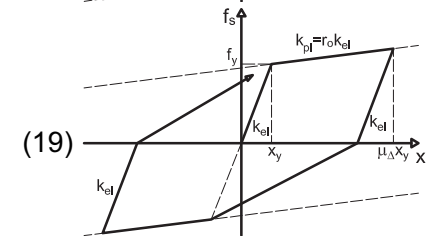
Bilineares (BL) Gesetz:

$$\zeta_{eq, BL} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{(\mu_\Delta - 1)(1 - r_o)}{\mu_\Delta(1 + r_o\mu_\Delta - r_o)} \quad (18)$$

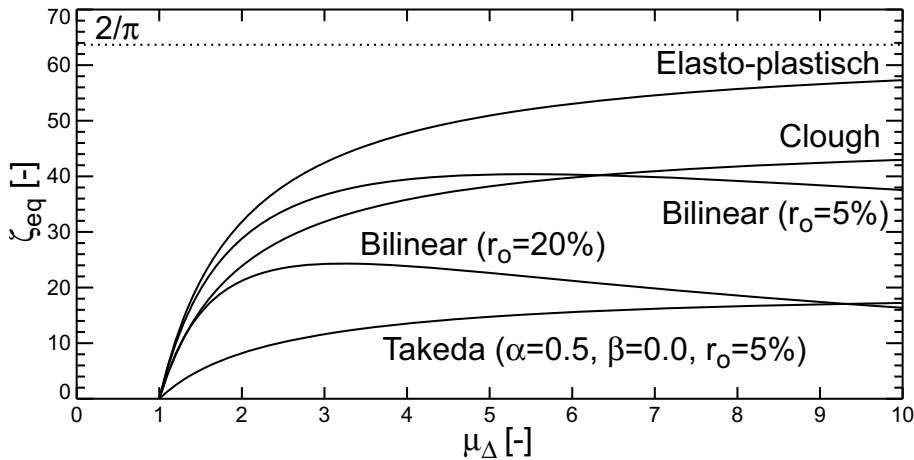


Gesetz nach Clough (Clo) [CP75]:

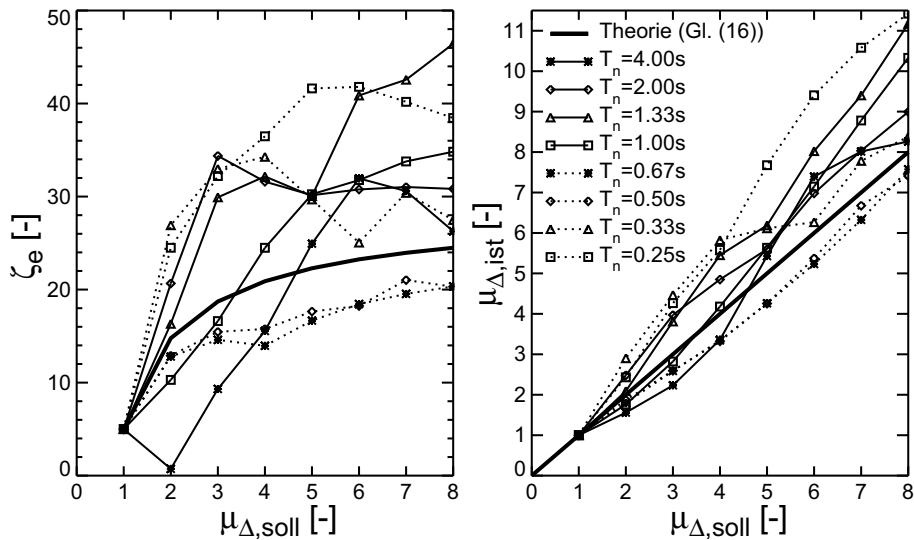
$$\zeta_{eq, Clo} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{\mu_\Delta - 1}{\mu_\Delta} \quad (19)$$



$\zeta_{eq}$ - $\mu_{\Delta}$ -Beziehung von wichtigen hysteretischen Gesetzen:



Nächstes Bild vergleicht den theoretischen Wert von  $\zeta_e$  für Takeda-EMS (Gl. (16),  $r_o=0.05$ ,  $\alpha=0.5$ ,  $\beta=0$ ) mit dem berechneten Wert (für El Centro):



Bemerkungen zum Vergleich des theoretischen Werts mit dem berechneten Wert von  $\zeta_e$  für ein Takeda-EMS unter dem El Centro Erdbeben:

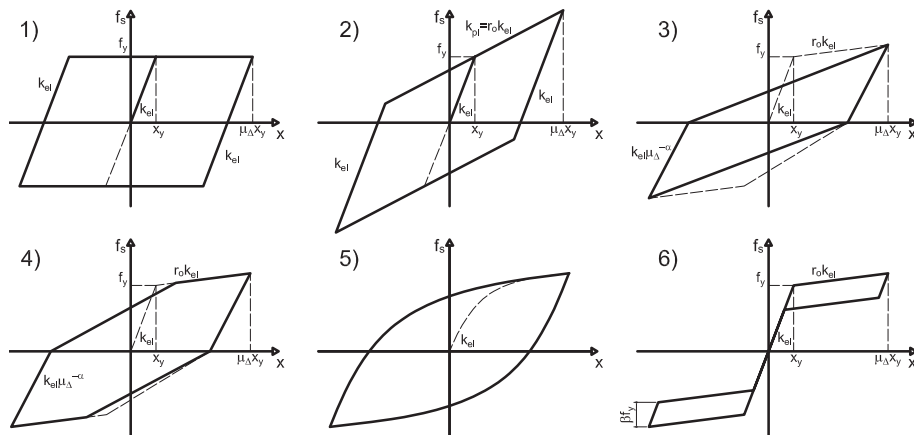
- Der berechnete Wert von  $\zeta_e$  wurde iterativ bestimmt. Es wurden dabei 8 inelastische EMS mit unterschiedlicher Periode  $T_n$  bei 7 Zielduktilitäten ( $\mu_{\Delta}=2$  bis 8) untersucht.
- $\zeta_e$  ist nicht nur von der Verschiebeduktilität  $\mu_{\Delta}$  sondern auch von der Periode  $T_n$  des EMS beeinflusst. Diese Abhängigkeit wird von Gleichung (15) bzw. (16) nicht berücksichtigt.
- Der Unterschied zwischen dem theoretischen und dem berechneten Wert von  $\zeta_e$  ist in manchen Fällen recht gross. Aus diesem Grund treten zwischen  $\mu_{\Delta,soll}$  (Zielduktilität) und  $\mu_{\Delta,ist}$  (Verschiebeduktilität aus der Zeitverlaufsberechnung am EMS<sub>e</sub> mit der Dämpfung  $\zeta_e$  aus Gleichung (16)) recht grosse Abweichungen auf.
- Diese Abweichungen sind bei grossen Zielduktilitäten typischerweise grösser.
- Ähnliche Beobachtungen wurden bereits im Rahmen der Vorlesung "Erdbebensicherung von Bauwerken I" bei der Berechnung von inelastischen Spektren gemacht.
- Dies zeigt einmal mehr, die Schwierigkeiten, die mit der Vorhersage der Antwort von EMS unter Erdbebeneinwirkung verbunden sind.

- Verbesserung der Schätzung von  $\zeta_e$

In den letzten Jahren haben Forschende anhand der statistischen Auswertung von Zeitverlaufsberechnungen versucht, bessere Schätzungen von  $\zeta_e$  vorzuschlagen (siehe dazu [PCK07]). Diesbezüglich schlägt zum Beispiel [GBP05] Gleichung (20) vor.

$$\zeta_e = \zeta + \zeta_{eq} \quad \text{wobei:} \quad \zeta_{eq} = a \left( 1 - \frac{1}{\mu_{\Delta}^b} \right) \left( 1 + \frac{1}{(T_e + c)^d} \right) \quad (20)$$

Die Konstanten a bis d betragen dabei:



Modell	a	b	c	d
1) Elasto-Plastisch (EP)	0.224	0.336	-0.002	0.250
2) Bilinear, $r_0=0.2$ (BI)	0.262	0.655	0.813	4.890
3) Takeda dünn (TDü)	0.215	0.642	0.824	6.444
4) Takeda dick (TDi)	0.305	0.492	0.790	4.463
5) Ramberg-Osgood (RO)	0.289	0.622	0.856	6.460
6) "Flag-Shaped", $\beta=0.35$ (FS)	0.251	0.148	3.015	0.511

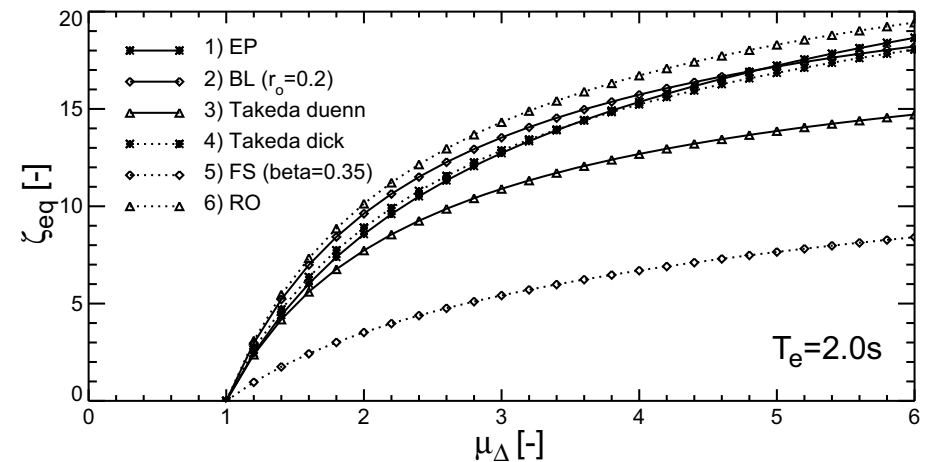
Aus [GBP05]

Die hysteretischen Gesetze 1) bis 6) wurden ausgewählt, weil sie zur Beschreibung typischer Tragwerksarten verwendet werden können:

- **Elasto-Plastisch (EP):** Hysteretisches Gesetz, charakteristisch für Systeme zur seismischen Isolierung von Tragwerken (Gleitsysteme, die auf Reibung basieren).
- **Bilinear,  $r_0=0.2$  (BI):** Hysteretisches Gesetz, das ebenfalls charakteristisch für Systeme zur seismischen Isolierung von Tragwerken ist. Der Wert der Steifigkeit  $r_0$  kann bei unterschiedlichen Systemen stark unterschiedlich sein.

- **Takeda dünn (TDü):** Hysteretisches Gesetz, charakteristisch für Stahlbetontragwerke, die durch Wände oder Stützen ausgesteift sind.
- **Takeda dick (TDi):** Hysteretisches Gesetz, charakteristisch für Stahlbetontragwerke, die durch Rahmen ausgesteift sind.
- **Ramberg-Osgood (RO):** Hysteretisches Gesetz, charakteristisch für duktile Stahltragwerke.
- **"Flag-Shaped",  $\beta=0.35$  (FS):** Hysteretisches Gesetz, charakteristisch für Tragwerke mit Vorspannung ohne Verbund.

$\zeta_{eq} - \mu_{\Delta}$ -Beziehung von wichtigen hysteretischen Gesetzen nach [GBP05]:



Wichtige Bemerkungen:

- Diese Ansätze erlauben, **statistisch betrachtet**, eine bessere Schätzung der Dämpfung  $\zeta_e$ .
- Bei einzelnen Systemen und einzelnen Erdbebenzeitverläufen können aber weiterhin grosse Abweichungen zwischen der maximalen Antwort des inelastischen EMS und der maximalen Antwort des Ersatz-EMS, berechnet mit einer Schätzung von  $\zeta_e$ , auftreten!

## 2.2.6 Elastische Bemessungsspektren mit hoher Dämpfung

Zur Berechnung der maximalen Antwort von elastischen Ersatz-EMS können elastische Bemessungsspektren zur Anwendung kommen.

EMS<sub>e</sub> weisen eine höhere Dämpfung gegenüber den üblichen 5% auf. Aus diesem Grund sollen Bemessungsspektren für höhere Dämpfungen berechnet werden.

Diese werden typischerweise aus Bemessungsspektren mit 5% Dämpfung anhand eines Korrekturbeiwerts  $\eta$  hergeleitet:

$$S_{pa}(T_n, \zeta) = \eta \cdot S_{pa}(T_n, \zeta = 5\%) \quad (21)$$

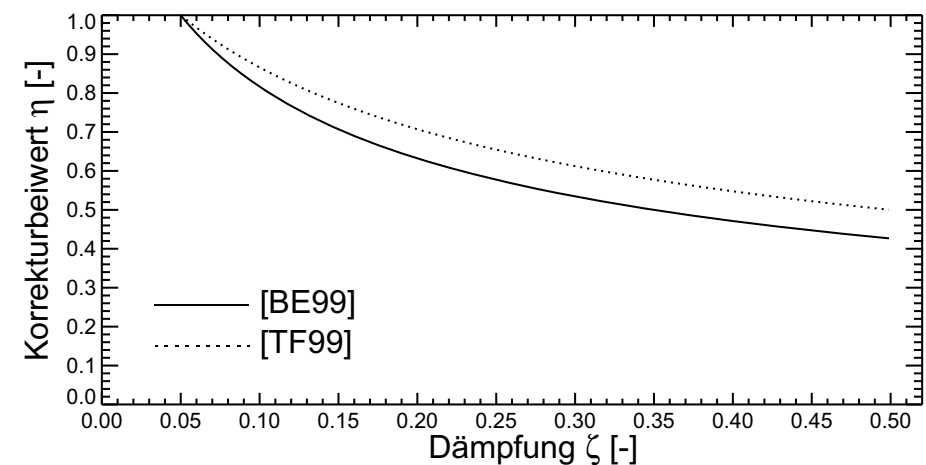
In der Literatur können unterschiedliche Ansätze zur Bestimmung von  $\eta$  gefunden werden. Hier werden zwei davon angegeben:

$$[\text{TF99}]: \quad \eta = \sqrt{\frac{1.5}{1 + 10\zeta}} \quad \text{wobei } 0.05 \leq \zeta \leq 0.5 \quad (22)$$

$$[\text{BE99}]: \quad \eta = \sqrt{\frac{1}{0.5 + 10\zeta}} \quad \text{wobei } 0.05 \leq \zeta \leq 0.3 \quad (23)$$

Der Ansatz nach Gleichung (23) entspricht Gleichung (29) aus der Norm SIA 261.

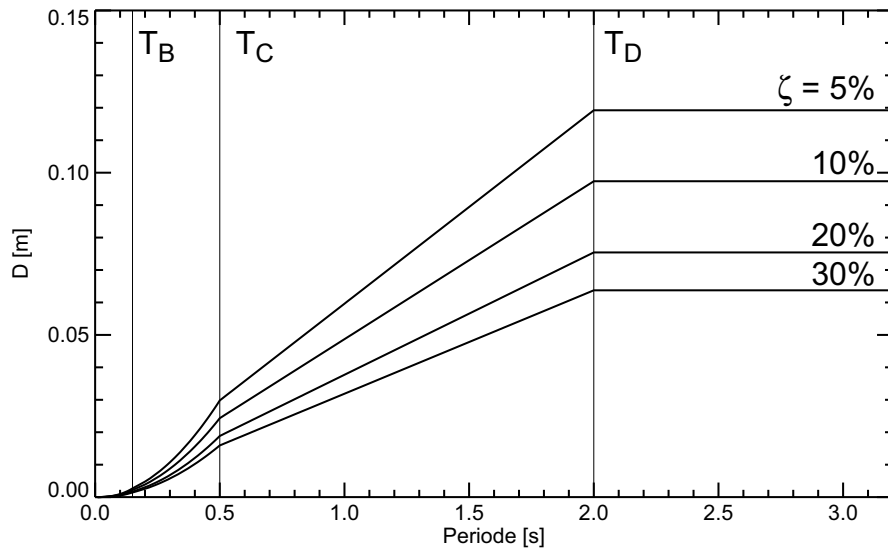
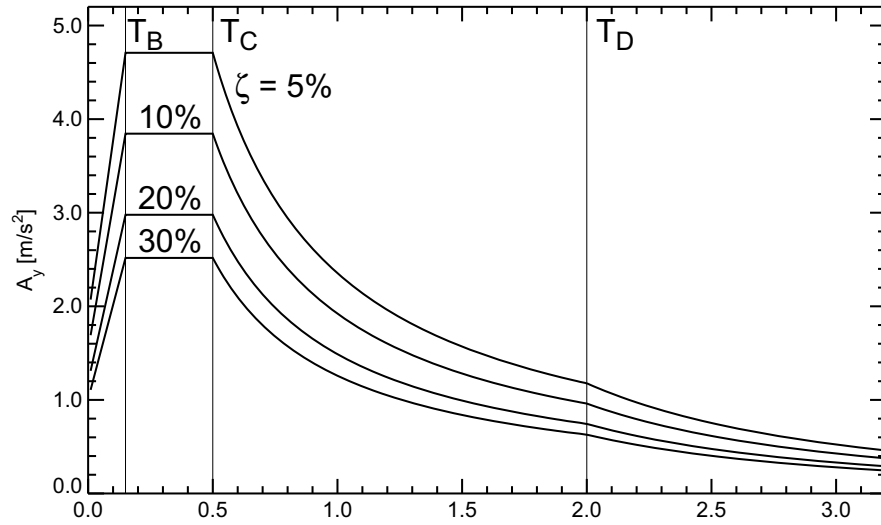
Die Auswertung des Korrekturbeiwerts  $\eta$  für unterschiedliche Dämpfungen  $\zeta$  ist im nächsten Bild zu finden:



Bemerkungen:

- Eine Diskussion der verschiedenen Ansätze zur Berechnung von Bemessungsspektren mit hoher Dämpfung ist in [PCK07] zu finden.
- Gleichungen (22) und (23) wurden für Bodenbewegungen ohne "near field" Effekte hergeleitet.
- Gleichungen (22) und (23) wurden aus der statistischen Auswertung der Antwortspektren mehreren Zeitverläufen der Bodenbewegung hergeleitet. Aus diesem Grund sollen diese Gleichungen nur im Zusammenhang mit geglätteten Antwort- bzw. Bemessungsspektren verwendet werden.
- Wie bei allen statistischen Auswertungen, stimmen die damit bestimmten Bemessungsspektren nur "im Mittel" mit der Wirklichkeit recht gut überein. Bei einzelnen Erdbebenzeitverläufen und einzelnen Perioden können sich auch hier grosse Abweichungen zwischen der wirklichen spektralen Ordinate und der spektralen Ordinate aus dem geglätteten Spektrum ergeben.

- Elastische Bemessungsspektren nach [BE99]



- Elastische Bemessungsspektren im ADRS-Format

